NOVA

NATUURKUNDE

4 VWO | GYMNASIUM

MAX METHODE NATUURKUNDE

NAAM:

KLAS:

MALMBERG



NATUURKUNDE

4 VWO | GYMNASIUM

Auteurs

Hans van Bemmel

Lodewijk Koopman

Eindredactie

Claud Biemans

Met medewerking van

Peter van Hoeflaken

Rein Tromp

Editie 2018-2019

Malmberg 's-Hertogenbosch

www.nova-malmberg.nl

Inhoudsopgave

*keuzestof schoolexamen

Voorwoord

Nova is op zo'n manier opgebouwd, dat je de stof vanuit verschillende invalshoeken kunt benaderen. Elk hoofdstuk bestaat namelijk uit drie delen:
P: de praktijk; voorbeelden van toepassingen van de theorie.
T: de theorie; uitleg over natuurkundige concepten, modellen en experimenten. Aan het begin van iedere paragraaf staan leerdoelen vermeld. Deze zijn afgeleid van de eindtermen uit de syllabus, waarin staat wat je voor je centraal examen allemaal moet kennen.
M: de maatschappij; waarom is kennis van de theorie belangrijk voor jou, als onderdeel van die maatschappij?
Bij alle drie de delen horen opdrachten.

Jouw eigen werkwijze

Je begint elk hoofdstuk met enkele digitale oriënterende opdrachten. Vanzelfsprekend bepaal je samen met je docent hoe je de stof uit het hoofdstuk daarna gaat behandelen. Je kunt op verschillende manieren met *Nova* werken.

1 Vind je het belangrijk om eerst de **theoretische concepten** te bestuderen, om daarna te kijken hoe die theorie in de praktijk en de maatschappij wordt gebruikt? In dat geval begin je met het T-deel en doe je daarna het P-deel en een van de M-delen.
2 Ben je vooral geïnteresseerd in **toepassing**, begin dan met het P-deel. Daarna doe je het T-deel en een van de M-delen.
3 Wanneer je interesse vooral uitgaat naar het belang van natuurkunde voor de **maatschappij**, begin dan met een van de M-delen. De M-delen worden uitsluitend digitaal aangeboden. Vervolgens doe je het P-deel of ga je direct naar het T-deel.

Iedereen sluit af met het beantwoorden van de eindopdracht aan het einde van het T-deel. Indien je de theorie voldoende beheerst, moet je de opdrachten van het P-deel kunnen oplossen.

Opdrachten

De opdrachten kennen een verschillende opbouw. Voor sommige opdrachten staat een **+**. Dat zijn extra pittige opdrachten. Bij sommige hoofdstukken zijn examenopgaven opgenomen. Soms zijn ze bewerkt ('*naar*'), soms zijn ze letterlijk overgenomen ('*bron*'). Zo word je goed voorbereid voor het examen. Als er een ⧗ staat, heb je te maken met een opdracht uit de natuurkunde-olympiade. Bij havo komt dat zelden voor, bij vwo gebeurt dat vaker. Dit zijn in het algemeen pittige opgaven.

Oefenen

Was je in staat de opdrachten van het P-deel op te lossen, maar wil je toch nog kijken of je de stof echt beheerst? Maak dan de **Test jezelf**. Besef dat de **Onthoud!** aan het einde van de paragraaf slechts dient om de kern van de paragraaf nog eens aan te geven. Deze samenvattingen volstaan NIET om een toets voor te bereiden.

Wij wensen je succes en plezier met *Nova*!

De auteurs



HOOFDSTUK 1

Bewegingen beschrijven

In dit hoofdstuk kijk je naar *hoe* dingen bewegen. Hoe kun je die beweging zo nauwkeurig mogelijk meten en vervolgens met formules of in grafieken beschrijven? Met kennis van plaats, snelheid en versnelling kun je bijvoorbeeld voorspellen waar een voorwerp zich na een bepaalde tijd bevindt. Of welke sporter de meeste kans heeft om een wedstrijd te winnen. Ten slotte leer je ook hoe je een model bouwt voor het beschrijven van ingewikkelde situaties. Daarmee los je problemen op door verantwoorde vereenvoudigingen te maken.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Topsnelheid of sprintje?

Trainers en sporters willen er alles aan doen om te winnen. Sport is allang geen spelletje meer, maar *big business*. Bewegingswetenschappers analyseren de prestaties van sporters. Ze doen daarvoor metingen met behulp van camera's en de laserguns die de verkeerspolitie inzet bij snelheidscontroles. Ook worden sensoren uit smartphones gebruikt. De uitkomsten van de metingen en analyses geven aanwijzingen voor het opzetten van een zo effectief mogelijk trainingsprogramma.



Revolutionair

In 2010 vertelde inspanningsfysioloog en trainer Raymond Verheijen in *de Volkskrant* dat er bij het scouten en trainen van voetballers steeds op de verkeerde dingen was gelet, zoals de maximale snelheid van een speler. Uit zijn onderzoek bleek echter dat de mate waarin spelers kunnen versnellen veel belangrijker is, zeker als ze die versnelling tijdens de wedstrijd kunnen volhouden. “Voetbal draait om korte sprintjes. Spelers die heel rap kunnen versnellen, komen veel makkelijker los van hun tegenstander,” zei hij. “Niemand zal Rooney noemen als je vraagt naar een snelle speler. Maar hij is op de eerste meters sneller dan Arjen Robben, die een hogere topsnelheid heeft. Dat is dan ook de reden dat een speler als Rooney zo makkelijk loskomt van zijn tegenstander.”

Bij veel sporten is het belangrijk te ontkomen aan de tegenstander. Dat geldt voor een voetballer die vanuit stilstand een schijnbeweging maakt en een verdediger wil passeren (figuur 1), voor een hockeyster die achter een dieptepass aangaat, en voor een wielrenster die demarreert in een bergrit. De vraag is hoe deze sporters hierop kunnen trainen. Raymond Verheijen denkt dat hij hiervoor een revolutionaire vinding heeft gedaan. De meeste mensen denken dat het erom gaat een hogere topsnelheid te hebben dan de tegenstander. Maar dat is slechts de helft van het verhaal. In bovengenoemde situaties moet de sporter eerst versnellen. Hij neemt een voorsprong als hij dat sneller doet dan zijn tegenstander. Die kan dan wel een hogere topsnelheid hebben, maar zijn ‘prooi’ is dan al gevlogen.
Wat hebben spelers en trainers nu aan deze kennis? Uit het onderzoek van

"My goodness, 20 metres more and Schippers would have reeled her in."



▲ **figuur 1** De voetballer Wayne Rooney (in rood shirt) heeft een fenomenale versnelling.



▲ **figuur 2** Dafne Schippers behaalt zilver op de wereldkampioenschappen 100 m sprint.

Verheijen blijkt dat voetbalspelers gedurende een wedstrijd dezelfde topsnelheid houden, maar tegen het einde van de wedstrijd minder snel op gang komen. Met gerichte training kan die terugval verkleind worden en behaalt de voetballer een voordeel boven zijn tegenstander.

Korte stukjes

Het lijkt er dus op dat snel op gang komen belangrijker is dan het bereiken van een hoge topsnelheid. Dat geldt echter alleen voor korte stukjes. Voor lange stukken is het andersom: iemand met een hoge topsnelheid die traag start, haalt zijn tegenstander uiteindelijk toch weer in. Bij voetbal en hockey is de topsnelheid minder van belang: door de hogere versnelling in de eerste seconden heeft de speler genoeg gelegenheid de bal over te spelen naar een teamgenoot. Bij hardlopen is het anders. Een sprinter die 100 m loopt heeft baat bij snel op gang komen. Een marathonloper daarentegen heeft gedurende de ruim 42 km van de wedstrijd maar heel weinig extra snelheid nodig om een achterstand in te halen die hij in de eerste paar meter opliep.

Flying Dutchwoman

De prestaties van Dafne Schippers zijn een voorbeeld van dit verschil tussen kortere en langere stukken. Op het wereldkampioenschap in Peking in augustus 2015 behaalde Schippers zilver op de 100 m (figuur 2). Ze kwam slechts 0,05 s tekort op Shelly-Ann Fraser-Pryce, die eerste werd. Een opmerkelijke prestatie, als je de lichaamslengte van deze vrouwen vergelijkt: Fraser-Pryce is 1,60 m, Schippers torent hierboven uit met een lengte van 1,79 m. Kleine sporters komen vaak sneller op gang dan langere sporters en hebben op kortere afstanden een voordeel. Ook hier gaat de regel van Verheijen dus op.

Een verslaggever van de BBC die commentaar gaf op de wedstrijd riep uit: "My goodness, 20 metres more and Schippers would have reeled her in." Was de race 20 m langer geweest, dan had Schippers gewonnen. Ze pakte niet voor niets goud op de 200 m, waarbij ze de veel kortere Elaine Thompson en Veronica Campbell-Brown achter zich liet. Daar had ze het voordeel van haar langere benen en hogere topsnelheid.



▲ **figuur 3** Sporters worden beplakt met reflectoren om hun prestaties te kunnen meten en analyseren.

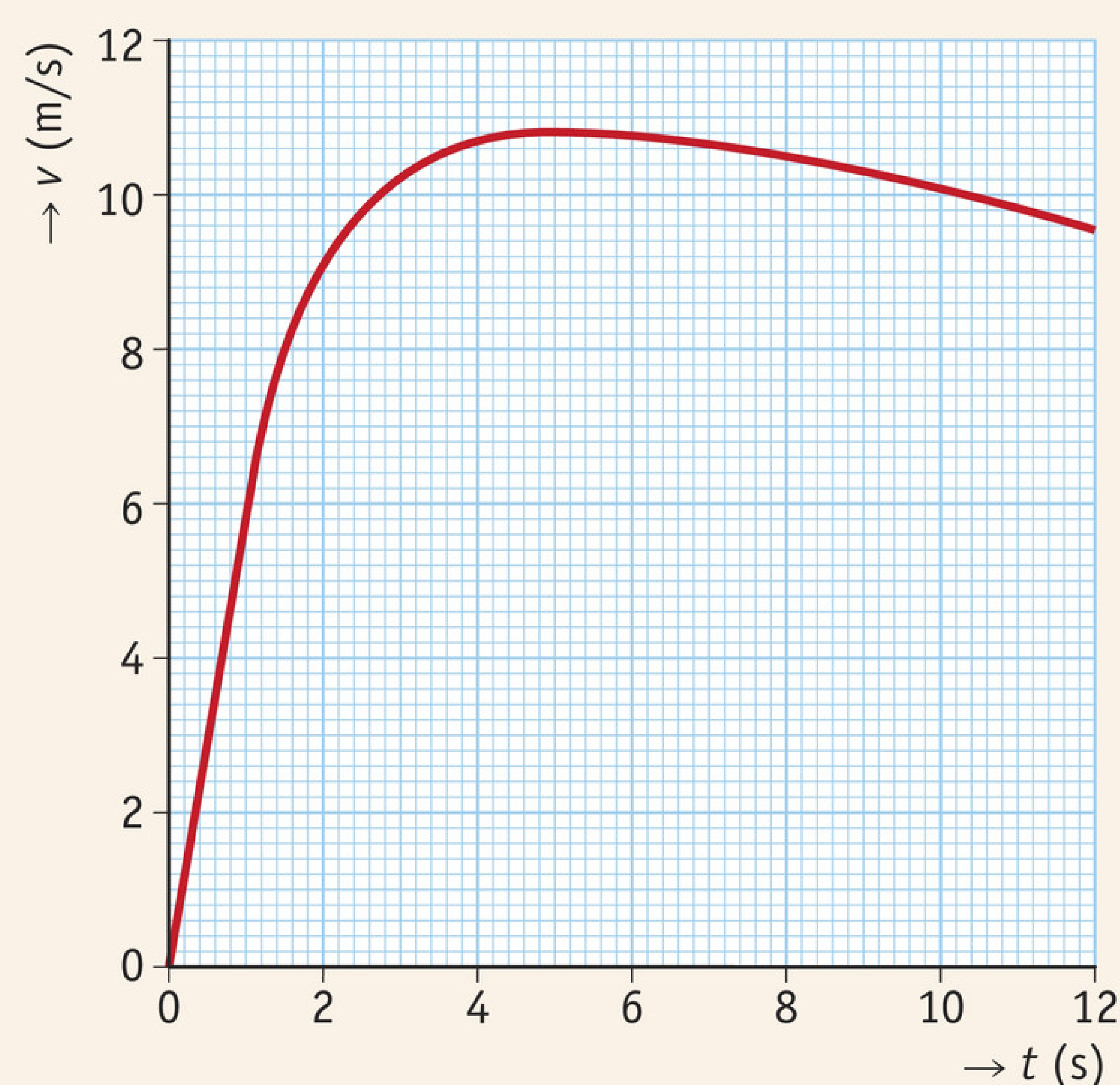
Hoe kan het dan dat Schippers het toch zo goed deed op de 100 m? Een analyse van de wedstrijd laat een paar dingen zien. Ten eerste is het reactievermogen van Schippers fenomenaal: ze start ruim 0,03 s sneller dan de nummer één. Het op gang komen gaat vervolgens wel relatief langzaam, maar haar topsnelheid ligt boven die van haar tegenstanders en ze weet die ook langer vast te houden. Alleen bij de finish verliest Schippers tijd. De tijdwaarneming stopt wanneer het borstbeen over de finishlijn komt. Daarom duiken lopers vlak voor de finish naar voren. Het nadeel van deze duik is een minder optimale loophouding. Hier is Schippers' timing minder goed: ze duikt te vroeg. Het kost haar 0,03 s.

Van lasergun naar smartphone

Een goede prestatie valt of staat dus met het geven van de juiste feedback: de sporter moet gericht weten waar tijdwinst te halen is en hoe daarop te trainen is. Voor het geven van goede feedback moet een trainer de bewegingen van een sporter kunnen analyseren. Daarvoor zijn verschillende manieren. Zo worden videocamera's en laserguns gebruikt. Het nadeel daarvan is dat er vaak zes of meer camera's op verschillende posities nodig zijn en de sporter moet worden beplakt met reflectoren. Niet echt praktisch bij een wedstrijd.
Technici en wetenschappers kijken daarom naar technieken die in smartphones zitten en bovendien niet duur zijn: versnellingsmeters, gyroscopen en kompassen. Door een sporter uit te rusten met deze sensoren kan de beweging in real time nauwkeurig worden vastgelegd om later te worden geanalyseerd (figuur 3). Deze toepassing bevindt zich nog in de experimentele fase, maar waarschijnlijk kan ook de recreatieve sporter er over niet al te lange tijd gebruik van maken om een topprestatie neer te zetten, of bijvoorbeeld om blessures te voorkomen.

Bal met ingebouwde computer

Sensoren en computers kunnen tegenwoordig zo klein worden gemaakt dat ze in te bouwen zijn in een cricketbal. Met deze techniek is het wetenschappers gelukt bij cricket de beweging van de bal zeer nauwkeurig en in realtime te volgen. Zelfs hoe de bal draait is ermee zichtbaar te maken. De techniek blijft niet beperkt tot cricket, maar kan toegepast worden bij allerlei balsporten. Bijvoorbeeld ter vervanging van de hawk-eye die nu bij tennis wordt gebruikt om de beslissing van een scheidsrechter ter discussie te stellen. De hawk-eye bestaat uit tien hogesnelheidscamera's gekoppeld aan een krachtige computer en kost ruim tienduizend euro. De minicomputer die in een cricketbal past, kost slechts enkele honderden euro's..



▲ **figuur 4** snelheid als functie van de tijd bij de race van Dafne Schippers in Peking

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Wereldkampioenschap Peking
Bekijk het (v,t)-diagram van Dafne Schippers op de 100 m in Peking (figuur 4).
Beantwoord de volgende vragen.

- **a** Bepaal de topsnelheid van Schippers.
- **b** Bepaal hoeveel meter Schippers heeft afgelegd op het moment dat ze haar topsnelheid bereikt.
- **c** Bepaal de maximale versnelling van Schippers. Druk je antwoord uit in eenheden g, de valversnelling.

Shelly-Ann Fraser-Pryce werd eerste op de 100 m.

- **d** Schets in je schrift het (v,t)-diagram van zowel Fraser-Pryce als dat van Schippers.

Fraser-Pryce finishte 0,05 s eerder dan Schippers. Een verslaggever van de BBC merkt op dat Schippers gewonnen zou hebben wanneer de race 20 m langer was geweest.

- **e** Ga door een berekening na of de verslaggever gelijk heeft. Ga ervan uit dat beide sporters het laatste stuk van de race met constante snelheid afleggen: Fraser-Pryce met 8,6 m/s, Schippers met 8,8 m/s.

De verwachtingen op de Olympische Spelen van Rio de Janeiro in 2016 waren hooggespannen. Schippers werd als kanshebber gezien op de 100 en 200 m. Door een kleine blessure, een paar dagen voor de 100 m, was ze echter niet in topvorm. Op de 100 m eindigde ze als vijfde. Op de 200 m behaalde ze zilver, ze kwam 0,10 s tekort voor goud.

- **f** Leg uit dat deze resultaten in overeenstemming zijn met de bewering in de tekst dat Schippers het van een hoge topsnelheid moet hebben.
- **g** Beredeneer of haar blessure vooral invloed heeft gehad op haar versnelling of op haar topsnelheid.

2 Nelli Cooman
De Rotterdamse atlete Nelli Cooman werd in haar loopbaan zes keer Europees kampioene op de 60 m en twee keer wereldkampioene. Op de 100 m was ze wel goed, maar geen wereldtop.

- **a** Leg uit of Cooman in verhouding tot haar concurrentes een grote maximale versnelling had, of juist een grote maximale snelheid.
- **b** Passen Coomans resultaten bij een vrij kleine, sterke atlete of bij een lange atlete die grote passen kan maken? Licht je antwoord toe.

3 WK-voetbal
Aan het begin van een WK hebben een voetballer van Zuid-Korea en een voetballer van Bulgarije allebei een maximale versnelling van 5,0 m/s^2. Na drie weken is de maximale versnelling bij de Bulgaar met 1,5 m/s^2 verminderd. De Koreaan heeft speciaal op versnelling getraind, bij hem is de afname slechts 0,5 m/s^2.
Bereken hoe ver de Koreaan uitloopt op de Bulgaar in een sprintje dat 2,0 s duurt en gelijktijdig begint.

4 Hardlopers
Twee hardlopers A en B hebben *dezelfde snelheid*. Hardloper B ligt op tijdstip t = 0 s voor op de hardloper A.

- **a** Schets de beweging van beide hardlopers in een (x,t)-diagram.
- **b** Leg aan de hand van het diagram uit dat de afstand tussen beide hardlopers gelijk blijft.

Hardlopers C en D bevinden zich op een bepaald moment op dezelfde positie. Hardloper D heeft een grotere snelheid dan hardloper C. Beiden hebben een constante snelheid.

- **c** Schets de beweging van beide hardlopers in een (x,t)-diagram.
- **d** Leg aan de hand van het diagram uit dat de afstand tussen de hardlopers recht evenredig is met de tijd.

Hardlopers E en F starten tegelijkertijd en op dezelfde positie. Ze hebben *verschillende, constante versnellingen*. Hardloper F heeft de grootste versnelling.

- **e** Schets de beweging van beide hardlopers in een (x,t)-diagram.
- **f** Toon aan dat de afstand tussen beide hardlopers kwadratisch toeneemt met de tijd. Leid hiertoe een verband (formule) af voor de afstand tussen de hardlopers als functie van de tijd.

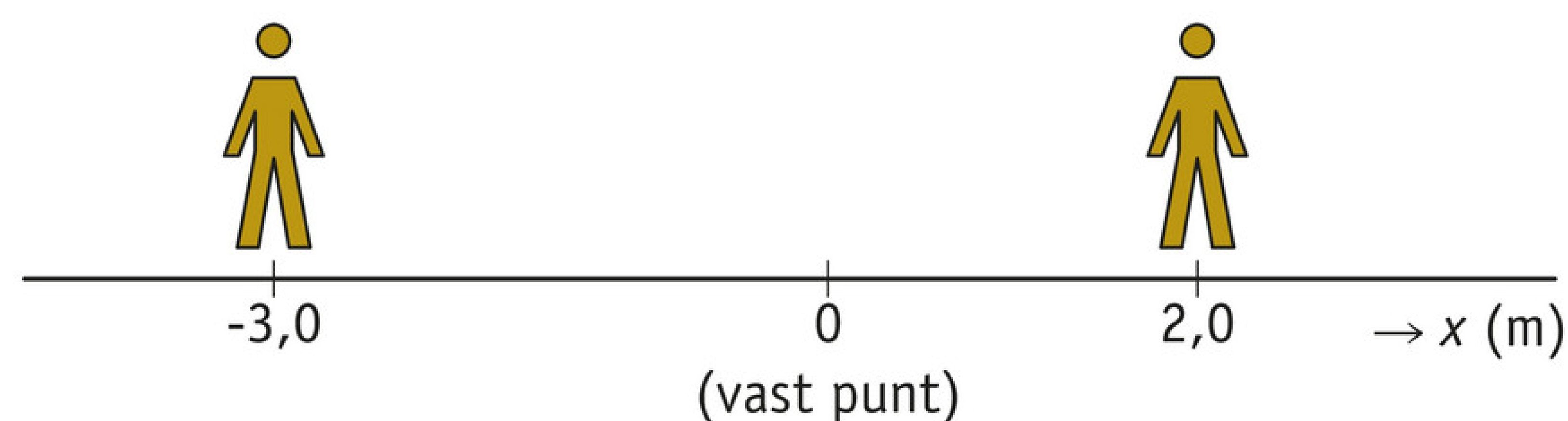
1 Plaats bepalen

In deze paragraaf leer je:
- uitleggen wat het verschil is tussen plaats, verplaatsing en afgelegde weg van een voorwerp;
- op verschillende manieren de verplaatsing van een voorwerp bepalen (meten);
- de verplaatsing van een voorwerp weergeven in een diagram.

Dit hoofdstuk behandelt bewegingen langs een rechte lijn, ook wel rechtlijnige bewegingen genoemd. Als je op verschillende tijdstippen de plaats van een voorwerp meet, kun je de snelheid en versnelling bepalen. In deze paragraaf komen verschillende manieren aan bod om plaats en verplaatsing te meten. In de volgende paragrafen gebruik je deze informatie om snelheid en versnelling te bepalen.

Plaats, verplaatsing en afgelegde weg

De **plaats** van een voorwerp is de afstand die het voorwerp heeft ten opzichte van een bepaald vast punt. In figuren of grafieken van bewegingen langs een rechte lijn is de plaats rechts van het vaste punt positief en links ervan negatief (figuur 1).



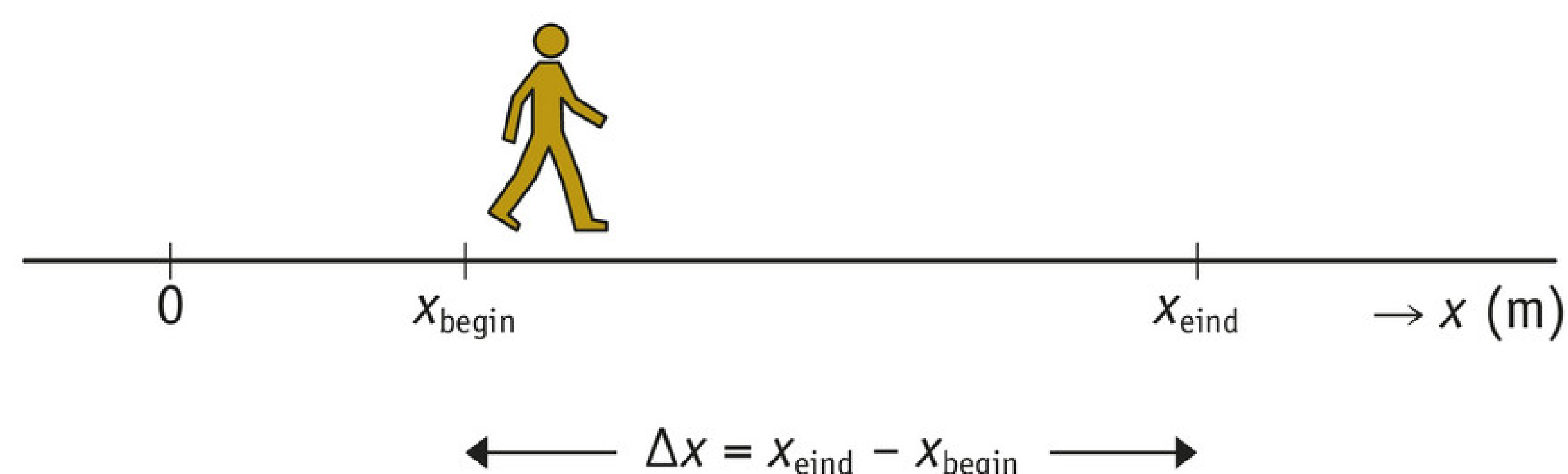
▲ **figuur 1** Een plaats is een afstand ten opzichte van een gekozen vast punt.

Een **verplaatsing** is een verschil of verandering in plaats: de afstand tussen twee plaatsen waar het voorwerp is geweest (figuur 2). In formule:

$$\Delta x = x_{eind} - x_{begin}$$

Hierin is:
- Δx de verplaatsing in meter (m);
- x de plaats in meter (m), x_{begin} de beginplaats, x_{eind} de eindplaats.

De Griekse letter Δ (spreek uit: delta) betekent hier 'verandering van'. Dus Δx betekent 'verandering van plaats'. Voor verplaatsing wordt ook wel de letter s gebruikt, dus $\Delta x = s$.



▲ **figuur 2** De verplaatsing is gelijk aan het verschil in plaats.

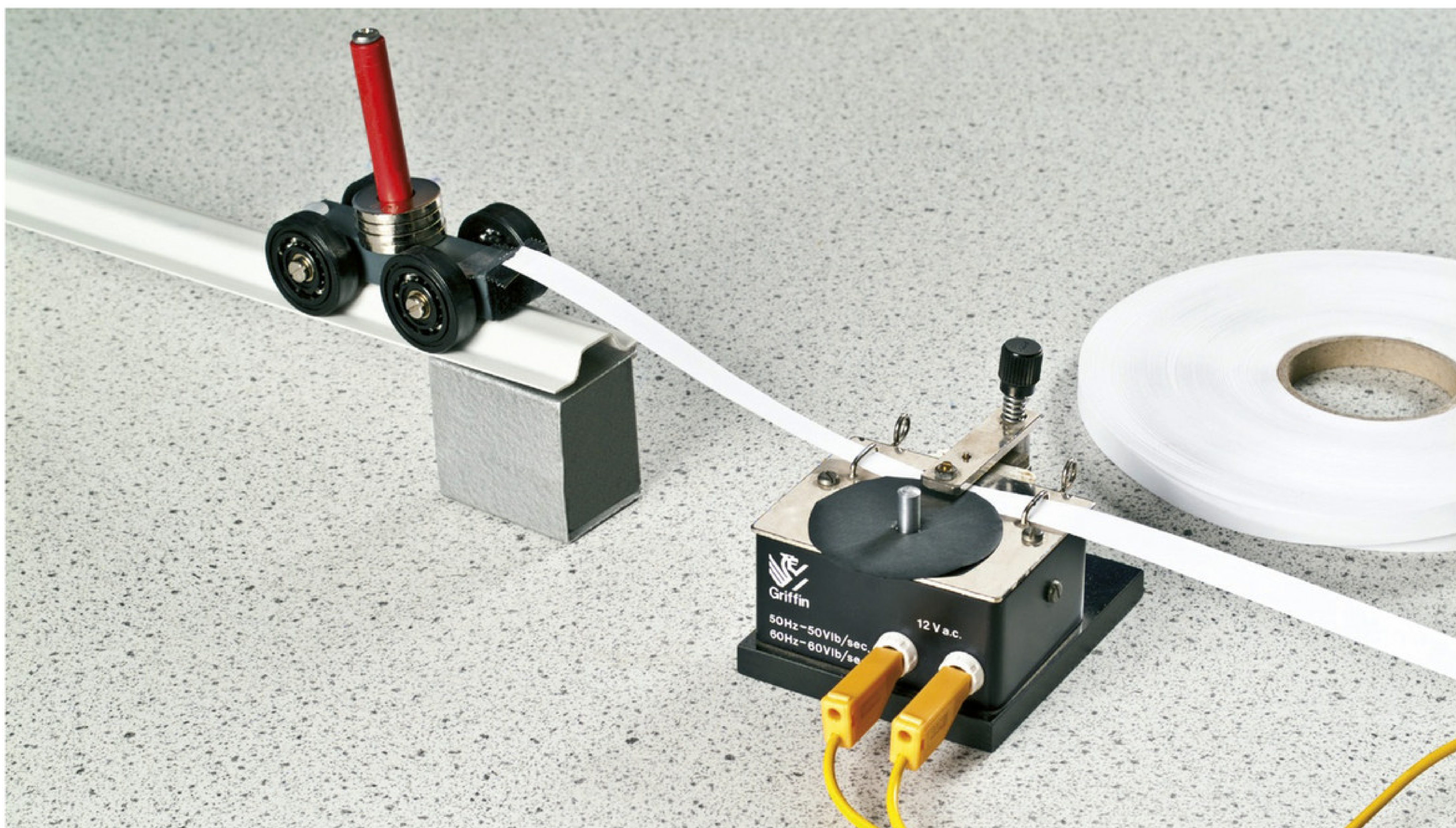
Plaats en verplaatsing hebben dus met elkaar te maken en zijn soms zelfs gelijk. Stel dat een voorwerp verplaatst vanaf een vast punt $x_0 = 0$ m. Het beweegt 4,0 m in de positieve x-richting.

Dan is de plaats van het voorwerp dus 4,0 m en de verplaatsing ook. Daarom wordt voor het beginpunt van een beweging, zoals de start van een sprinter, meestal x_0 = 0 m gekozen. Algemeen: de verplaatsing Δx van een voorwerp ten opzichte van het beginpunt x_0 is gelijk aan de plaats x.
Het is mogelijk dat je een wandeling maakt, maar dat je verplaatsing toch nul is. Als je bijvoorbeeld op een perron 15 m heen- en 15 m terugloopt, dan ben je weer terug op het punt waar je begon. Je verplaatsing is dan nul, maar je hebt wel heen en weer gelopen. De **afgelegde weg** is de afstand die je in totaal hebt afgelegd. De afgelegde weg is in dit voorbeeld dus niet nul, maar 15 + 15 = 30 m.

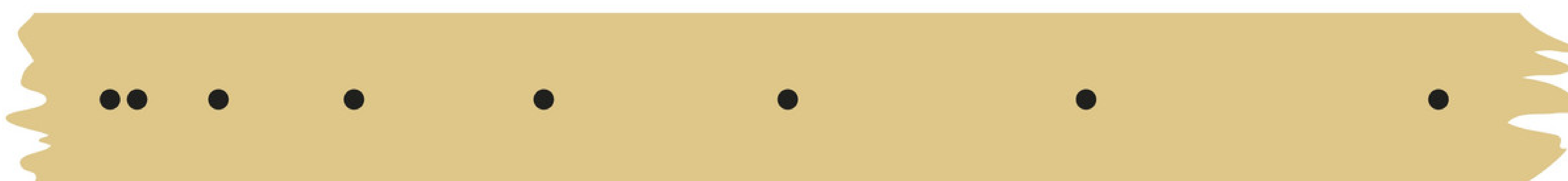
Plaats en verplaatsing meten

Er zijn verschillende methoden om de plaats of verplaatsing van bewegende voorwerpen te meten. Welke methode het handigst is, hangt van de situatie af.

- *Tijdtikker*. Aan een bewegend voorwerp bevestig je een lang, papieren strookje dat door een tikker geleid wordt (figuur 3). De tikker zet elke seconde een aantal stippen op het strookje (meestal vijftig). Als het strookje zich door de tikker verplaatst, komen de punten uit elkaar te liggen (figuur 4). De afstand tussen de stippen kun je meten en de tijd tussen elke twee stippen is bekend. Zo kun je op veel tijdstippen de verplaatsing van je voorwerp bepalen.



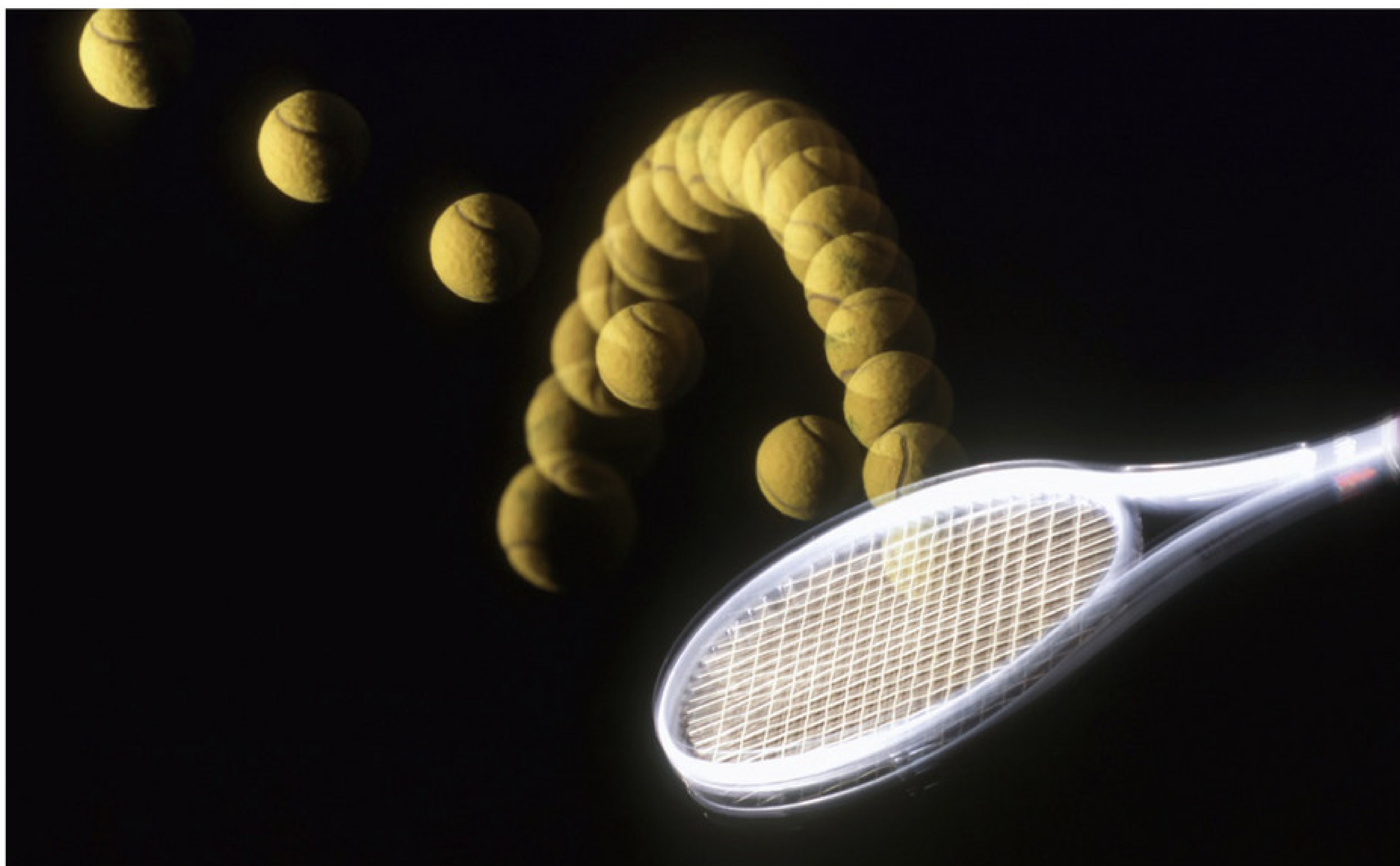
▲ **figuur 3** Een tikkerband wordt door een tikker geleid die elke seconde vijftig stippen zet.



▲ **figuur 4** deel van een tikkerband

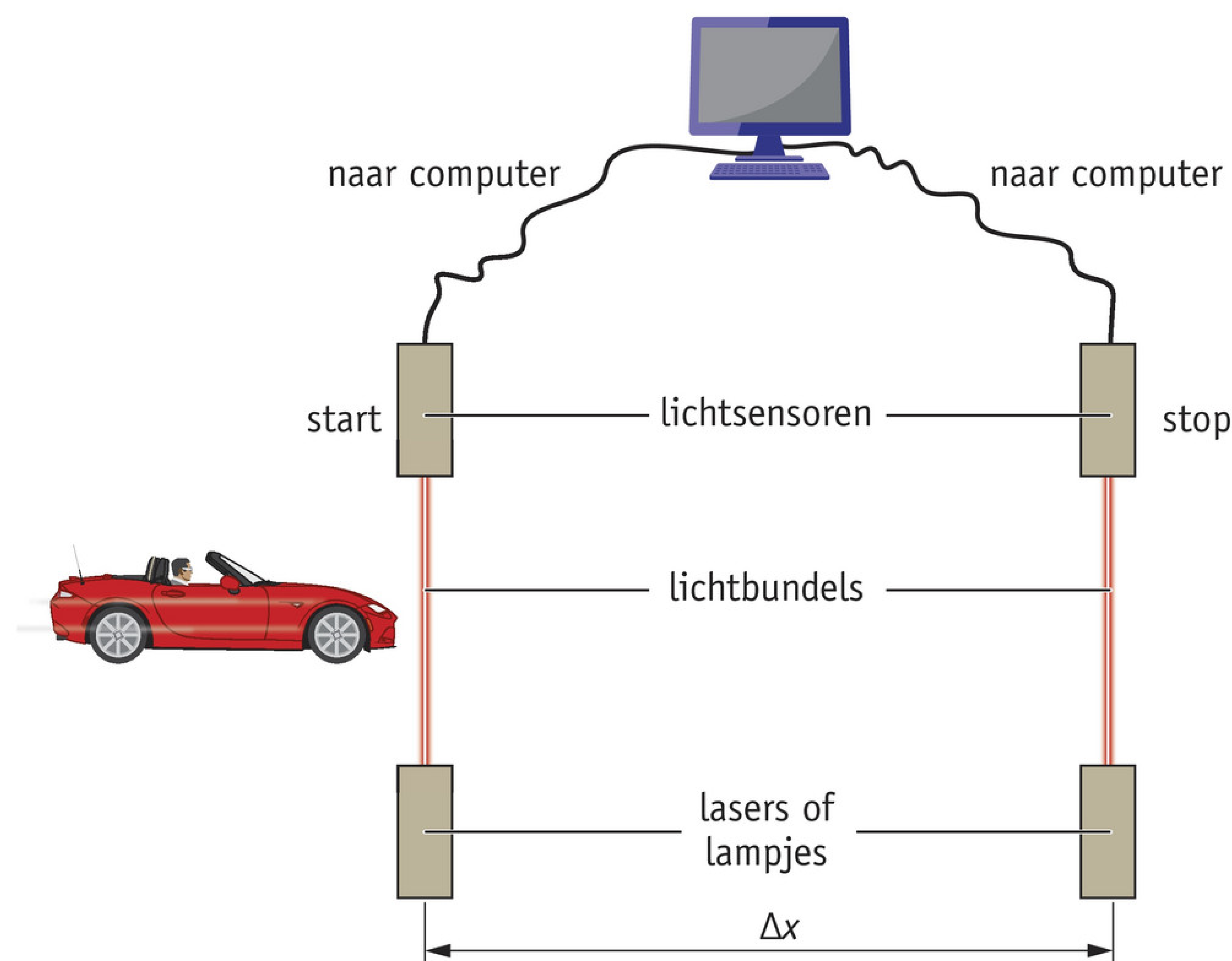
- *Ultrasone afstandsmeter*. Een ultrasone afstandsmeter werkt met een vorm van echolocatie, de manier waarop vleermuizen hun prooi waarnemen. De afstandsmeter zendt met regelmaat onhoorbare (ultrasone) klikjes uit. Wanneer deze door een voorwerp worden weerkaatst en weer opgevangen kan uit het tijdverschil tussen uitzenden en weer opvangen van het klikje de afstand tot het voorwerp berekend worden. Doordat er per seconde heel veel klikjes worden uitgezonden, kan op heel veel tijdstippen de afstand bepaald worden.
- *Videometen*. Bij videometen maak je een filmopname van het bewegende voorwerp. De meeste filmcamera's maken 25 beeldjes per seconde (25 Hz). Zo leg je dus de positie van het voorwerp elke 0,040 s vast. Als je de schaal kent van de filmbeelden, bijvoorbeeld door een meetlat mee te filmen, dan kun je met de computer berekenen wat de plaats van het voorwerp was op verschillende tijdstippen. Hoe dit precies werkt leer je in experiment 1.

- *Stroboscopische foto*. Een stroboscoop is een lamp die met regelmatige tussenpozen flitsen geeft. Elke flits duurt zeer kort vergeleken met de tijd tussen de flitsen. Door een bewegend voorwerp met een stroboscoop te belichten, zie je het voorwerp steeds op een andere plaats. Deze beweging kun je vastleggen met een fototoestel met een lange belichtingstijd (figuur 5).



▲ **figuur 5** stroboscopische foto (frequentie = 37 Hz) van een tennisbal en racket

- *Lichtpoortje*. Met twee lichtpoortjes die op een bepaalde afstand Δx van elkaar staan meet je de tijd waarin een voorwerp een bepaalde afstand aflegt. Daarmee kun je de gemiddelde snelheid bepalen over die afstand. Een lichtpoortje heeft een lichtsensor en is aangesloten op een computer (figuur 6). De lichtsensor wordt beschenen door een lichtstraal. Als de auto de eerste lichtstraal onderbreekt, start de computer een teller die stopt als de auto de tweede lichtstraal onderbreekt.



▲ **figuur 6** opstelling met twee lichtpoortjes

Bij deze methoden (behalve het lichtpoortje) maak je eerst een tabel met de plaats x van het voorwerp op tijd t. Met behulp van de tabel maak je vervolgens een (x,t)-diagram dat heel beknopt de beweging van het voorwerp weergeeft. In de volgende paragrafen leer je hoe je met behulp van zo'n tabel en diagram de snelheid en versnelling kunt bepalen.

▶ **EXPERIMENT 1** Verplaatsing meten (apparatuurpracticum)

Onthoud!

- De plaats x van een voorwerp is de afstand die het voorwerp heeft ten opzichte van een afgesproken punt.
- De verplaatsing Δx van een voorwerp is het verschil in plaats: $\Delta x = x_{eind} - x_{begin}$
  Verplaatsing kan zowel positief als negatief zijn.
- De afgelegde weg van een voorwerp is de totale afstand die het voorwerp heeft afgelegd tussen twee tijdstippen.
- Er zijn verschillende manieren om de verplaatsing van een voorwerp te bepalen: tijdtikker, ultrasone afstandsmeter, videometen, stroboscopische foto, lichtpoortje.

Opdrachten

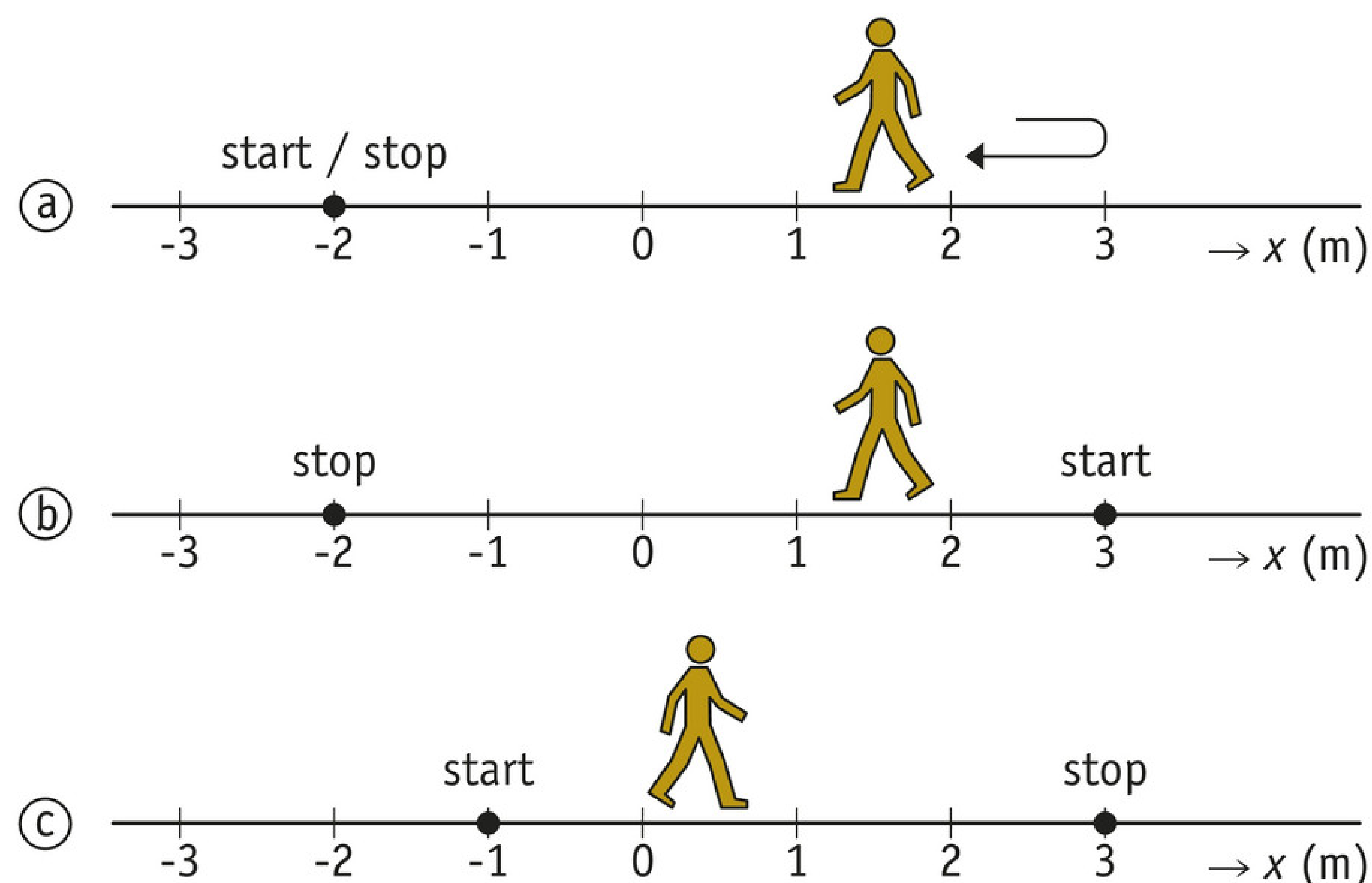
1 Plaats, verplaatsing en afgelegde weg
De begrippen plaats, verplaatsing en afgelegde weg lijken erg op elkaar.
a Beschrijf deze begrippen in je eigen woorden.
b In welke situatie is de plaats van een voorwerp gelijk aan de verplaatsing van het voorwerp?

2 Verplaatsing
Bekijk figuur 1.
a Lees de plaats af van de twee mannetjes.

Het linkermannetje loopt naar het rechtermannetje.
b Hoe groot is de verplaatsing van het linkermannetje?

Het rechtermannetje loopt naar de oude positie van het linkermannetje.
c Hoe groot is de verplaatsing van het rechtermannetje?
d Hoe groot is de afgelegde weg van deze twee mannetjes?

3 Verplaatsing en afgelegde weg
Het lijkt alsof verplaatsing en afgelegde weg hetzelfde betekenen, maar het zijn verschillende begrippen.
a Leg uit in welke situatie de afgelegde weg van een voorwerp gelijk is aan de verplaatsing.
b Orden de drie situaties in figuur 7 van kleinste naar grootste verplaatsing.
c Orden de situaties in figuur 7 van kleinste naar grootste afgelegde weg.



▲ **figuur 7** verschil tussen verplaatsing en afgelegde weg

4 Verplaatsing meten

In de volgende drie situaties is het nodig de verplaatsing te bepalen in een bepaalde tijd:

I Een sprinkhaan die opspringt.
II Een hardloper op de 100 m.
III Een auto op de snelweg.

In de theorie zijn de volgende methoden genoemd om de verplaatsing te bepalen: tijdtikker, ultrasone afstandsmeter, videometen, stroboscopische opname, lichtpoortje.
Geef voor elk van de drie situaties aan welke van deze methoden geschikt zijn om de verplaatsing te bepalen. Beargumenteer je keuze.

5 Tikkerband

In figuur 4 zie je een deel van een tikkerband op ware grootte. Aan deze band hing een vallend gewichtje waarvan de verplaatsing werd gemeten. De tikker had een frequentie van 50 Hz: elke seconde zijn er 50 stippen gezet.

a Bereken de tijd tussen twee tikken.
b Maak een tabel zoals hier weergeven. Noem het punt links in figuur 4 t = 0 s, met x = 0 m. Vul de tabel verder in.

t (ms)	x (mm)	Δx (mm)

c Gebruik je tabel om een (x,t)-diagram te tekenen.

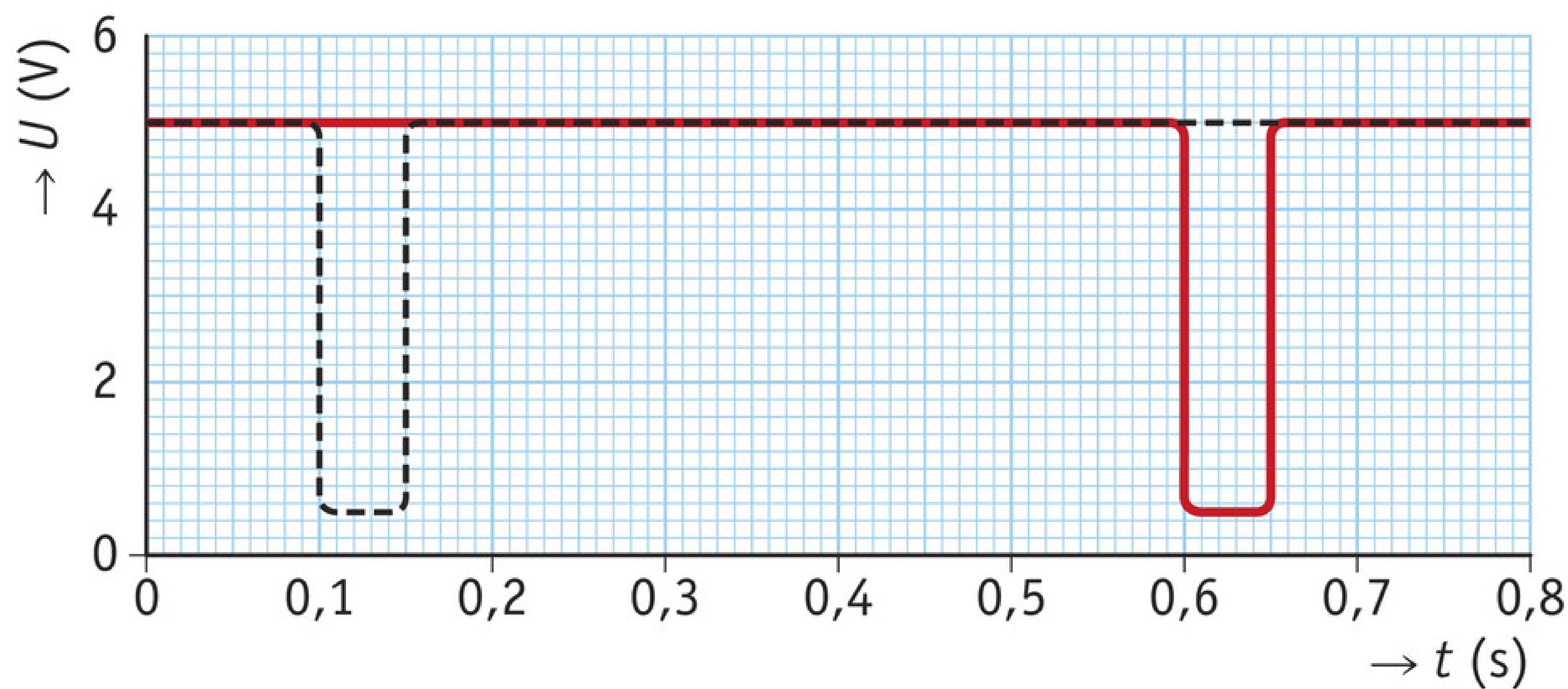
6 Stroboscopische foto

Bestudeer de stroboscopische foto uit figuur 5.

a Hoe kun je aan de foto zien dat de flitsen kort duren ten opzichte van de tijd tussen de flitsen?
b Bepaal hoelang de opname minimaal heeft geduurd.
c Leg uit wat de volgorde van gebeurtenissen is geweest: kwam de bal van linksboven schuin in beeld tegen het racket en vervolgde in een boogje, of juist andersom?
d De tennisbal heeft een diameter van 6,7 cm.
Bepaal de verplaatsing in cm van de tennisbal, vanaf het moment dat deze links in beeld verschijnt tot het raken van het tennisracket.

7 Lichtpoortjes

Een speelgoedautootje rijdt met constante snelheid door twee lichtpoortjes. De twee lichtsensoren geven een hoge spanning (5 V) als er licht op valt en een lage spanning als er geen of weinig licht op valt. In figuur 8 zie je de spanning van de lichtsensoren als functie van de tijd.



▲ **figuur 8** diagram van de lichtsensoren

a Bepaal hoelang het autootje doet over het passeren van de eerste lichtsensor.
b Bepaal hoelang het autootje doet over het passeren van de afstand tussen de twee lichtpoortjes.
c Hoe kun je aan figuur 8 zien dat het autootje met constante snelheid heeft gereden?
d Schets het (U,t)-diagram van de lichtsensoren wanneer het autootje twee keer zo snel rijdt.

2 Snelheid: verandering van plaats

In deze paragraaf leer je:
- een eenparige rechtlijnige beweging herkennen;
- berekeningen doen aan eenparige rechtlijnige bewegingen;
- een raaklijn tekenen aan een grafiek;
- de helling van een raaklijn bepalen;
- uit een (plaats,tijd)-diagram de gemiddelde snelheid en de snelheid op een bepaald moment bepalen.

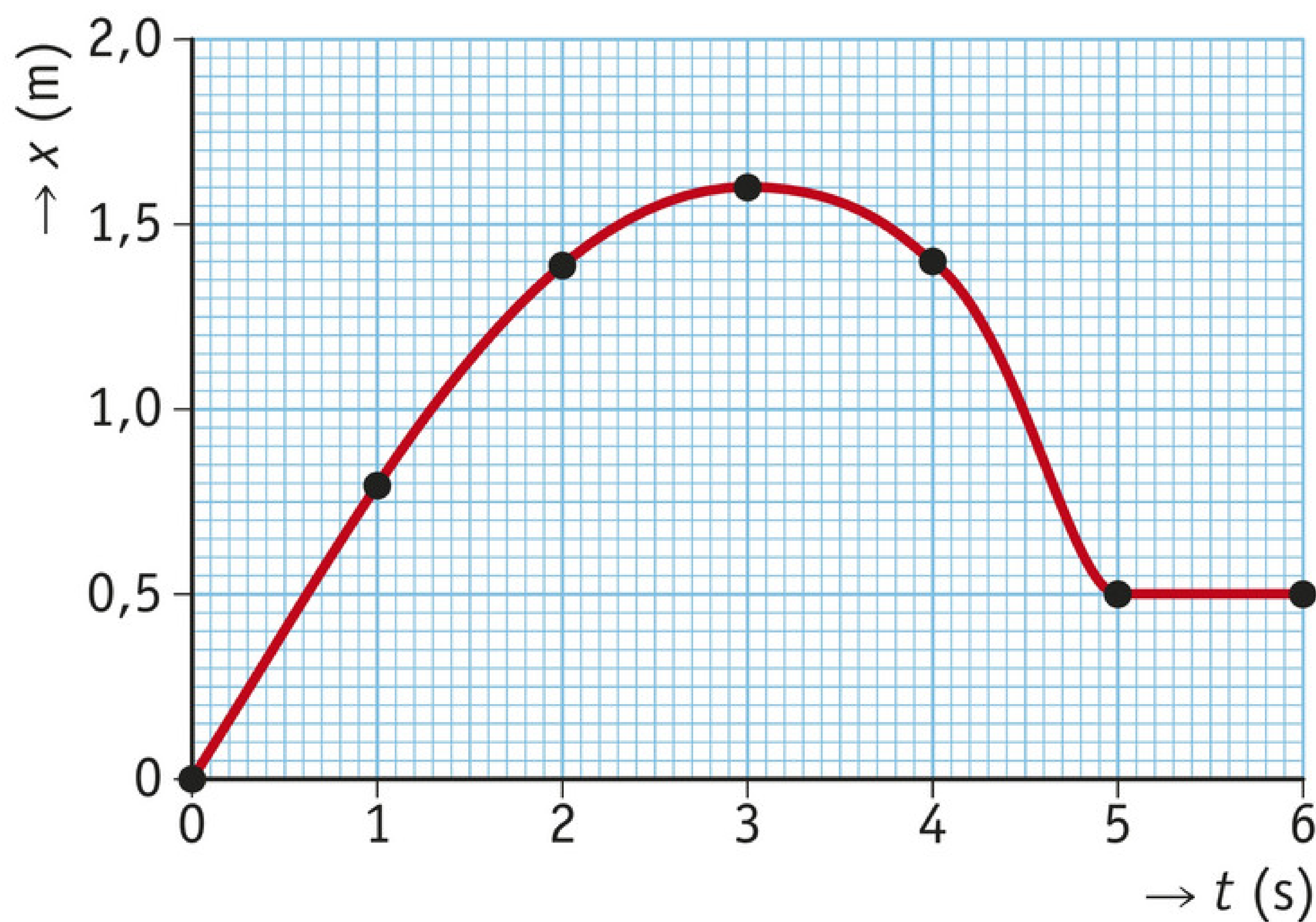
Als je sneller gaat, leg je meer afstand af in een bepaalde tijd. In de vorige paragraaf heb je kunnen lezen hoe je plaats en verplaatsing kunt meten als functie van de tijd. In deze paragraaf leer je hoe je met die gegevens de snelheid bepaalt.

Snelheid en gemiddelde snelheid

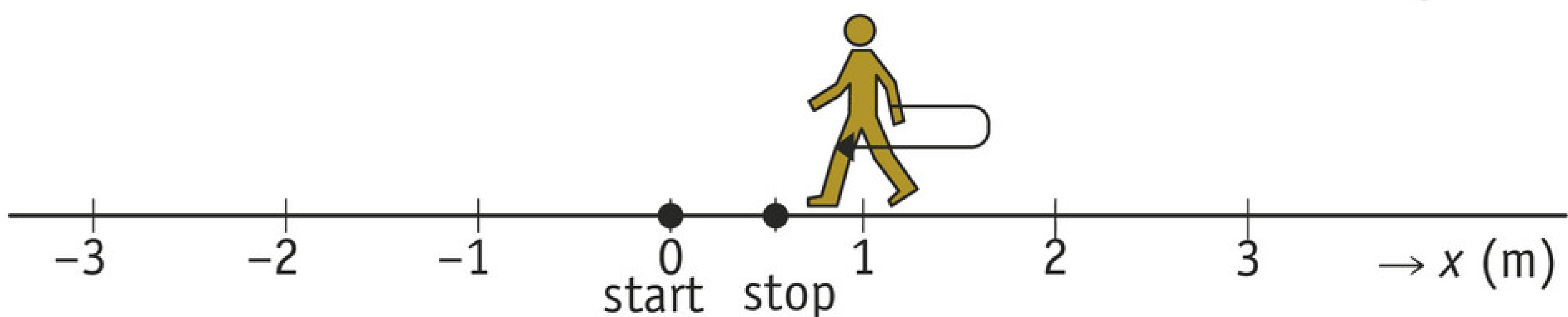
Snelheid is de hoeveelheid verplaatsing per tijdseenheid. Om de snelheid te bepalen, meet je daarom op verschillende tijdstippen de plaats van een voorwerp. Tijdens het meten zet je de meetgegevens direct in een tabel. Vervolgens maak je met behulp van de tabel een (x,t)-diagram. In tabel 1 en figuur 9 zie je hiervan een voorbeeld. Figuur 10 laat de bijbehorende beweging zien: een persoon startte bij x = 0 m, liep toen naar x = 1,6 m, keerde om, en stopte uiteindelijk bij x = 0,5 m. Een seconde later, op t = 6,0 s, stopte de meting.

▼ **tabel 1** meetgegevens voor de plaats van een persoon op verschillende tijdstippen

t (s)	x (m)
0,0	0,0
1,0	0,8
2,0	1,4
3,0	1,6
4,0	1,4
5,0	0,5
6,0	0,5



▲ **figuur 9** (x,t)-diagram



▲ **figuur 10** de wandeling die hoort bij tabel 1 en figuur 9

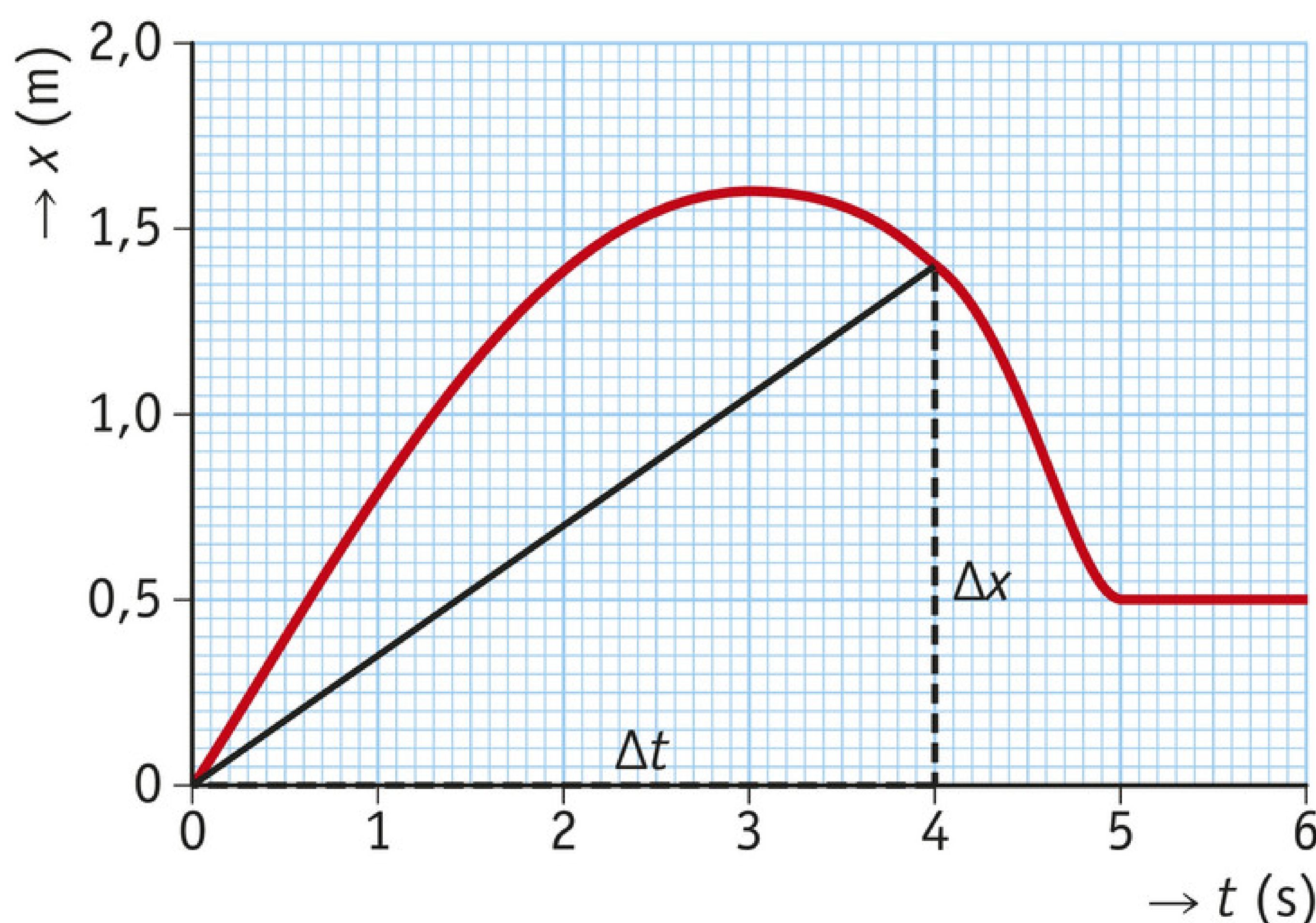
Je ziet aan het diagram in figuur 9 dat de snelheid van de persoon niet constant was. Het is dus lastig te zeggen wat dé snelheid was. Je kunt wel de **gemiddelde snelheid** tussen twee tijdstippen berekenen met de volgende formule:

$$v_{gem} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

De gemiddelde snelheid tussen t = 0,0 s en t = 4,0 s was dus:

$$v_{gem} = \frac{1{,}4 - 0{,}0}{4{,}0 - 0{,}0} = \frac{1{,}4}{4{,}0} = 0{,}35 \text{ m/s}$$

Je hebt hier eigenlijk de helling (richtingscoëfficiënt) bepaald van de rechte lijn in figuur 11. Je ziet dat de grafiek soms steiler is dan deze rechte lijn, en soms vlakker. Dat betekent dat de snelheid soms hoger en soms lager was dan de gemiddelde snelheid.

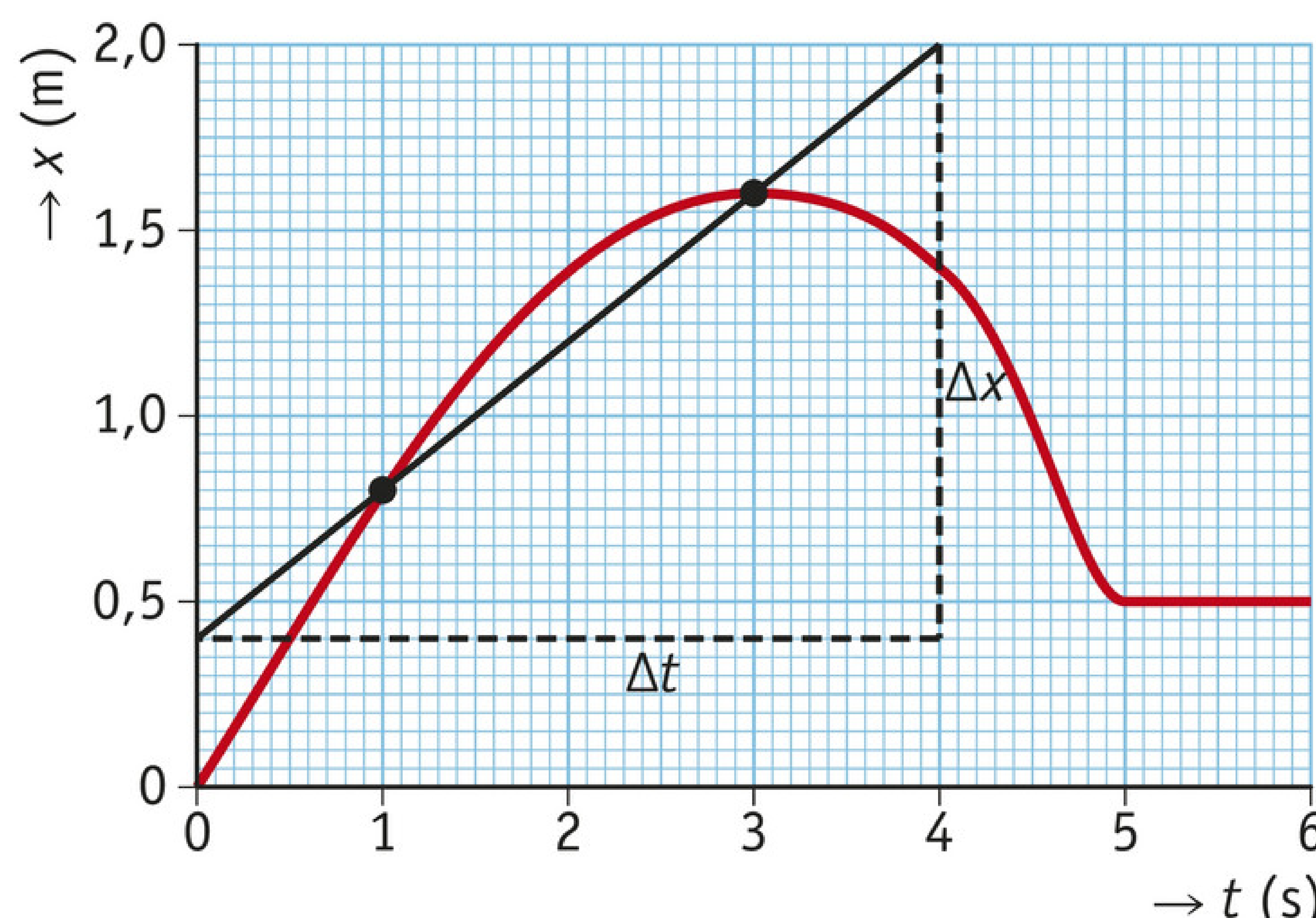


▲ **figuur 11** bepalen van de gemiddelde snelheid tussen 0,0 en 4,0 s

Snelheid op één moment

Je kunt uit het (x,t)-diagram ook de snelheid op één bepaald tijdstip bepalen. Dit wordt de **instantane snelheid** genoemd. Die is gelijk aan de helling van de grafiek in het (x,t)-diagram op een bepaald tijdstip. Kijk eens naar figuur 12. Stel je wilt de snelheid weten op t = 2,0 s. Als benadering kun je dan de gemiddelde snelheid rond dat punt bepalen, bijvoorbeeld tussen t = 1,0 s en t = 3,0 s. Daarvoor bepaal je de helling van de rechte lijn. Die is extra lang getekend, zodat de relatieve afleesfout kleiner is. De relatieve afleesfout is de afleesfout ten opzichte van de afgelezen waarde. Je vindt dan:

$$v_{gem} = \frac{1{,}6 - 0{,}8}{3{,}0 - 1{,}0} = \frac{0{,}8}{2{,}0} = 0{,}40 \text{ m/s}$$



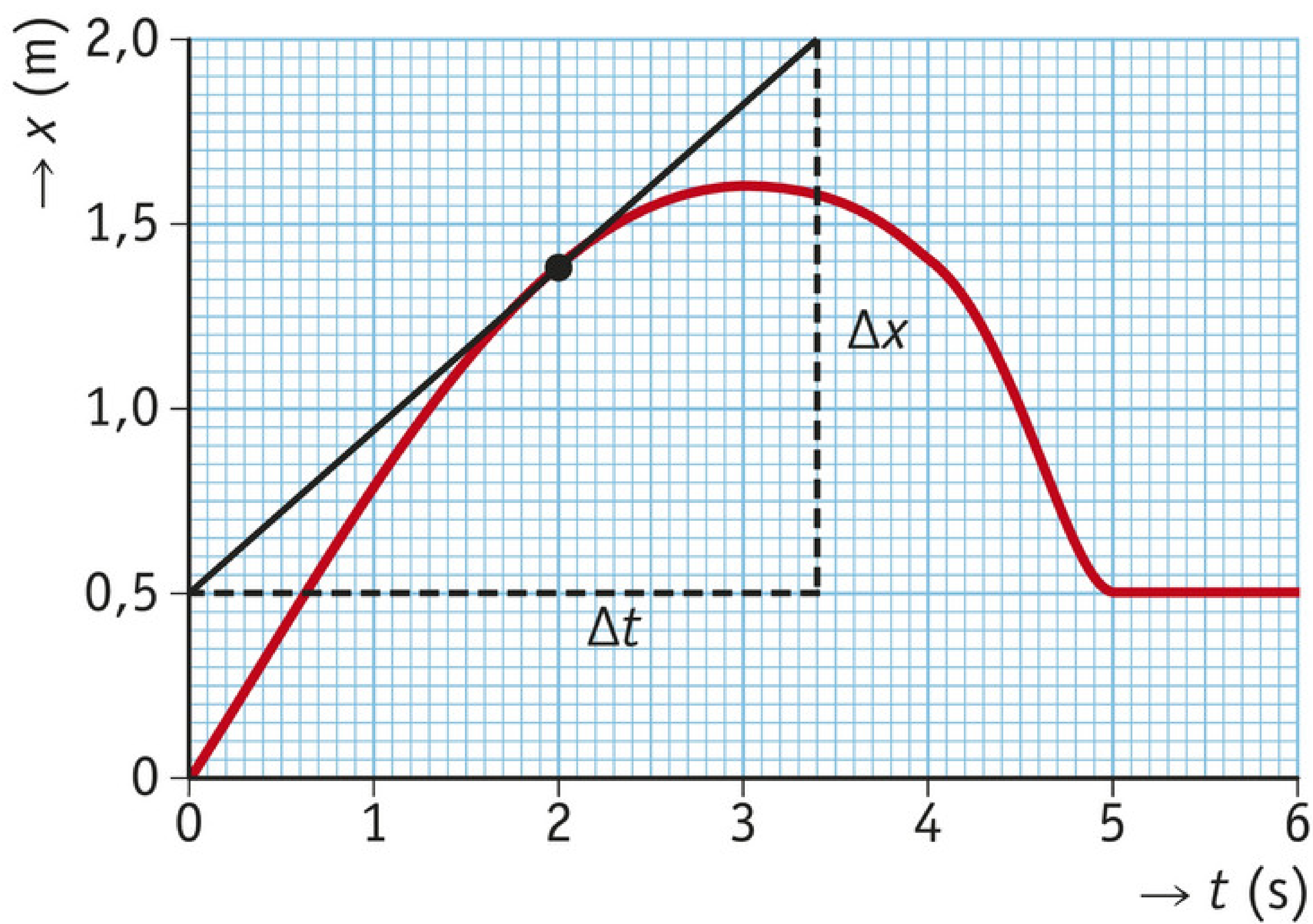
▲ **figuur 12** bepalen van de gemiddelde snelheid tussen 1,0 en 3,0 s

Als je het tijdsinterval kleiner en kleiner maakt, krijg je een steeds nauwkeuriger waarde voor de snelheid op t = 2,0 s. De lijn die je uiteindelijk krijgt heet de **raaklijn** aan de grafiek. De helling van die raaklijn is gelijk aan de snelheid op dat moment (figuur 13):

$$v(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{de helling van de raaklijn in het punt } (t,x)$$

Dus de snelheid op t = 2,0 s is:

$$v(2{,}0\ \text{s}) = \frac{2{,}0 - 0{,}5}{3{,}4 - 0{,}0} = \frac{1{,}5}{3{,}4} = 0{,}44\ \text{m/s}$$



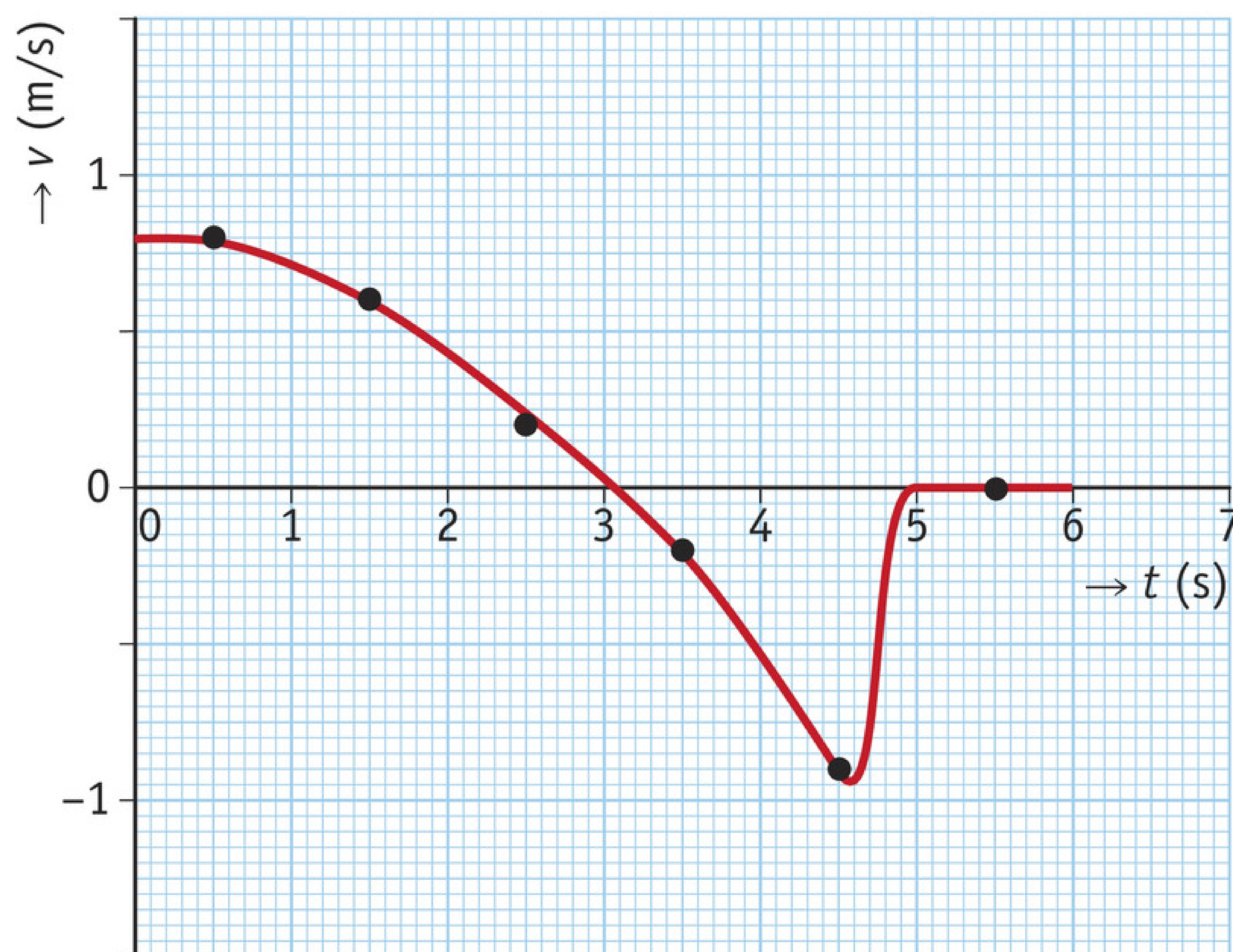
▲ **figuur 13** bepalen van de snelheid op t = 2,0 s

Snelheidsdiagrammen

Als je de snelheid op meerdere tijdstippen met behulp van een raaklijn bepaalt, kun je een (snelheid,tijd)-diagram tekenen. Dat is wat omslachtig en gelukkig is er een makkelijkere manier. Je kunt namelijk van alle tijdintervallen in tabel 2 de gemiddelde snelheid berekenen en die in een grafiek zetten. Die gemiddelde snelheden benaderen de echte snelheid in het midden van het tijdsinterval. Net zoals de helling van de raaklijn uit figuur 12 de helling benadert van de grafiek op t = 2,0 s. Het resultaat staat in tabel 2 en figuur 14.

▼ **tabel 2** verplaatsing en gemiddelde snelheden voor de gegevens uit tabel 1

t (s)	x (m)	Δx (m)	$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
0,0	0,0	–	
0,5			0,8
1,0	0,8	0,8	
1,5			0,6
2,0	1,4	0,6	
2,5			0,2
3,0	1,6	0,2	
3,5			−0,2
4,0	1,4	−0,2	
4,5			−0,9
5,0	0,5	−0,9	
5,5			0,0
6,0	0,5	0,0	



▲ **figuur 14** (v,t)-diagram voor de beweging uit tabel 2

Het is te verwachten dat de snelheid vloeiend veranderde. Door de eerste vijf punten kun je een vloeiende kromme tekenen wanneer je iets boven het punt bij 2,5 s langs gaat. De snelheid is eerst even constant en neemt dan steeds meer af. In figuur 9 kun je zien dat de snelheid op t = 5,0 s weer nul is. Dat gebeurt niet ineens, maar op een vloeiende manier. Als je meer meetpunten hebt, dan kun je de grafiek preciezer tekenen.

Uit figuur 14 kun je aflezen dat op t = 2,0 s de snelheid gelijk was aan v = 0,40 m/s. Dat komt goed overeen met de bepaling op basis van de raaklijn in figuur 13.

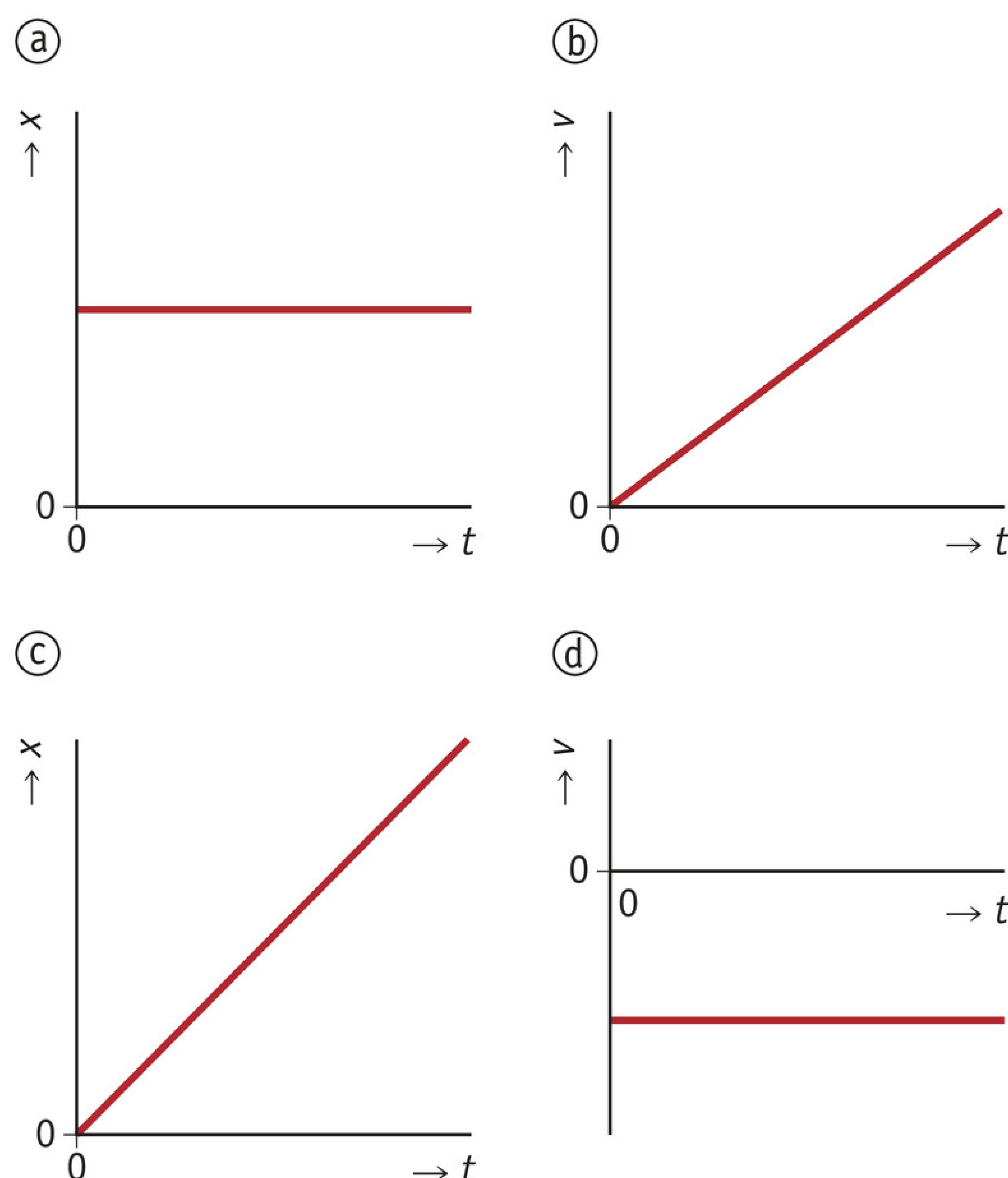
De beweging in figuur 9 is best ingewikkeld, omdat de snelheid niet constant is. Een beweging waarbij de snelheid wel constant is, wordt een **eenparige beweging** genoemd. De grafiek in het (x,t)-diagram is dan een rechte lijn met een constante helling. De grafiek in het (v,t)-diagram is een horizontale lijn: de snelheid verandert dus niet. Er geldt dan: $v = v_{gem}$

Onthoud!

- De gemiddelde snelheid bereken je met: $v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$
- De gemiddelde snelheid tussen twee punten A en B is gelijk aan de helling van de lijn die de punten A en B in de grafiek van het (x,t)-diagram met elkaar verbindt.
- De snelheid op tijdstip t is gelijk aan de helling van de raaklijn aan de grafiek in het (x,t)-diagram.
- Om een (x,t)-diagram of (v,t)-diagram te tekenen maak je eerst een tabel met tijd, plaats, verplaatsing en de gemiddelde snelheid per tijdsinterval.
- Bij een eenparige beweging is de snelheid constant: $v = v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Opdrachten

8 Grafieken herkennen
In figuur 15 zijn vier grafieken voor verschillende bewegingen getekend.
Geef voor elke grafiek aan of het om een eenparige beweging gaat.



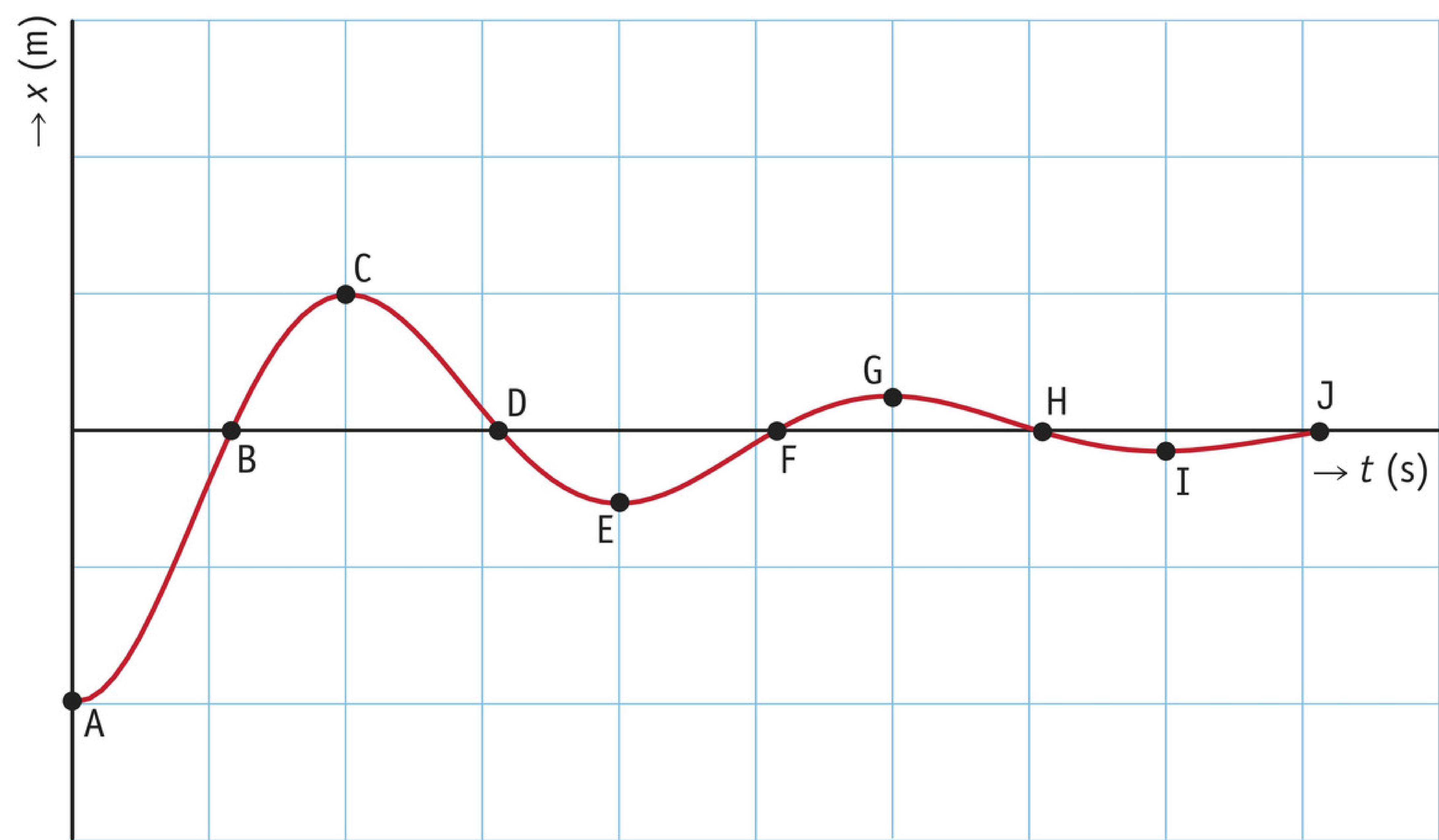
▲ **figuur 15** vier grafieken van bewegingen

9 Snelheid bepalen
Bekijk figuur 9.

- **a** Zonder een berekening te doen: leg uit hoe groot de snelheid is op t = 3,0 s.
- **b** Bepaal de gemiddelde snelheid voor de hele beweging, tussen t = 0,0 s en t = 6,0 s.
- **c** Bepaal de snelheid op t = 0,0 s.
- **d** Bepaal de snelheid op t = 4,0 s.
- **e** Controleer je antwoorden op vragen c en d met behulp van figuur 14. Geef een verklaring voor eventuele verschillen.

10 Gewichtje aan een veer
Een gewichtje hangt aan een veer, wordt naar beneden getrokken en op t = 0 s losgelaten. Het trilt vervolgens op en neer en komt langzaam tot stilstand. De hoogte van het gewichtje als functie van de tijd is gegeven in figuur 16. Hierbij komt x = 0 overeen met de ruststand.

- **a** In welk(e) punt(en) is de snelheid van het gewichtje nul?
- **b** In welk(e) punt(en) verandert het gewichtje van richting?
- **c** Op welk(e) interval(len) heeft het gewichtje een negatieve snelheid? Een interval is bijvoorbeeld [A,B].
- **d** In welk punt is de snelheid van het gewichtje het grootst?
- **e** Gebruik je antwoorden op vragen a tot en met d om een schets te maken van het (v,t)-diagram van het gewichtje. Zet de punten A tot en met J in dit diagram op de juiste plek.



▲ **figuur 16** het (*x*,*t*)-diagram van een gewichtje aan een veer

11 Valbeweging

In tabel 3 staat de plaats van een vallend gewichtje voor verschillende tijden. In de derde kolom staat de verplaatsing per interval van 20 ms.

a Bereken voor elk interval de gemiddelde snelheid (in m/s). Zet je antwoorden in een tabel met twee kolommen: tijd en gemiddelde snelheid.

b Leg uit bij welke tijdstippen je deze gemiddelde snelheden het best kunt weergeven in een (*v*,*t*)-diagram: het begin, midden of eind van een interval?

c Zet de snelheden uit je tabel van opdracht a in een (*v*,*t*)-diagram.

▼ **tabel 3** plaats en verplaatsing voor een vallend gewichtje

t (ms)	*x* (mm)	Δ*x* (mm)
0	0	0
20	2	2
40	8	6
60	18	10
80	32	14
100	50	18
120	72	22
140	88	26

12 Snelheidscontrole

Met een lasergun kan de politie de snelheid van auto's bepalen. De werking van een lasergun is gelijk aan die van een ultrasone afstandsmeter, maar in plaats van geluid gebruikt een lasergun lichtpulsen die de snelheid van het licht hebben: $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.
De afstand tussen de lasergun en een auto is 350 m.

a Bereken hoelang een puls erover doet om van de lasergun naar de auto en terug naar de lasergun te gaan.

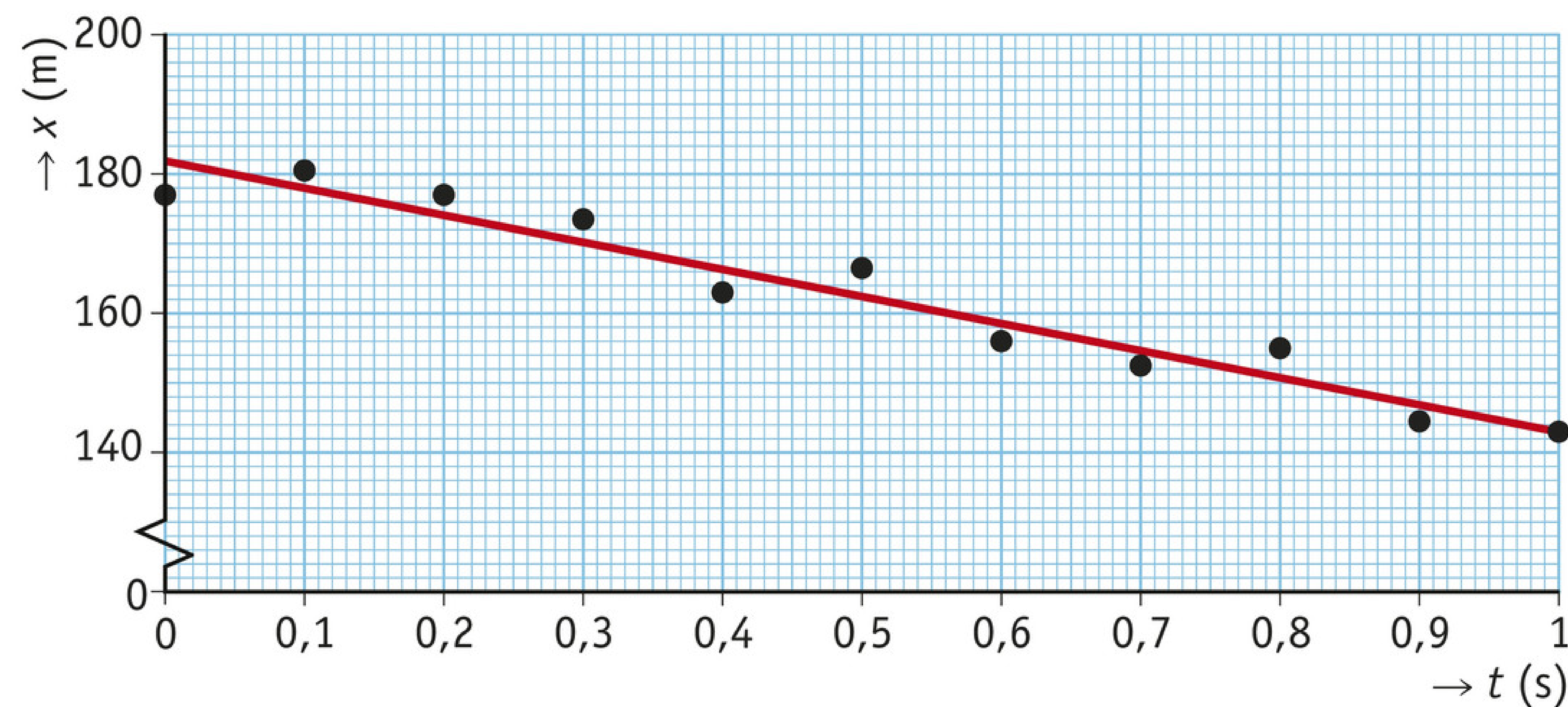
Een lasergun meet tijdverschillen in de orde van microseconden tussen uitzenden en ontvangen van de lichtpulsen. Microseconden worden afgekort met μs.

b Zoek in Binas op hoeveel seconden een microseconde is.

Een lasergun meet een tijdverschil van $\Delta t = 0{,}83\ \mu s$.

c Bereken de afstand tot de auto.

Het (x,t)-diagram in figuur 17 geeft meetwaarden van een lasergun weer. De x-waarden zijn door de lasergun bepaald uit de gemeten tijdverschillen.



▲ **figuur 17** (x,t)-diagram van meetwaarden van een lasergun

d Bedenk een mogelijke reden waarom de meetpunten niet op een rechte lijn liggen.

e Hoe heet het soort beweging die de auto hier uitvoert?

f Hoe kun je uit het diagram aflezen dat de auto naar de lasergun toe beweegt en niet ervan af?

g Bepaal uit het diagram de snelheid van de auto. Teken het bijbehorende (v,t)-diagram.

Op de weg waar de auto rijdt, mag 100 km/h gereden worden.

h Houdt de automobilist zich aan de maximumsnelheid?

13 Trajectcontrole

Op veel snelwegen wordt gebruikgemaakt van trajectcontrole. Een auto moet dan gemiddeld op het traject onder de gestelde snelheidslimiet blijven om geen bekeuring te krijgen.

a Een auto op een snelweg met trajectcontrole rijdt harder dan de toegestane snelheid, maar krijgt geen bekeuring. Leg uit hoe dat mogelijk is.

Op een stuk snelweg van 25 km vindt trajectcontrole plaats. De maximumsnelheid is er 100 km/h.

b Een automobilist rijdt op dit traject 10 km met een snelheid van 140 km/h en 15 km met een snelheid van 80 km/h. Bereken of deze automobilist een bekeuring zou moeten krijgen.

Een andere automobilist rijdt op hetzelfde traject 6 min met een snelheid van 120 km/h.

c Bereken met welke maximale snelheid deze automobilist het resterende deel van het traject kan afleggen zonder een boete te krijgen.

d Leg uit waarom het niet mogelijk is om het stuk snelweg in minder dan 15 min af te leggen zonder een bekeuring te krijgen.

14 Usain Bolt

In het praktijkdeel staat de volgende bewering: “Kleine sporters komen vaak sneller op gang dan langere sporters en hebben op kortere afstanden een voordeel.”

a Controleer deze uitspraak aan de hand van de wereldrecordrace van Usain Bolt op de 100 m in 2009 in Berlijn. Zoek daartoe op YouTube het filmpje van deze race. Let in de eerste seconden van de race speciaal op Daniel Bailey, de atleet in baan 3 naast Bolt.

Bekijk op YouTube de race uit 2012 waarin het team van Jamaica het wereldrecord op de 4 × 100 m estafette vestigt.

b Bereken de gemiddelde snelheid over deze hele race.

c Zoek op internet hoe een estafetterace in zijn werk gaat.

d Leg met behulp van je antwoord op opdracht c uit hoe het kan dat de gemiddelde snelheid in de estafetterace hoger is dan tijdens de individuele 100 m van Bolt, ondanks dat de drie anderen in het estafetteteam minder goed zijn dan Bolt en ondanks het feit dat bochten lopen moeilijker is dan rechtuit lopen.

 **+15** Rivier

Er is een rivier met een brug erover. Het water in de rivier stroomt met constante snelheid. Een zwemmer springt van de brug af en zwemt één kilometer stroomopwaarts. Na die eerste kilometer komt hij een kurk tegen die op het water drijft. Vervolgens zwemt hij nog een half uur verder en draait zich dan om en zwemt terug. De zwemmer en de kurk komen tegelijk bij de brug aan. De zwemmer heeft met een constante snelheid ten opzichte van het water gezwommen.
Bereken de stroomsnelheid van het water in de rivier.

3 Eenheden en significante cijfers

In deze paragraaf leer je:

- een antwoord uitdrukken in de juiste SI-(basis)eenheden;
- met behulp van een formule de SI-(basis)eenheid van een grootheid afleiden;
- begrijpen dat meetwaarden een beperkte nauwkeurigheid hebben;
- het aantal significante cijfers van een meetwaarde bepalen;
- je antwoord in het juiste aantal significante cijfers geven.

Bij het noteren van meetgegevens in de natuurwetenschappen is het belangrijk duidelijk te maken welke eenheid je gebruikt en hoe nauwkeurig je meetgegevens zijn. In deze paragraaf worden de afspraken over eenheden en nauwkeurigheid uitgelegd.

Eenheden en grootheden

Een auto die in Nederland op de snelweg rijdt waar een snelheidslimiet geldt van 100 km/h, moet opletten dat de snelheidsmeter niet meer dan 100 aanwijst. In de Verenigde Staten zou op een snelweg met eenzelfde snelheidslimiet de wijzer niet boven de 63 uit mogen komen. Dat komt doordat beide landen verschillende eenheden gebruiken voor snelheid. In Nederland is het kilometer per uur, in de VS mijl per uur. Eén mijl is gelijk aan 1,609 km. Om snelheden te vergelijken moet je dezelfde eenheid gebruiken. Deze regel geldt in het algemeen en daarom bestaan er in de natuurwetenschappen afspraken over welke eenheden worden gebruikt.
Een **eenheid** is de gekozen maat om een **grootheid** in uit te drukken. Een meetuitkomst noteer je als volgt:

grootheid = getal · eenheid

Zo wordt voor de grootheid ‘plaats’ meestal de eenheid (of maat) ‘meter’ gebruikt. Om eenheden en grootheden uit elkaar te houden, worden grootheden *cursief* (schuin) en eenheden niet-cursief geschreven.

SI-basiseenheden

Afspraken over eenheden en grootheden worden bijgehouden door het Bureau International des Poids et Mesures en vastgelegd in het Système International d'unités, ofwel het internationaal systeem van eenheden, afgekort als **SI**. Er zijn zeven **basisgrootheden** met bijbehorende **basiseenheden** (tabel 4). Je vindt deze tabel ook in Binas als tabel 3A.

▼ **tabel 4** de zeven basisgrootheden en bijbehorende eenheden van het SI

grootheid		eenheid	
naam	*symbool*	*naam*	*symbool*
lengte	x	meter	m
massa	m	kilogram	kg
tijd	t	seconde	s
(elektrische) stroomsterkte	I	ampère	A
temperatuur	T	kelvin	K
lichtsterkte	I	candela	cd
hoeveelheid stof	n	mol	mol

Afgeleide eenheden

Het is niet nodig voor elke grootheid een nieuwe eenheid af te spreken. Bijvoorbeeld de grootheid snelheid is gelijk aan een verplaatsing gedeeld door een tijd. Omdat de eenheid van verplaatsing de meter is en de eenheid van tijd de seconde, is de eenheid van snelheid gelijk aan meter per seconde. In een formule:

$$[v] = \left[\frac{\Delta x}{\Delta t}\right] = \frac{[\Delta x]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die rechte haken kun je lezen als 'eenheid van', dus $[v]$ betekent 'eenheid van snelheid'. Als je voor de snelheid een bekende formule invult, $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ in dit geval, dan kun je zo afleiden wat de eenheid is van snelheid. Eenheden die uit te drukken zijn in één of meer basiseenheden worden **afgeleide eenheden** genoemd.

Voorbeeldopgave 1

Leid af wat de afgeleide SI-eenheid is van druk.

Uitwerking
Zoek in Binas (tabel 35) de formule die de grootheid druk definieert:

$$p = \frac{F}{A}$$

Hierin is F de kracht in newton en A de oppervlakte in vierkante meter.

Om de eenheid van p af te leiden, zet je links en rechts rechte haken om de grootheden:

$$[p] = \frac{[F]}{[A]}$$

Vervolgens vul je de SI-eenheden rechts in:
$[p] = \text{N/m}^2$

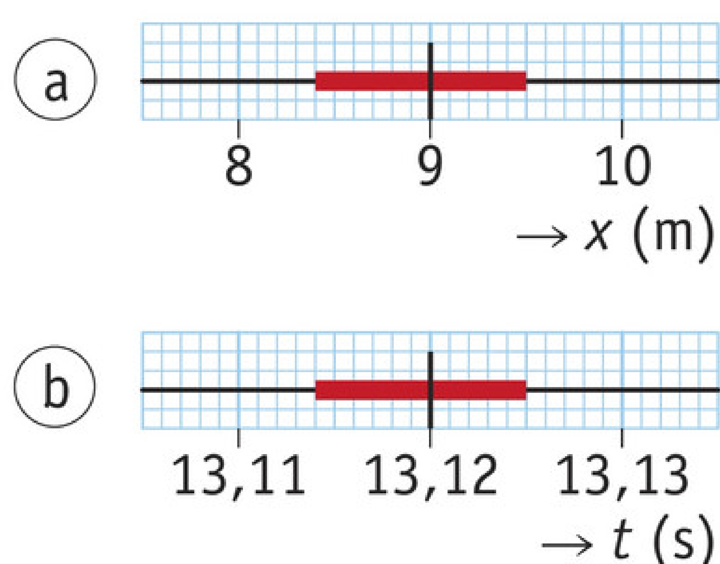
Dus de afgeleide eenheid voor druk is N/m^2. Dit spreek je uit als 'newton per vierkante meter'. Omdat druk veel wordt gebruikt, krijgt N/m^2 een aparte naam: pascal (Pa). Zo zijn er verschillende afgeleide SI-eenheden die een speciale naam hebben gekregen (zie Binas tabel 4). Een ander voorbeeld is de eenheid voor kracht, de newton. Ook dat is een afgeleide SI-eenheid met een eigen naam. In SI-basiseenheden is de eenheid voor kracht: $kg\,m/s^2$. Ook kracht komt veel voor en het is dan ook handig daarvoor als eenheid 'N' te kunnen gebruiken.

Significante cijfers

Het getal waarmee je een meetwaarde aangeeft, geeft ook aan hoe *precies* je uitkomst is. Stel bijvoorbeeld dat je wilt meten hoe snel iemand loopt. Daarvoor markeer je een begin- en eindpunt en meet je de afstand ertussen door het nemen van stappen. Zo vind je 9 m. Met een stopwatch meet je dat de persoon over die afstand 13,12 s doet. Je voert de waarden in je rekenmachine in en schrijft het tussenantwoord zo op:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9}{13{,}12} = 0{,}685\,975\,609\,8 \text{ m/s}$$

Hoe moet je dit afronden? Bedenk dat 9 m een **meetwaarde** is die de **echte waarde** moet benaderen. Als je 9 m meet, dan kan de echte waarde 8,5 m tot 9,5 m zijn (figuur 18a). De echte waarde kan niet 9,5 m zijn, want dat is afgerond 10 m. En als je 13,12 s meet, dan kan de echte waarde 13,115 s tot 13,125 s zijn (figuur 18b). Alle echte waarden die in de rode balkjes vallen, worden afgerond tot de waarde bij het zwarte streepje.



▲ **figuur 18** meetwaarden (zwart verticaal streepje) en mogelijke echte waarden (rode balk)

Je schrijft alleen meer cijfers achter de komma als je die getallen ook echt weet. Je zegt: 9 m is een meetwaarde in één **significant cijfer**, 13,12 s heeft vier significante cijfers. 'Significant' betekent 'betekenisvol': als je zou schrijven 9,0 m geef je aan dat die nul ook echt betekenis heeft, omdat je tot op tienden van meters hebt gemeten. Nullen aan de voorkant van een getal tellen niet mee bij het bepalen van het aantal significante cijfers. Zowel 0,0020 m als 2,0 mm als $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m als $2{,}0 \cdot 10^{3}$ μm drukken dezelfde waarde uit, in hetzelfde aantal significante cijfers.
Om te zien hoe je de snelheid van de persoon in dit voorbeeld moet afronden, kun je uitrekenen tussen welke waarden de echte snelheid kan liggen. Dat doe je in dit geval door v_{max} te berekenen als de grootst mogelijke afstand gedeeld door de kortst mogelijke tijd en v_{min} als de kleinst mogelijke afstand gedeeld door de langst mogelijke tijd:

$$v_{max} = \frac{9{,}5}{13{,}115} = 0{,}724 \text{ m/s} \qquad \text{en}$$

$$v_{min} = \frac{8{,}5}{13{,}125} = 0{,}648 \text{ m/s}$$

Je ziet dat het onzinnig is om de meetuitkomst te geven in tien cijfers achter de komma. In dit geval kun je alleen zeker zijn van het eerste cijfer achter de komma: dat is waarschijnlijk een 7. Daarom is het uiteindelijke antwoord: $v = 0{,}7$ m/s. Het antwoord heeft dus één significant cijfer.

Hieruit volgt de volgende vuistregel:

> Bij een deling of een vermenigvuldiging is het aantal significante cijfers van het antwoord gelijk aan het kleinste aantal significante cijfers van de getallen in de berekening.

Voor optellen en aftrekken gelden andere regels. Stel dat je bij een afstand van 9 m, die je vanuit de verte schat, een afstand op wilt tellen van 25,2 cm, die je met een meetlat afmeet. De nieuwe afstand is nu:

9 m + 25,2 cm = 9 m + 0,252 m = 9,252 m

Door de twee afstanden in dezelfde eenheid te schrijven (meter) zie je dat het tweede getal veel preciezer is dan het eerste. Ook hier kun je weer uitrekenen tussen welke waarden de echte waarde kan liggen:

Δx_{min} = 8,5 m + 0,2515 m = 8,7515 m en
Δx_{max} = 9,5 m + 0,2525 m = 9,7525 m

Het heeft dus geen zin de uitkomst in vijf significante cijfers te schrijven. Daarom rond je het eindantwoord af als: 9 m.

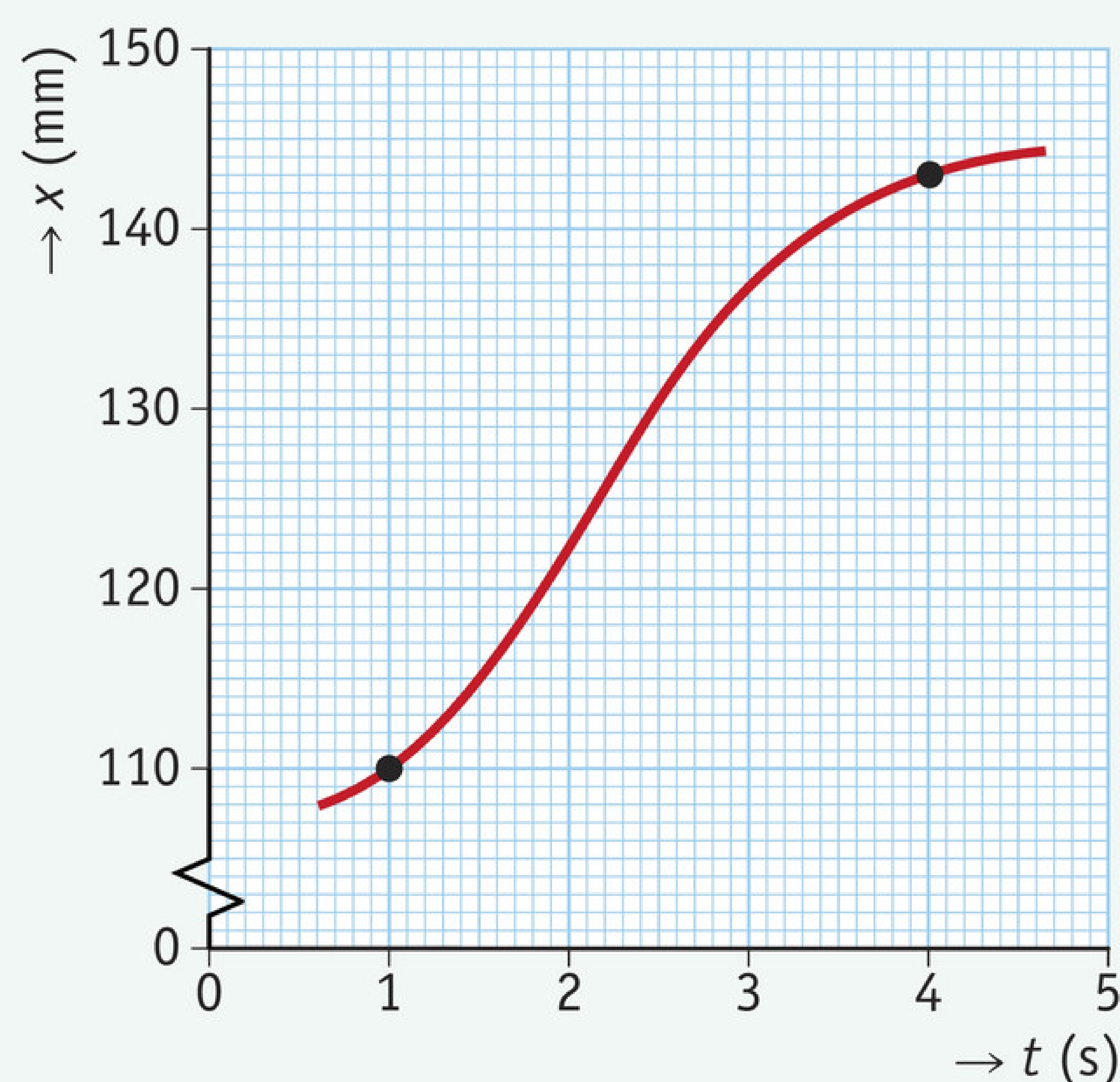
Hieruit volgt de volgende vuistregel:

> Bij optellen of aftrekken schrijf je eerst alle getallen in dezelfde eenheid. Vervolgens rond je het antwoord af op het minste aantal cijfers achter de komma.

Het verwarrende van deze regel is dat het aantal significante cijfers bij optellen en aftrekken kan afnemen of toenemen. Bijvoorbeeld: 9 m + 5 m = 14 m. Je begint met getallen in één significant cijfer en eindigt met een getal in twee significante cijfers. Of omgekeerd: 125 m – 120 m = 5 m. Je begint met drie significante cijfers en eindigt met slechts één.

Voorbeeldopgave 2

In figuur 19 staat het (x,t)-diagram van de verplaatsing van een insect.
Bepaal de gemiddelde snelheid in m/s van het insect tussen t = 1,0 en t = 4,0 s. Rond je antwoord af op het juiste aantal significante cijfers.



▲ **figuur 19** (x,t)-diagram van een insect

Uitwerking

Gebruik $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Op t = 1,0 s is de plaats 110 mm, op t = 4,0 s is de plaats 143 mm. Je ziet dat je de tijd in twee en de plaats in drie significante cijfers af kunt lezen. De gemiddelde snelheid is:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{143 - 110}{4{,}0 - 1{,}0} = \frac{33}{3{,}0} = 11 \text{ mm/s} = 11 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Doordat je een verschil berekent in plaats x houd je voor de verplaatsing twee significante cijfers over. In de deling hebben de beide getallen twee significante cijfers, dus rond je je antwoord af op twee significante cijfers.

Exponenten en wetenschappelijke notatie

De eenheid van snelheid is m/s. Omdat de eenheden steeds ingewikkelder worden, is het handiger deze eenheid te schrijven als: m s^{-1}. De negatieve exponent betekent ‘delen door’, dus $\text{s}^{-1} = \frac{1}{\text{s}}$. Een voorbeeld met getallen: $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$. Zo kun je de eenheid voor druk schrijven als (voorbeeldopgave 1): $\text{N/m}^2 = \text{N m}^{-2}$. Als je hierin de newton in basiseenheden uitdrukt, $\text{N} = \text{kg m s}^{-2}$, zie je waarom deze notatie handig is:

$$\text{N m}^{-2} = \text{kg m s}^{-2}\text{m}^{-2} = \text{kg m}^{-1}\text{s}^{-2}$$

De rekenregel die je hierbij gebruikt is: $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$. Een voorbeeld met getallen: $10^2 \times 10^3 = 10^5$. Dezelfde rekenregel gebruik je in de **wetenschappelijke notatie**, waarbij je meetwaarden schrijft als:

$\pm\, a \cdot 10^b$ eenheid

Hierbij is a een getal tussen 1 en 10 en b een positief of negatief geheel getal. Bijvoorbeeld de afstand tussen de aarde en de zon is: $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m. Zonder wetenschappelijke notatie zou dit zijn: 149 600 000 000 m. Er zijn drie problemen: het leest niet prettig, het is veel schrijfwerk, en de meetwaarde heeft nu ineens twaalf significante cijfers in plaats van vier.

Onthoud!

- Afspraken over eenheden worden gemaakt in het ‘Système International d’unités’, kortweg SI. Het SI definieert zeven basisgrootheden met bijbehorende eenheden.
- Iedere grootheid kun je uitdrukken in SI-basiseenheden. Een eenheid die samengesteld is uit meer dan één basiseenheid is een afgeleide SI-eenheid.
- Bij een deling of een vermenigvuldiging is het aantal significante cijfers van het antwoord gelijk aan het kleinste aantal significante cijfers van de factoren.
- Bij optellen of aftrekken van meetwaarden kan het aantal significante cijfers afnemen of toenemen.

Opdrachten

16 SI-eenheden
Niet alle eenheden zijn SI-eenheden en niet alle SI-eenheden zijn basiseenheden.
a Noem de zeven basisgrootheden van het SI en geef voor elk de bijbehorende eenheid.
b Geef voor de volgende eenheden aan of het gaat om een afgeleide SI-eenheid, een basiseenheid in het SI of geen SI-eenheid: newton, inch, m^2, coulomb, joule, km, pond.

17 Afronden
Noem de twee vuistregels voor het afronden van meetuitkomsten.

18 Significante cijfers
Geef voor elk van de volgende getallen het aantal significante cijfers.
a 1,2
b 2,0
c 0,0023
d π
e 5,0000
f $5{,}0 \cdot 10^3$
g de '½' in de formule $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$
Soms wordt gesproken van een bepaald aantal, zoals: 'Negen pakken melk'.
h Leg uit dat de '9' hier oneindig veel significante cijfers heeft.

19 Wetenschappelijke notatie
Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie waarbij je het aantal significante cijfers gelijk houdt:
a 0,045 m
b 20 µg
c 120 kJ
d $1200 \cdot 10^4$ W

20 Eenheden afleiden
Druk de eenheid van de grootheid links van het gelijkteken uit in SI-eenheden. Controleer je antwoord met behulp van Binas tabel 4.
a $p = m \cdot v$ (impuls = massa × snelheid)
b $p = \frac{F}{A}$ (druk = kracht / oppervlakte)
c $\lambda = v \cdot T$ (golflengte = golfsnelheid × trillingstijd)
d $\rho = \frac{R \cdot A}{l}$ (soortelijke weerstand = weerstand × oppervlakte / lengte)
e $\rho = \frac{m}{V}$ (dichtheid = massa / volume)
f $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$ (kinetische energie = ½ × massa × snelheid²)

21 SI-basiseenheden [1]
Zoek in Binas tabel 4 vijf grootheden waarvan de afgeleide SI-eenheid wordt afgekort en niet in basiseenheden wordt geschreven. Zoek daarbij op, of leid af wat de eenheid is in SI-basiseenheden.

+22 SI-basiseenheden [2]
In Binas tabel 3a staan zeven basisgrootheden met bijbehorende eenheden.
a Hoe zijn de basiseenheden gedefinieerd? Gebruik Binas tabel 3B.
b Maak in een schema duidelijk hoe de basiseenheden van elkaar afhangen. In de definitie van de meter wordt bijvoorbeeld gebruikgemaakt van de seconde. Dus die twee eenheden hangen met elkaar samen.

Er is één basiseenheid die gedefinieerd is op basis van een artefact: een door de mens gemaakt object.
c Welke eenheid is dat?
d Waarom is het niet wenselijk een eenheid te baseren op basis van een artefact?

In de Binas-tabel staan twee maten voor een hoek.
e Leg uit dat de eenheid rad geen basiseenheid is, maar dat deze uit te drukken is als een verhouding van lengten.

4 Verandering van snelheid

In deze paragraaf leer je:
- uit een (snelheid,tijd)-diagram de gemiddelde versnelling en de versnelling op een bepaald moment bepalen;
- de volgende bewegingen herkennen: eenparig versnelde/vertraagde beweging, vrije val en valbeweging met wrijving;
- berekeningen maken aan en redeneren met eenparig versnelde bewegingen.

Als je van plaats verandert, heb je een snelheid. Als je van snelheid verandert, heb je een versnelling. Het bepalen van die versnelling lijkt op de manier waarop de snelheid bepaald werd in paragraaf 2.

Versnelling en snelheidsverandering

De grootheid **versnelling** geeft aan hoe de snelheid van een voorwerp in een bepaalde tijd verandert. De **snelheidsverandering** is gedefinieerd als de eindsnelheid min de beginsnelheid:

$$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$$

Als een bus en een sportauto beide vanuit stilstand optrekken en uiteindelijk ieder 50 km h^{-1} rijden, dan is de snelheidsverandering voor beide voertuigen: Δv = 50 km h^{-1}. De bus zal er wel langer over doen om die eindsnelheid te bereiken. Dat verschil zie je terug in de grootheid **gemiddelde versnelling**:

$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Hierin is:
- a_{gem} de gemiddelde versnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- Δv de snelheidsverandering in meter per seconde (m s^{-1});
- Δt de tijdsduur in seconde (s).

De letter *a* komt van het Engelse *acceleration*, dat versnelling betekent. De versnelling geeft dus aan hoeveel de snelheid in een seconde toeneemt. De eenheid van versnelling kun je als volgt afleiden:

$$[a_{gem}] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m s}^{-1}}{\text{s}} = \text{m s}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \text{m s}^{-2}$$

Voorbeeldopgave 3

Een bus trekt op van 0 tot 50,0 km h^{-1} in 12,0 s. Een sportauto doet dat in 3,0 s.
Bereken van beide voertuigen de gemiddelde versnelling.

Uitwerking
De snelheden moeten worden uitgedrukt in m s^{-1}. Je rekent dus eerst om van km h^{-1} naar m s^{-1}.

Voor beide voertuigen is de eindsnelheid $\frac{50}{3{,}6}$ = 13,89 m s^{-1}, en voor beide geldt:

$\Delta v = v_{eind} - v_{begin} = 13{,}89 - 0{,}00 = 13{,}89$ m s^{-1}

Voor de bus geldt: $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{13{,}89}{12{,}0} = 1{,}16$ m s^{-2}

Voor de sportwagen geldt: $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{13{,}89}{3{,}0} = 4{,}6$ m s^{-2}

Dezelfde snelheidsverandering Δv wordt bij de sportauto bereikt in een tijd Δt die vier keer zo kort is. De gemiddelde versnelling a_{gem} is dus vier keer zo groot.

Afremmen

Als een voorwerp vertraagt, is de eindsnelheid lager dan de beginsnelheid. $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ heeft dan een negatieve uitkomst, en $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ook.

Voorbeeldopgave 4

De minimale wettelijke remvertraging voor een scooter is 5,2 m s^{-2}. Peter rijdt 40 km h^{-1} op een scooter die net aan deze wettelijke remvertraging voldoet.

a Bereken hoelang Peter er minimaal over doet om tot stilstand te komen. Ga uit van een constante vertraging.
b Bereken de verplaatsing van Peter tijdens het afremmen.
c Als Peter 1,5× zo hard rijdt, is de remweg meer dan 1,5× zo groot. Verklaar dit.

Uitwerking

a Reken eerst de snelheid om naar m s^{-1}: v = 40 km h^{-1} = $\frac{40}{3{,}6}$ m s^{-1} = 11,1 m s^{-1}. Omdat Peter afremt tot stilstand is de snelheidsverandering: $\Delta v = 0 - 11{,}1 = -11{,}1$ m s^{-1}. Gebruik nu

$a = a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Dus $\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-11{,}1}{-5{,}2} = 2{,}1$ s.

b De verplaatsing bereken je met $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, dus $\Delta x = v_{gem} \cdot \Delta t$. Omdat Peter gelijkmatig afremt, kun je de gemiddelde snelheid berekenen met: $v_{gem} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 11{,}1}{2} = 5{,}56$ m s^{-1}.

De verplaatsing is dan $v_{gem} \cdot \Delta t = 5{,}56 \times 2{,}1 = 11{,}7$ m. Merk op dat je altijd verder mag rekenen met een afgerond antwoord van een vorig onderdeel, hier de tijd 2,1 s. Omdat de beginsnelheid en de vertraging in twee significante cijfers zijn gegeven, is het eindantwoord in het juiste aantal significante cijfers: 12 m.

c Als je anderhalf keer zo hard rijdt, duurt het anderhalf keer zo lang om tot stilstand te komen. Je gemiddelde snelheid tijdens het remmen is ook anderhalf keer zo groot. De afstand die je aflegt is daardoor 1,5 × 1,5 = 2,25 keer zo groot, dus meer dan 1,5 keer zo groot.

Bepalen van de versnelling

In paragraaf 2 heb je drie manieren geleerd om de snelheid te bepalen. Voor het bepalen van de versnelling kun je, analoog, dezelfde drie manieren gebruiken. In figuur 20a zie je het (v,t)-diagram van figuur 14 in paragraaf 2. De gemiddelde versnelling tussen $t = 0$ s en $t = 5$ s is gelijk aan de helling van de getekende rechte lijn:

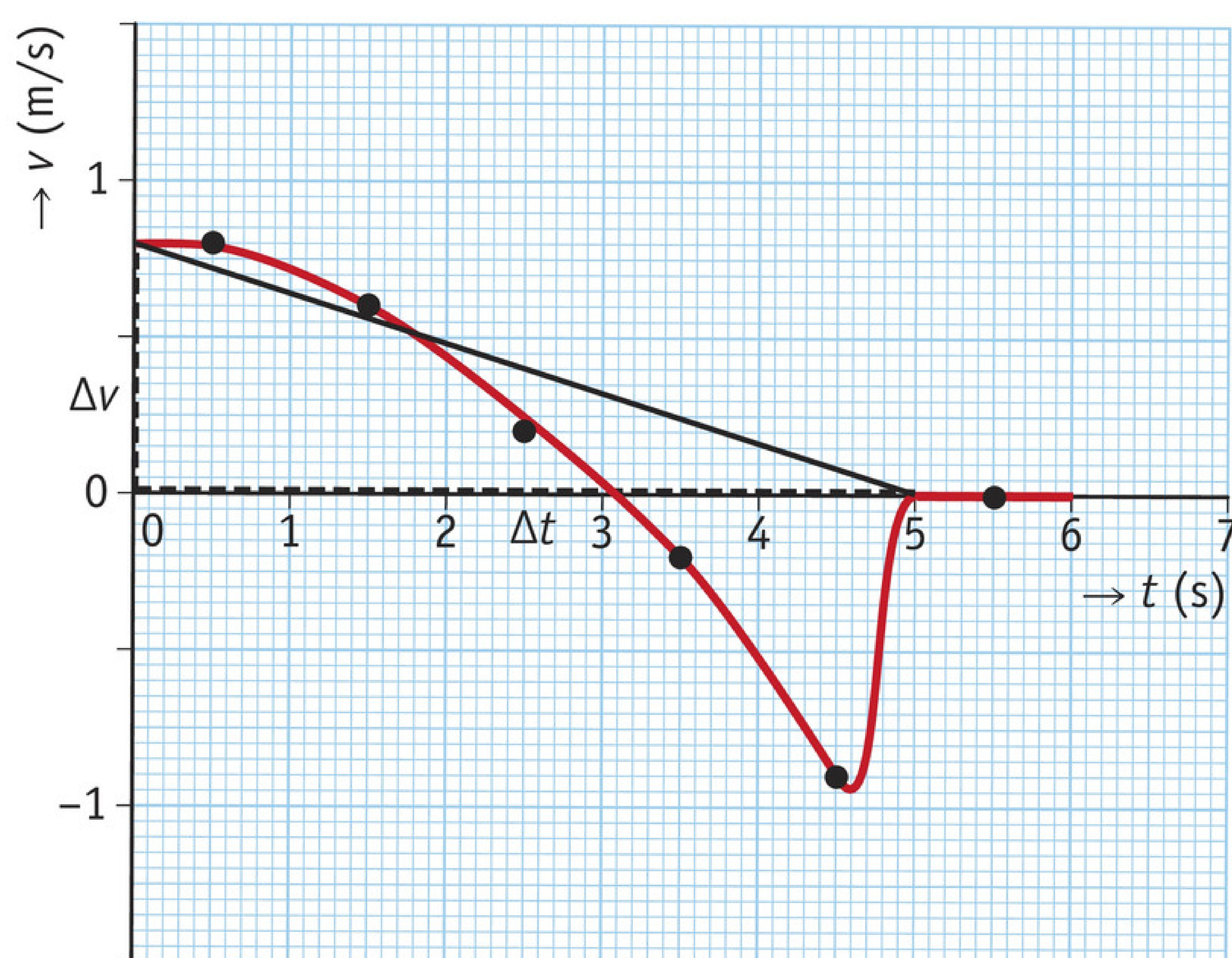
$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 0{,}8}{5{,}0 - 0{,}0} = \frac{-0{,}8}{5{,}0} = -0{,}16 \text{ m s}^{-2}$$

De versnelling op een bepaald moment is gelijk aan de helling van de raaklijn aan de grafiek in het (v,t)-diagram:

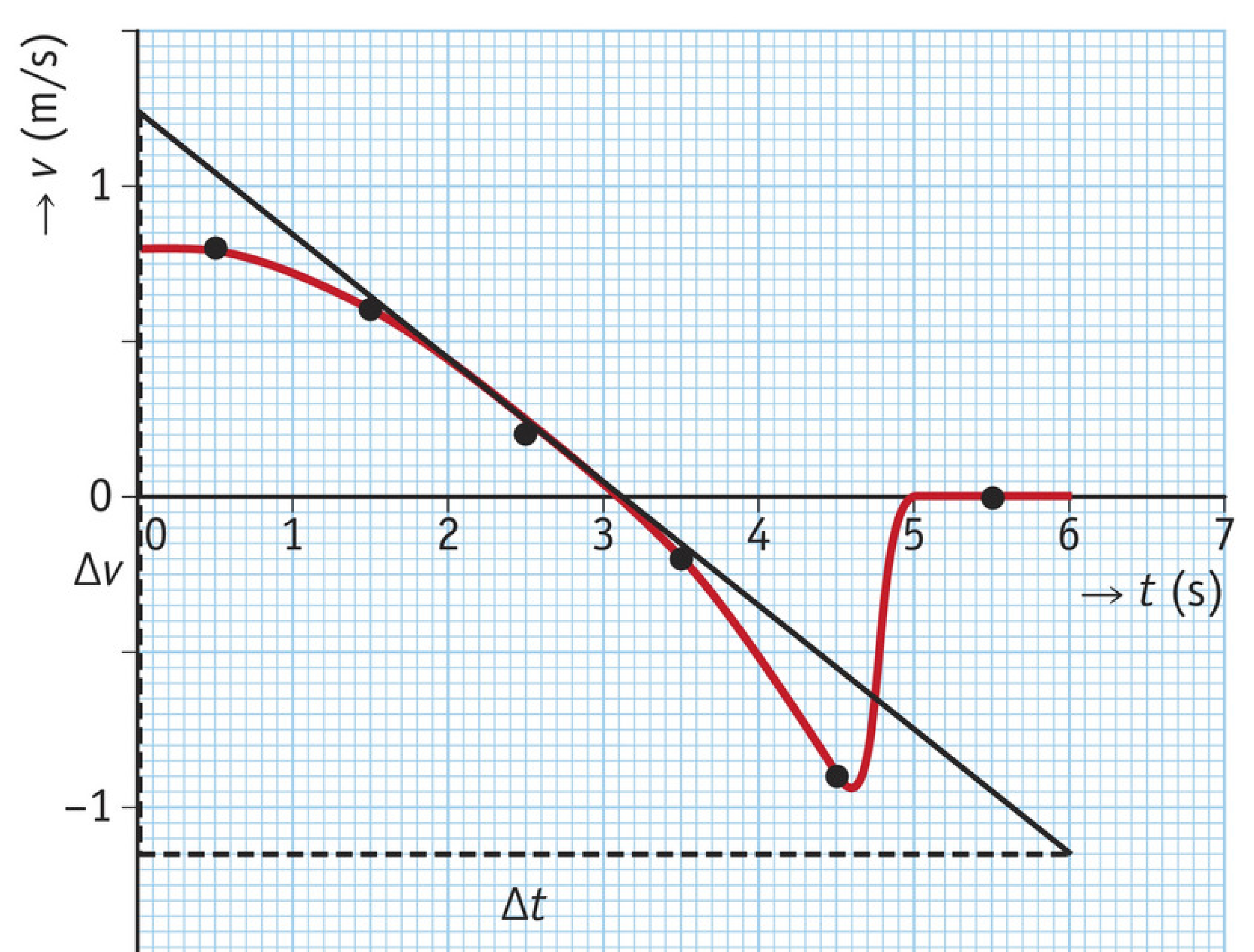
$$a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{de helling van de raaklijn in het punt } (t,v)$$

Dus de versnelling op $t = 3{,}0$ s is gelijk aan de helling van de raaklijn in figuur 20b:

$$a(3{,}0\text{ s}) = \frac{-1{,}15 - 1{,}25}{6{,}0 - 0{,}0} = \frac{-2{,}4}{6{,}0} = -0{,}40 \text{ m s}^{-2}$$



▲ **figuur 20a** de gemiddelde versnelling tussen $t = 0$ s en $t = 5$ s

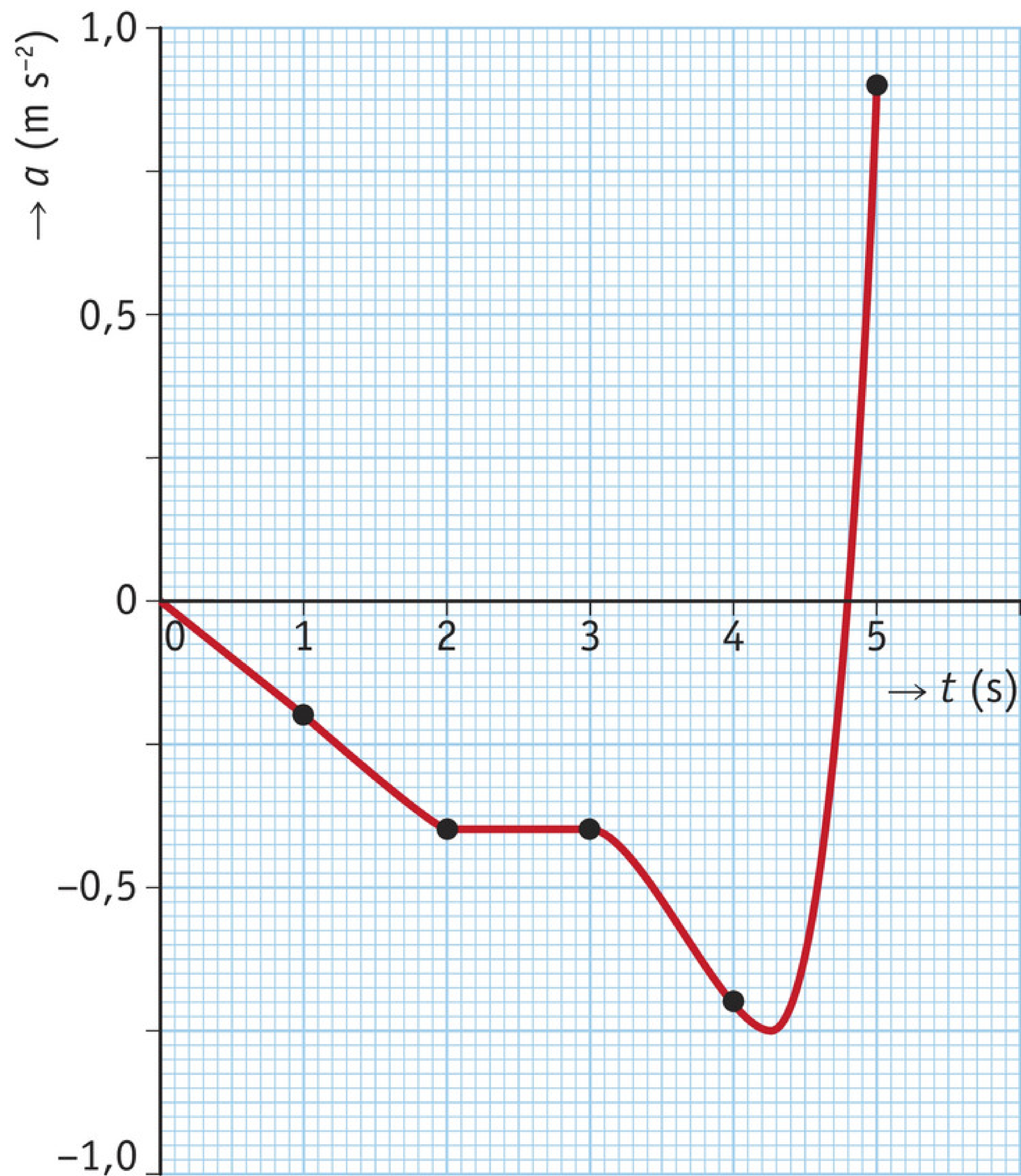


▲ **figuur 20b** bepalen van de versnelling op $t = 3$ s

De laatste manier om de versnelling te bepalen maakt gebruik van de meetgegevens voor tijd en gemiddelde snelheid per interval zoals ze in tabel 2 stonden. Die gegevens zijn opnieuw weergegeven in tabel 5. Voor elk interval kun je de gemiddelde versnelling berekenen. Die gemiddelde versnelling benadert de echte versnelling in het midden van het tijdsinterval. Het resultaat staat in tabel 5, de bijbehorende grafiek in figuur 21.

▼ **tabel 5** verplaatsing, gemiddelde snelheden en gemiddelde versnellingen voor de gegevens uit tabel 1

t (s)	x (m)	Δx (m)	$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m s^{-1})	$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m s^{-2})
0,0	0,0	-		
0,5			0,8	
1,0	0,8	0,8		−0,2
1,5			0,6	
2,0	1,4	0,6		−0,4
2,5			0,2	
3,0	1,6	0,2		−0,4
3,5			−0,2	
4,0	1,4	−0,2		−0,7
4,5			−0,9	
5,0	0,5	−0,9		0,9
5,5			0,0	
6,0	0,5	0,0		



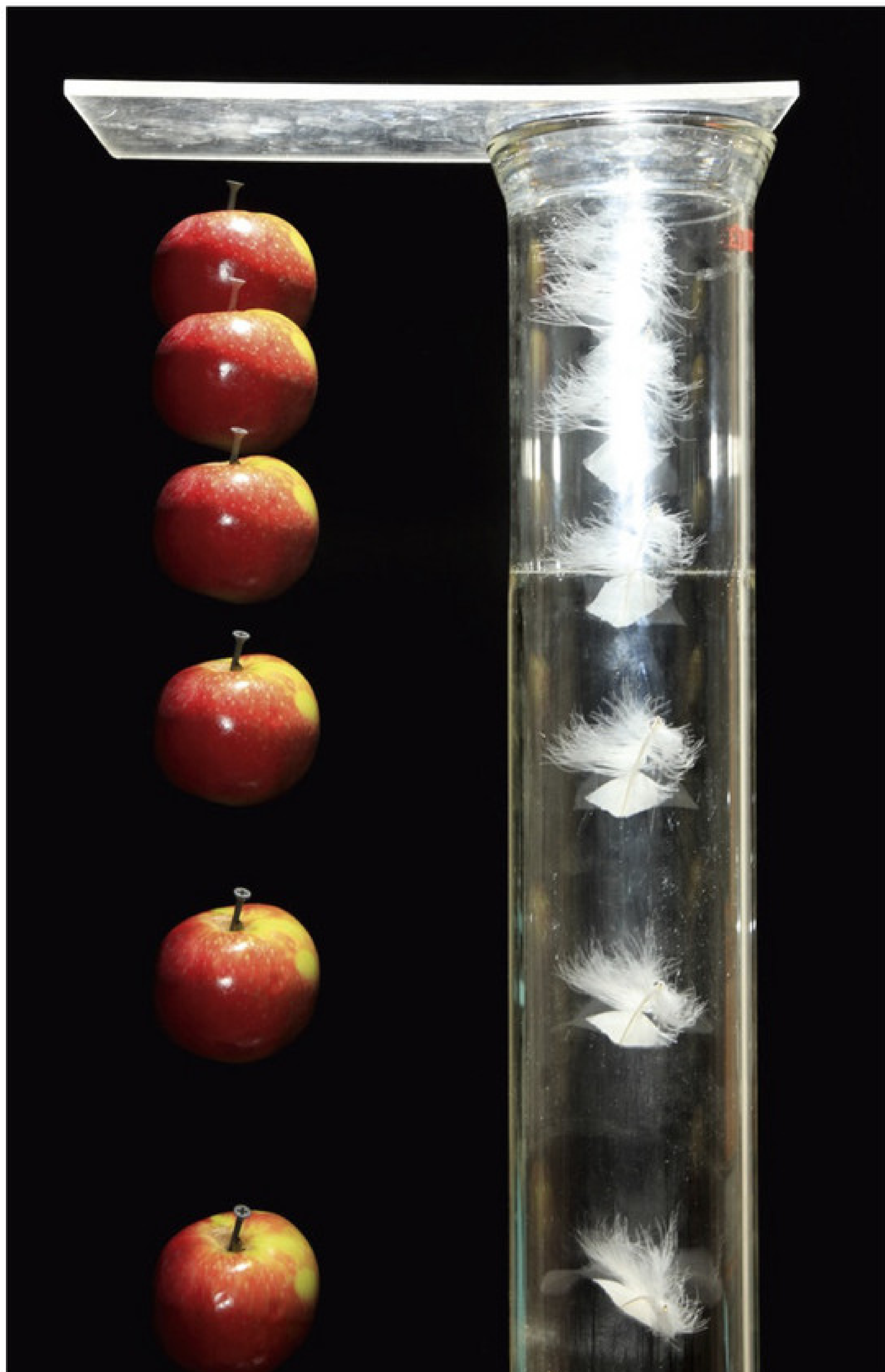
▲ **figuur 21** (a,t)-diagram voor de beweging uit tabel 1

Je ziet zo dat je op basis van de tabel met gegevens over plaats en tijd in verschillende stappen een (v,t)- en een (a,t)-diagram kunt tekenen. Dat is best veel werk. Gelukkig kan de computer het werk automatiseren, zoals gebruikelijk is bij videometen.

Vallen

▶ **EXPERIMENT 2** Valbeweging (begripspracticum)

Als een voorwerp in Nederland recht naar beneden valt onder invloed van alleen de zwaartekracht, dan versnelt het met een constante versnelling van 9,81 m s^{-2}. Een beweging waarbij de versnelling constant is heet een **eenparig versnelde beweging**. In werkelijkheid speelt ook een andere kracht een rol: de luchtwrijving. Door voorwerpen in een vacuüm te laten vallen, kun je ervoor zorgen dat alleen de zwaartekracht een rol speelt (figuur 22).



▲ **figuur 22** Een veer en een appel vallen in vacuüm met dezelfde eenparige versnelling.

Een valbeweging waarin luchtweerstand geen rol speelt, wordt **vrije val** genoemd. De versnelling van die vrije val wordt de **valversnelling** g genoemd. Op de maan is een valbeweging *altijd* een versnelde beweging met een constante versnelling, omdat er geen atmosfeer is. De valversnelling is op de maan kleiner dan op aarde: 1,62 m s^{-2}. In Binas tabel 31 vind je voor verschillende hemellichamen in ons zonnestelsel de valversnelling (gravitatieversnelling). Wanneer er wel luchtweerstand is, dan is de versnelling kleiner dan de valversnelling.

▶ **EXPERIMENT 3** Versnelde beweging (onderzoekspracticum)

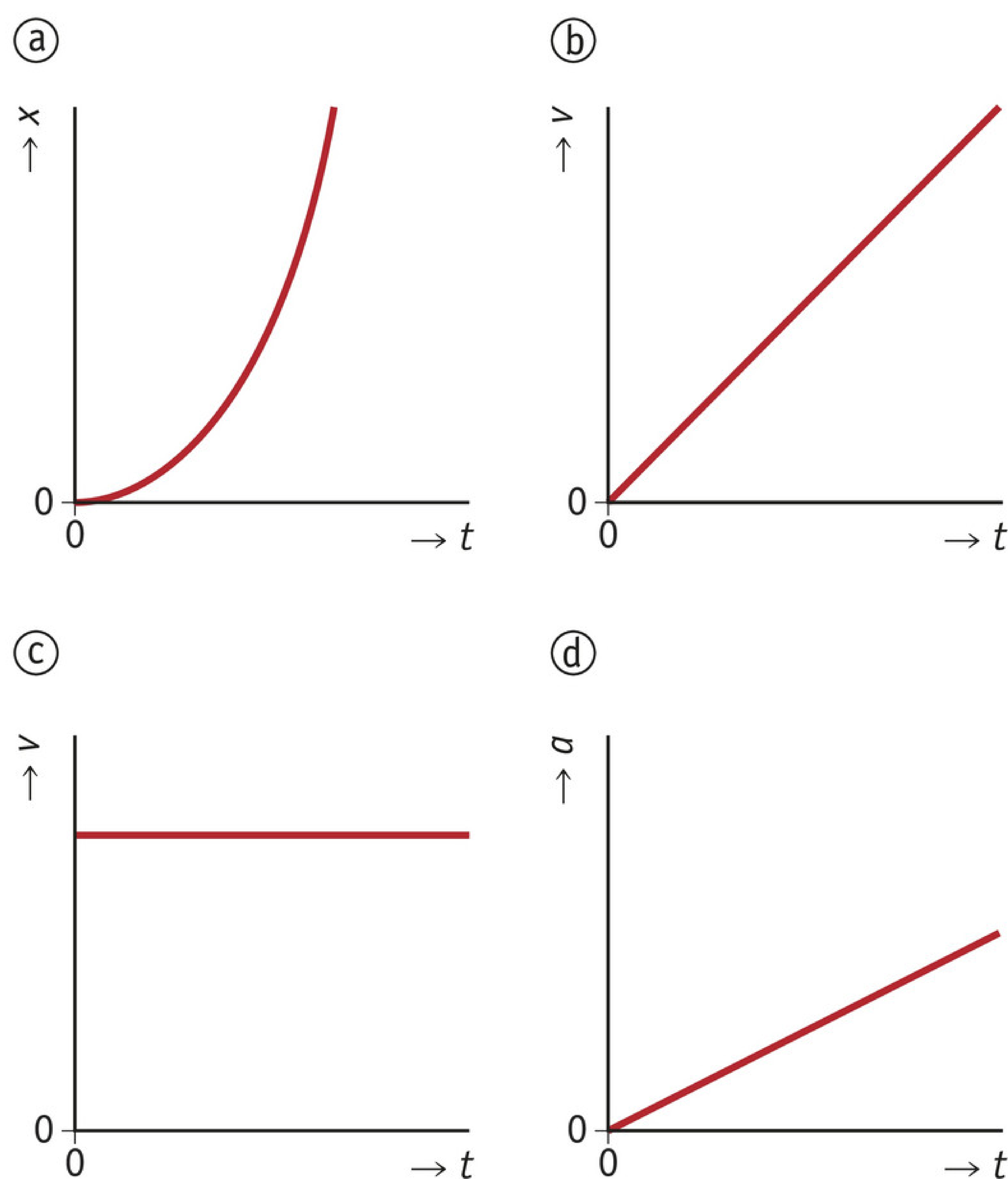
Onthoud!

- De gemiddelde versnelling bereken je met $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant en geldt $a = a_{gem}$.
- Als een voorwerp vertraagt, heeft de (gemiddelde) versnelling een negatieve waarde.
- De gemiddelde versnelling tussen twee punten A en B is gelijk aan de helling van de lijn die de punten A en B in de grafiek van het (v,t)-diagram met elkaar verbindt.
- De versnelling op tijdstip t is gelijk aan de helling van de raaklijn aan de grafiek bij t in het (v,t)-diagram.
- Bij een vrije val, waarbij alleen de zwaartekracht een rol speelt, is de versnelling naar beneden gericht. In Nederland is de valversnelling g = 9,81 m s^{-2}.

Opdrachten

23 Grafieken herkennen

In figuur 23 zijn grafieken voor verschillende bewegingen getekend.
Geef voor elke grafiek aan of het om een eenparige of een eenparig versnelde beweging gaat, of geen van beide.



▲ **figuur 23** grafieken voor verschillende bewegingen

24 Raket

Een raket of een ruimteveer heeft geen grote versnelling tijdens het opstijgen.
Leg uit hoe de eindsnelheid toch heel groot kan worden. Doe dit aan de hand van de formule voor gemiddelde versnelling.

25 Versnellingen ordenen

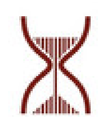
Zet onderstaande situaties A, B en C op volgorde van kleinste naar grootste versnelling.

A Van 0 $m\,s^{-1}$ tot 30 $m\,s^{-1}$ in 8 s.
B Van 0 $m\,s^{-1}$ tot 20 $m\,s^{-1}$ in 4 s.
C Van 5 $m\,s^{-1}$ tot 30 $m\,s^{-1}$ in 8 s.

26 Valbeweging

Een steentje valt vanuit stilstand in een ravijn. Ga ervan uit dat de luchtweerstand verwaarloosbaar is tijdens de eerste seconden van de val.

a Bereken welke snelheid het steentje heeft na 0,50 s.
b Bereken de *gemiddelde* snelheid tijdens de eerste 0,50 s.
c Bereken hoe ver het steentje is gevallen na 0,50 s.
d Doe alle berekeningen nog een keer, maar nu voor 1,0 s.



27 Versnellen langs een helling

Een voorwerp glijdt eenparig versneld langs een hellend vlak naar beneden. Het passeert daarbij de punten P, Q en R. Voor deze punten geldt: PQ = QR. Het voorwerp passeert de punten P en Q met een snelheid van respectievelijk 3,0 m s^{-1} en 4,0 m s^{-1}.

Hoe groot is de snelheid waarmee het voorwerp punt R passeert?

A minder dan 5,0 m s^{-1}
B 5,0 m s^{-1}
C meer dan 5,0 m s^{-1}
D Dat is niet voorspelbaar omdat het startpunt van de beweging niet gegeven is.

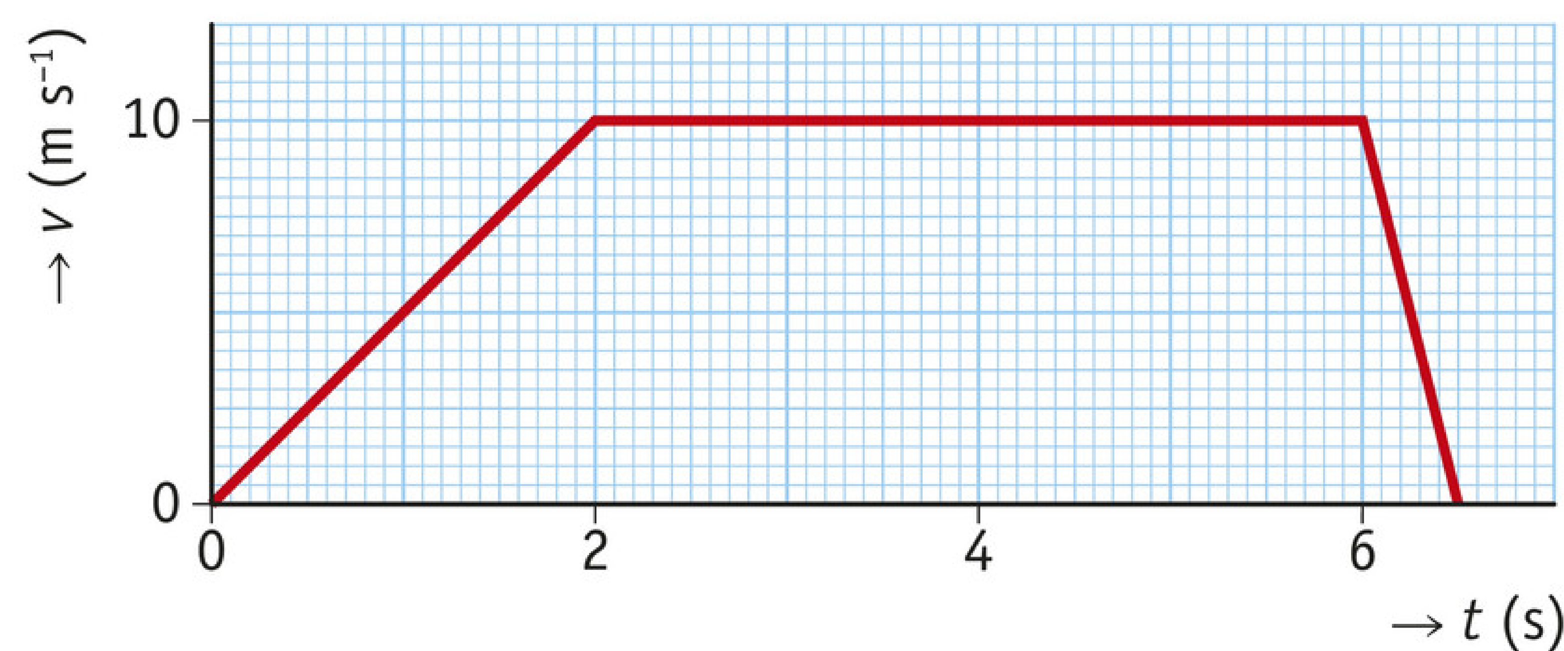
28 Vallende bal

Je laat een bal op de grond vallen. Daarna laat je een andere bal van twee keer zo hoog vallen. Beredeneer of de tweede bal met een twee keer zo grote snelheid neerkomt, met een minder dan twee keer zo grote snelheid, of met een meer dan twee keer zo grote snelheid.

29 Beweging van een auto

Je ziet in figuur 24 het (v,t)-diagram van een auto.

a Beschrijf de beweging die de auto uitvoert in je eigen woorden.
b Bepaal de versnelling in elk deel van de beweging.

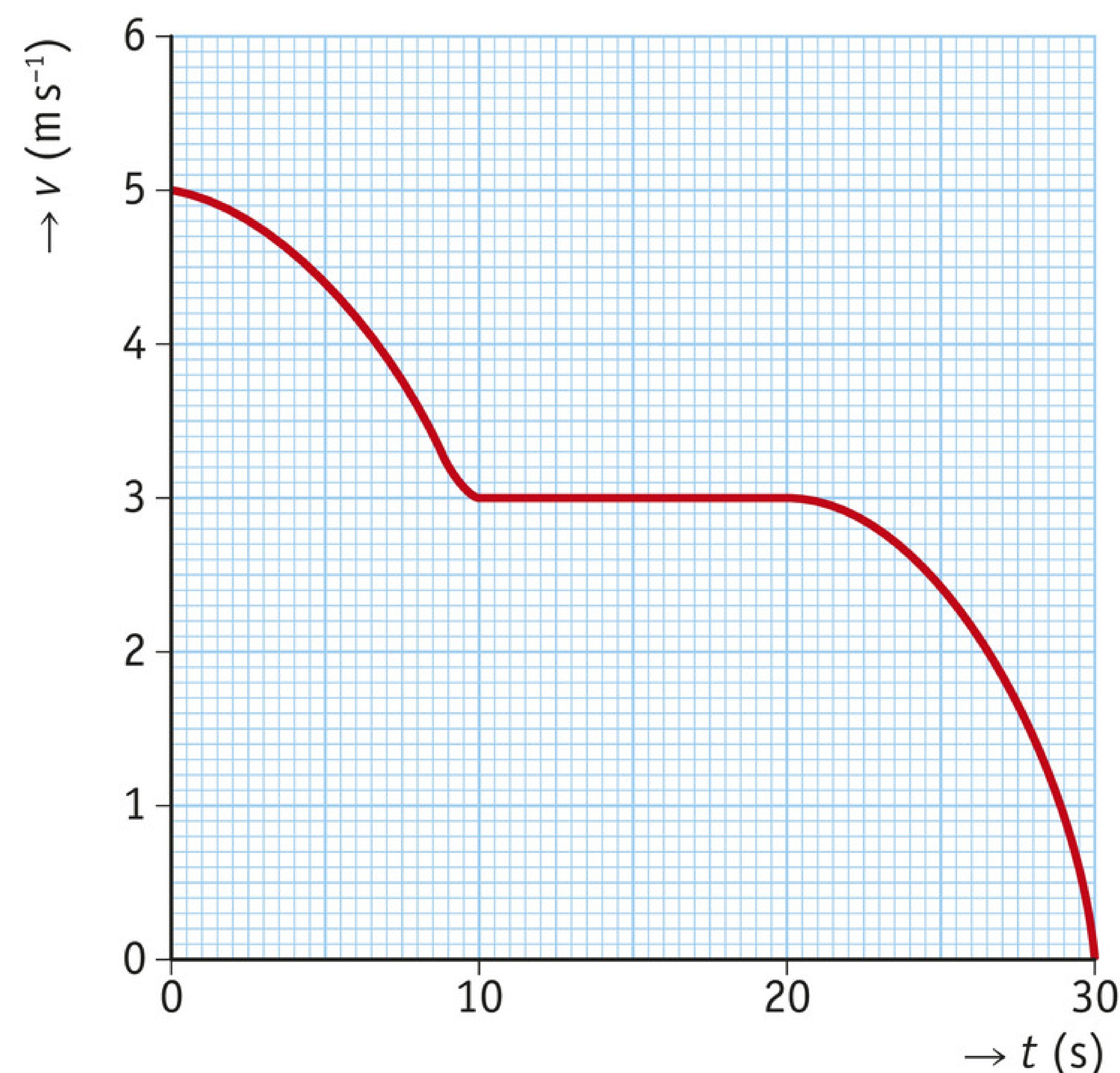


▲ **figuur 24** (v,t)-diagram van een auto

30 Beweging van een fietser

Je ziet in figuur 25 het (v,t)-diagram van een fietser.

a Teken de figuur zo goed mogelijk na.
b Leg uit hoe groot de versnelling van de fietser is op t = 15 s. Doe dit zonder een berekening uit te voeren.
c Bepaal de versnelling op tijdstip t = 4,0 s.
d Op welk tijdstip is de vertraging maximaal? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.



◀ **figuur 25** (v,t)-diagram van een fietser

31 Valbeweging op de maan
Bepaal de valversnelling op de maan uit het filmpje op internet dat je vindt met de zoektermen ‘feather, hammer, apollo’. Vergelijk je antwoord met de waarde die je in Binas kunt vinden.

+32 Inhaalmanoeuvre
Een automobilist rijdt op een provinciale weg achter een tractor die hij wil inhalen. Daarvoor moet de automobilist naar de linkerrijbaan, waarop in de verte een tegenligger aankomt. De afstand tussen de auto en de tegenligger is 0,7 km op het moment dat de automobilist wil beginnen met inhalen.
Laat door middel van een berekening zien of de automobilist veilig kan inhalen. De auto en tractor rijden beide 60 km h^{-1} op het moment van inhalen. De tegenligger rijdt 80 km h^{-1}. Tijdens het inhalen trekt de auto op tot een snelheid van 85 km h^{-1} met een versnelling van 0,75 m s^{-2}. De afstand tussen de auto en de tractor is bij het beginnen met inhalen en bij teruggaan naar de rechterrijbaan 25 m. Maak zelf een schatting voor de lengte van de auto en tractor.

5 Versnelling, snelheid en verplaatsing

In deze paragraaf leer je:
- uit een (snelheid,tijd)-diagram de verplaatsing en de gemiddelde snelheid bepalen;
- de oppervlakte onder een grafiek nauwkeurig en gemakkelijk bepalen.

In de vorige paragrafen heb je kunnen lezen hoe je uit het (x,t)-diagram de snelheid en uit het (v,t)-diagram de versnelling van een voorwerp kunt bepalen. Omgekeerd is het mogelijk om uit een (a,t)-diagram de snelheid te bepalen en uit een (v,t)-diagram de verplaatsing.

Van snelheid naar verplaatsing

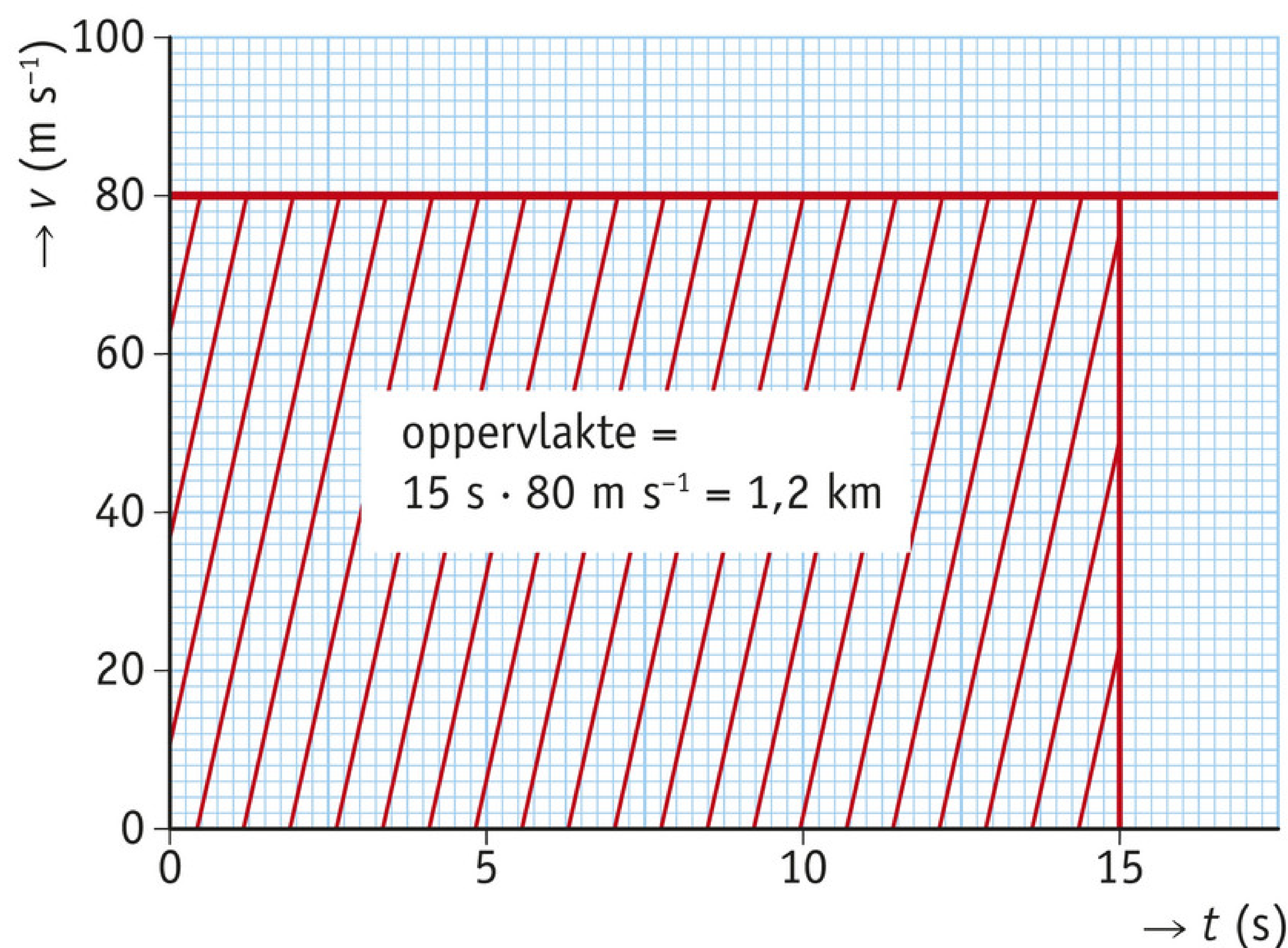
Je kunt de verplaatsing van een voorwerp bepalen uit het (v,t)-diagram. Stel dat een vliegtuig met een constante snelheid van 80 m s^{-1} vliegt. Een beweging waarbij de snelheid constant is wordt een **eenparige beweging** genoemd. De snelheid ‘80 m s^{-1}’ betekent letterlijk dat het vliegtuig elke seconde 80 m aflegt. Dus in 15 s verplaatst het vliegtuig zich 15 × 80 = 1200 m = 1,2 km. In een formule:

$$\Delta x = s = v_{gem} \cdot \Delta t = v \cdot t \qquad (v \text{ constant, begin bij } t = 0 \text{ s})$$

In figuur 26 zie je dat de uitkomst van deze berekening gelijk is aan de oppervlakte onder het (v,t)-diagram.

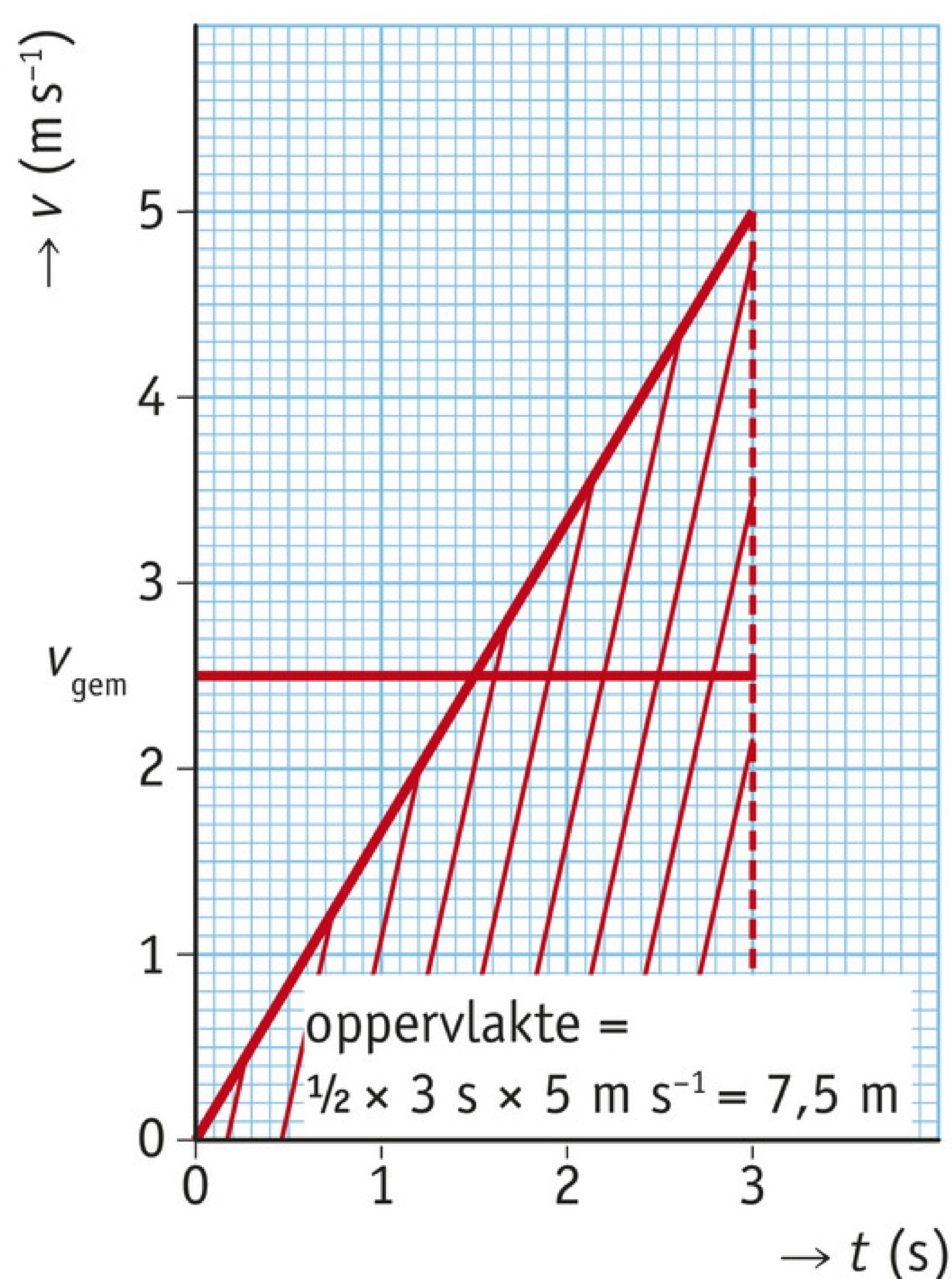
Ook als de snelheid verandert geldt:

de oppervlakte onder de grafiek in een (v,t)-diagram is gelijk aan de verplaatsing



▲ **figuur 26** De verplaatsing van t = 0 s tot t = 15 s is gelijk aan het gearceerde oppervlak onder de grafiek in het (v,t)-diagram.

De gemiddelde snelheid kun je ook bepalen met behulp van een (v,t)-diagram. De oppervlakte onder de grafiek moet gelijk zijn aan de oppervlakte onder de rechte lijn die de gemiddelde snelheid aangeeft. In beide gevallen is de verplaatsing immers gelijk.
Het (v,t)-diagram van figuur 27 toont een eenparig versnelde beweging: de versnelling is constant, de snelheid neemt elke seconde met eenzelfde hoeveelheid toe. Je ziet dat de oppervlakte onder de schuine lijn inderdaad gelijk is aan de oppervlakte onder de horizontale lijn waarbij v_{gem} staat.



▲ **figuur 27** het (v,t)-diagram voor een eenparig versnelde beweging vanuit stilstand

Voor een eenparig versnelde beweging bestaan nog twee handige formules. Voor de eerste gebruik je de definitie van de gemiddelde versnelling uit paragraaf 4: $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Als de versnelling constant is, het voorwerp vanuit stilstand begint (v_{begin} = 0 m s^{-1}) en de tijd bij t = 0 s begint, dan is de snelheid na t seconden:

$v = a \cdot t$ (a constant, begin bij t = 0 s met v_{begin} = 0 m s^{-1})

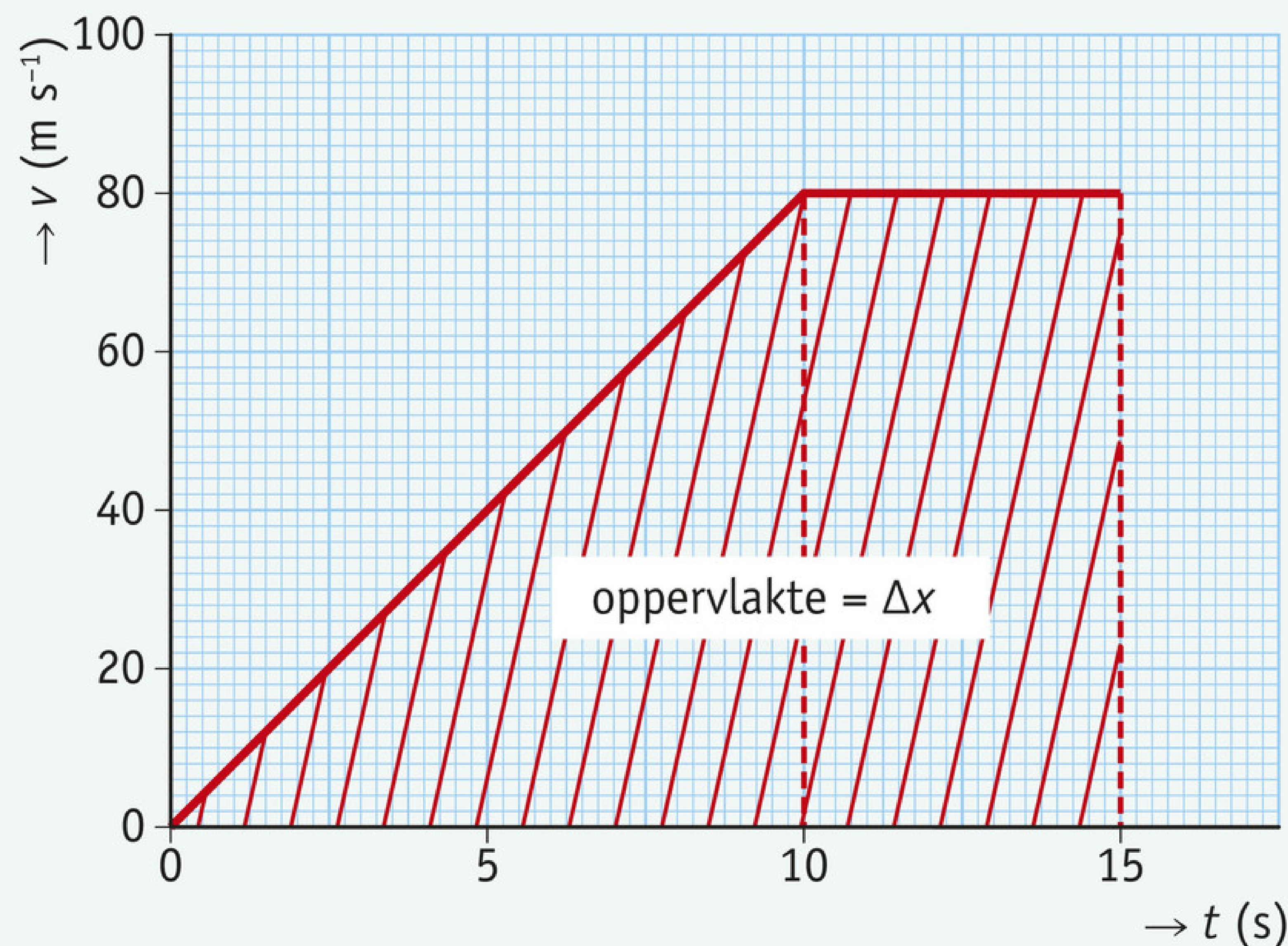
De verplaatsing na t seconden vind je door de oppervlakte onder de grafiek te berekenen. De grafiek is gelijk aan die in figuur 27, dus: $\Delta x = s = \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot (a \cdot t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. De verplaatsing voor een eenparig versnelde beweging vanuit stilstand is dus na t seconden gelijk aan:

$\Delta x = s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ (a constant, begin bij $t = 0$ s met $v_{begin} = 0 \text{ m s}^{-1}$)

Voorbeeldopgave 5

Figuur 28 toont het (v,t)-diagram van een vliegtuig dat opstijgt.

a Bepaal met behulp van het (v,t)-diagram de verplaatsing van het vliegtuig in de eerste 15 s.
b Bereken met deze gegevens de gemiddelde snelheid van het vliegtuig in deze 15 s.



▲ **figuur 28** (v,t)-diagram van een opstijgend vliegtuig

Uitwerking

a De verplaatsing is gelijk aan de oppervlakte onder het (v,t)-diagram:
- tussen $t = 0$ s en $t = 10$ s vormt het oppervlak een driehoek en is de verplaatsing: $\frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte} = \frac{1}{2} \times 10 \times 80 = 4{,}0 \cdot 10^2$ m;
- tussen $t = 10$ s en $t = 15$ s vormt het oppervlak een rechthoek en is de verplaatsing: $5{,}0 \times 80 = 4{,}0 \cdot 10^2$ m;
- de totale verplaatsing is dus: $4{,}0 \cdot 10^2 + 4{,}0 \cdot 10^2 = 8{,}0 \cdot 10^2$ m

b De gemiddelde snelheid is: $v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{8{,}0 \cdot 10^2}{15} = 53 \text{ m s}^{-1}$

Als de grafiek in het (v,t)-diagram niet uit eenvoudige rechte stukken bestaat, kun je de oppervlakte eronder bepalen door de volgende stappen te volgen:

Stap 1: Verdeel het gebied onder de grafiek in een aantal recht- en driehoeken. Dat doe je schattend, zodat je de oppervlakte die je ergens te kort hebt, compenseert door ergens anders te veel te kiezen. Op het oog kun je zo snel een redelijk nauwkeurig resultaat krijgen. Wil je het nauwkeuriger doen, tel dan de mm^2-hokjes in deze gebieden, zodat ze gelijk zijn.

Stap 2: Bepaal voor elk van de gebiedjes uit stap 1 de oppervlakte. Let daarbij op de eenheden langs de assen. Reken deze indien nodig om naar SI-eenheden.

Stap 3: Bepaal de totale oppervlakte, door de oppervlakten uit stap 2 op te tellen.

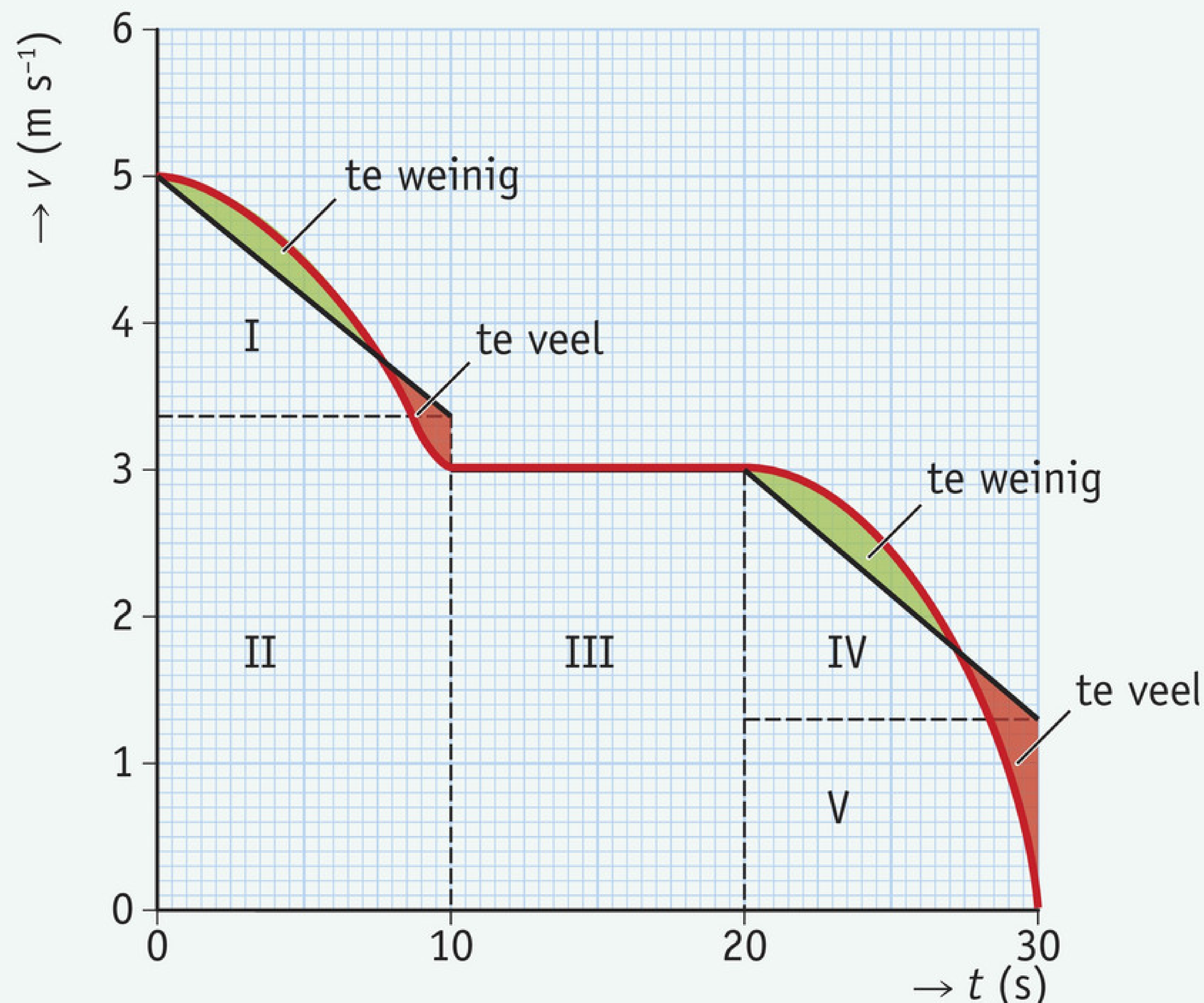
Voorbeeldopgave 6

Beantwoord de volgende vragen met behulp van het (v,t)-diagram in figuur 25 op pagina 35.

a Bepaal de verplaatsing tussen 0 en 30 s.

b Bereken hiermee de gemiddelde snelheid tussen 0 en 30 s.

Uitwerking



▲ **figuur 29** een ingewikkelder (v,t)-diagram

a De verplaatsing is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek. Volg het stappenplan:

Stap 1: In figuur 29 is figuur 25 overgenomen. Je ziet dat het gebied onder de grafiek in vijf gebiedjes (rechthoeken en driehoeken) is onderverdeeld. De groene gebiedjes (te kort) worden gecompenseerd door de rode gebiedjes (te veel).

Stap 2: De eenheden zijn al SI-eenheden. De oppervlakten zijn:

I: ½ × 10 × 1,6 = 8,0 m
II: 10 × 3,4 = 34 m
III: 10 × 3,0 = 30 m
IV: ½ × 10 × 1,7 = 8,5 m
V: 10 × 1,3 = 13 m

Stap 3: De totale oppervlakte is: 8,0 + 34 + 30 + 8,5 + 13 = 94 m

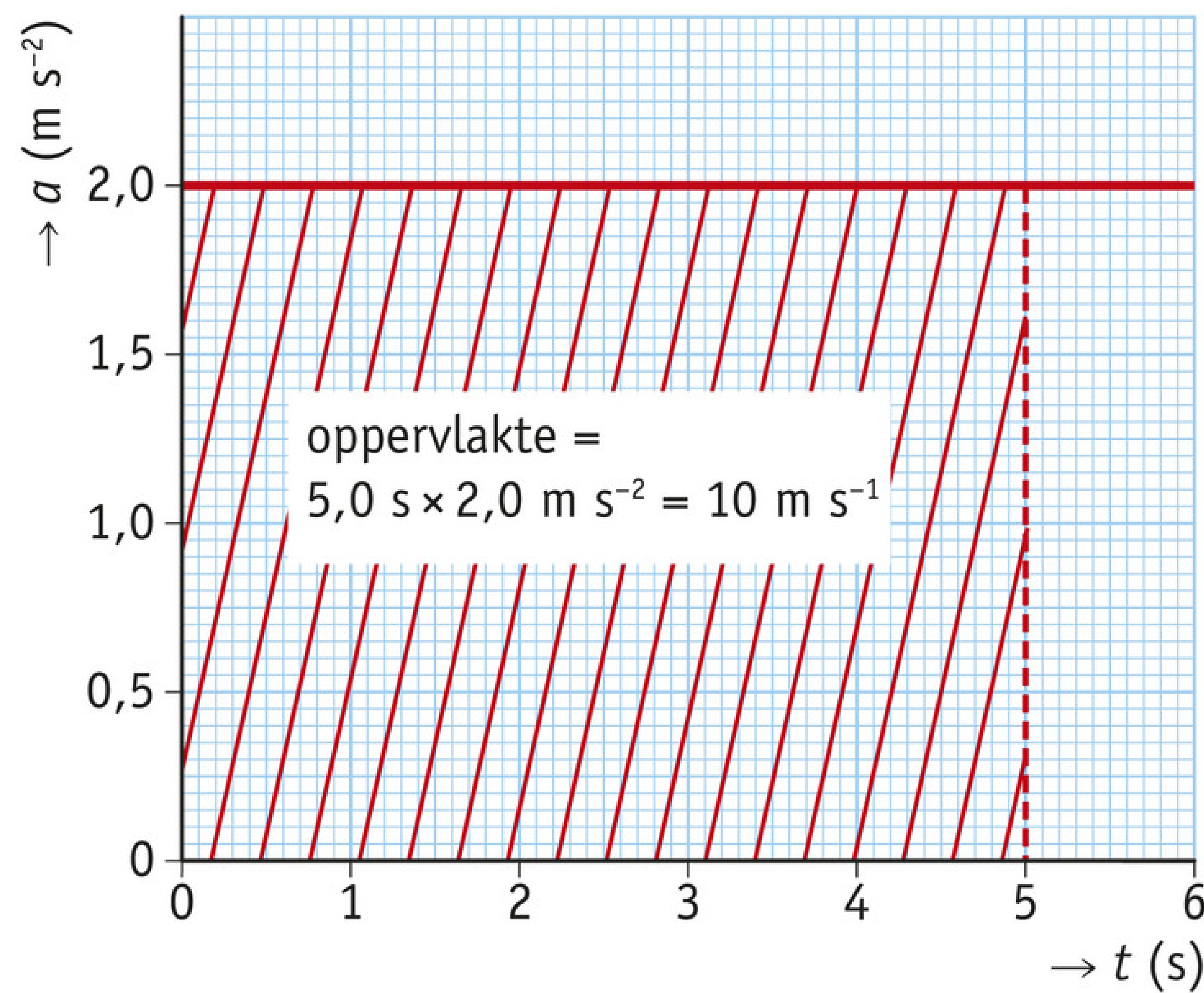
b De gemiddelde snelheid is: $v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{94\,\text{m}}{30\,\text{s}} = 3{,}1\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

De methode van voorbeeldopgaven 5 en 6 kun je gebruiken om een gemiddelde waarde te vinden in elk soort grafiek: je bepaalt de oppervlakte onder de grafiek en deelt die door het domein, de ‘breedte’, van het oppervlak.

Van versnelling naar snelheid

Er zijn situaties waarin je alleen maar de versnelling weet en niet de verplaatsing. Zo hebben veel smartphones een ingebouwde versnellingsmeter, ook wel **accelerometer** genoemd. Die meet, als functie van de tijd, de versnelling in een bepaalde richting. Met die versnelling kun je de verandering van de snelheid bepalen en daarmee weer de verplaatsing.

Stel dat een scooter vanuit stilstand optrekt met een constante versnelling van $a = 2{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ (figuur 30). Elke seconde neemt de snelheid dus toe met $2{,}0\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Dat betekent dat de scooter na 5,0 s een snelheid heeft van: $5{,}0 \times 2{,}0 = 10\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, of $36\ \mathrm{km\,h^{-1}}$. Als je naar het (a,t)-diagram kijkt, zie je dat dit gelijk is aan de oppervlakte onder de grafiek. Dit geldt algemeen: de snelheidsverandering is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek in een (a,t)-diagram, ook als de grafiek niet constant is.



▲ **figuur 30** (a,t)-diagram voor een versnellende scooter

Als je de beginsnelheid weet, kun je uit het (a,t)-diagram het (v,t)-diagram bepalen. Daarmee kun je weer de afgelegde weg bepalen, zoals je hiervoor hebt kunnen zien.

Onthoud!

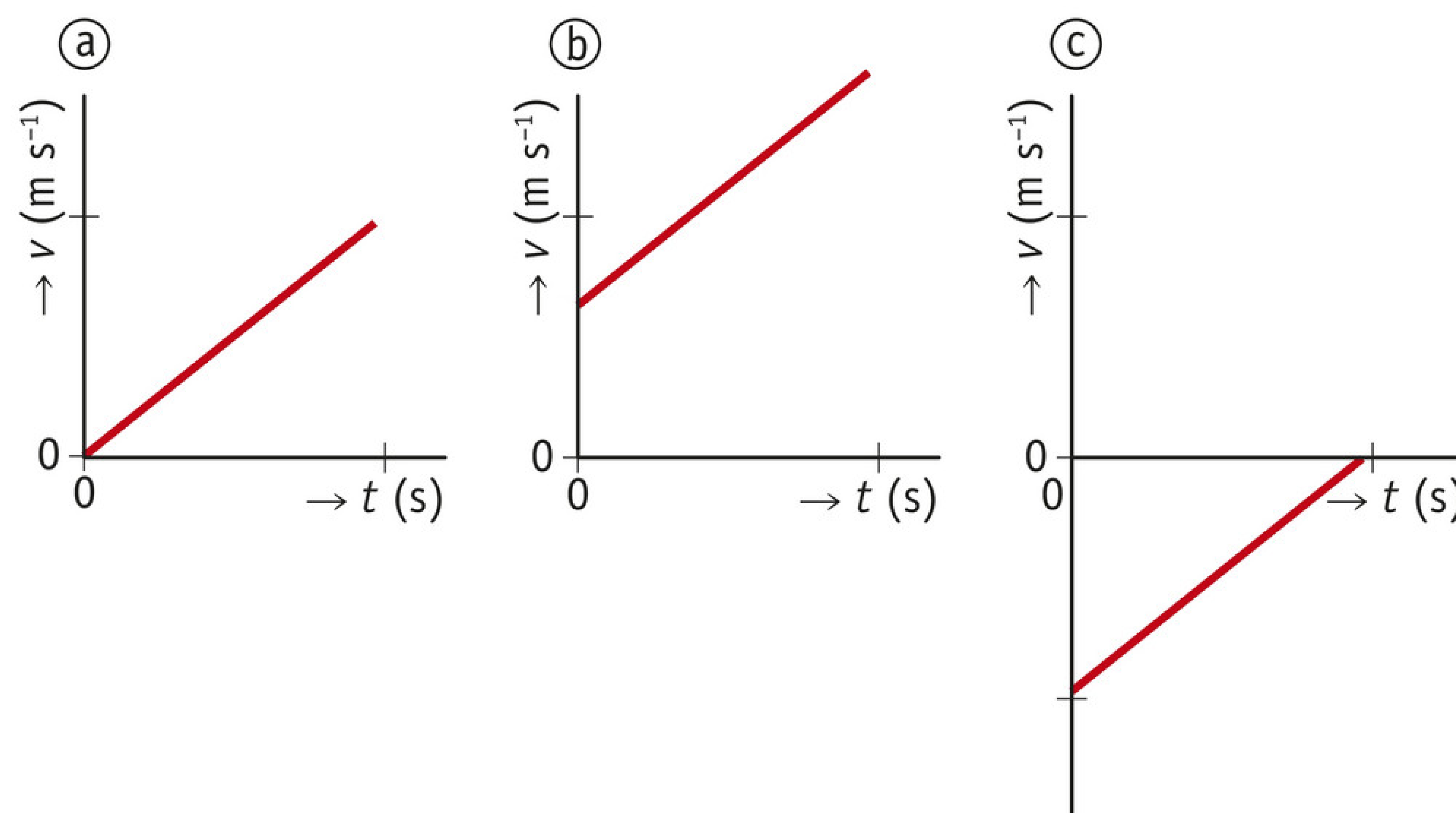
- De oppervlakte onder een (v,t)-diagram is gelijk aan de verplaatsing.
- De oppervlakte onder een (a,t)-diagram is gelijk aan de snelheidsverandering.
- Voor een eenparige beweging is de snelheid constant en voor de verplaatsing geldt: $\Delta x = s = v \cdot t$
- Voor een eenparig *versnelde* beweging is de versnelling constant en voor de snelheidstoename geldt: $\Delta v = a \cdot t$
- Voor een eenparig versnelde beweging vanuit stilstand is de verplaatsing vanaf $t = 0$ s gelijk aan: $\Delta x = s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Opdrachten

33 Verplaatsing en gemiddelde snelheid
Uit een (snelheid,tijd)-diagram kun je de verplaatsing en de gemiddelde snelheid bepalen.
a Leg uit hoe je uit een (snelheid,tijd)-diagram de verplaatsing bepaalt.
b Leg uit hoe je uit een (snelheid,tijd)-diagram de gemiddelde snelheid bepaalt.

34 Verplaatsing [1]

Orden de drie (v,t)-diagrammen in figuur 31 van kleinste naar grootste verplaatsing. De schaalverdeling is in de drie gevallen hetzelfde.

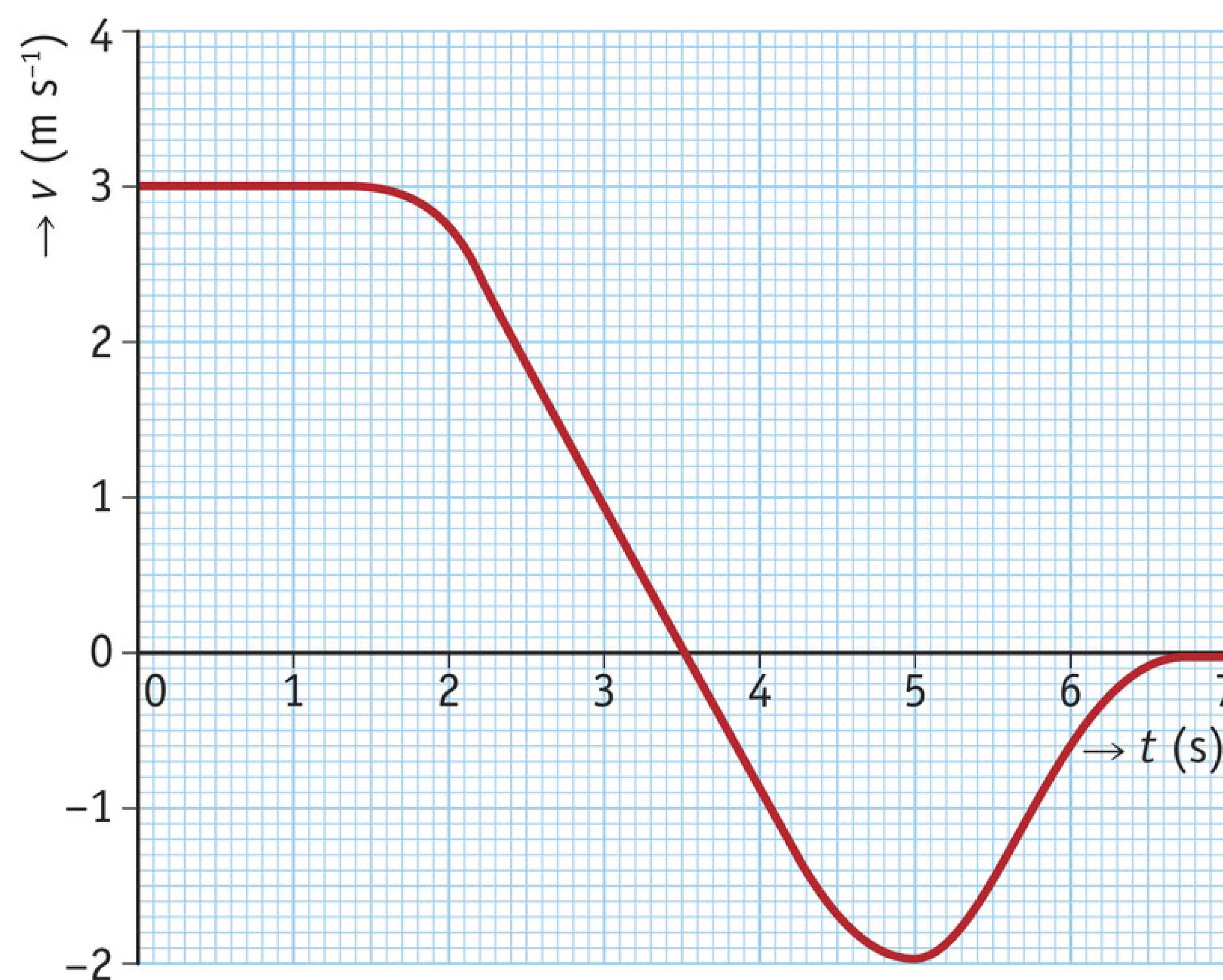


▲ **figuur 31** drie (v,t)-diagrammen

35 Verplaatsing [2]

Figuur 32 geeft het (v,t)-diagram van een skater in een halfpipe.

a Leg uit op welk tijdstip de skater omhoog begint te rollen.
b Leg uit op welk tijdstip de skater weer naar beneden begint te bewegen.
c Bepaal de verplaatsing van de skater na: 0, 1, …, 7 s. Zet je gegevens in een tabel.
d Zet de waarden uit opdracht c uit in een (x,t)-diagram.
e Bereken de gemiddelde snelheid van de skater gedurende deze rit.



▲ **figuur 32** (v,t)-diagram van een skater

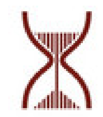
36 Verplaatsing [3]

Met behulp van het (v,t)-diagram uit figuur 32 kun je de gemiddelde snelheid van de skater bepalen. Stel dat een andere skater even lang met constante snelheid beweegt, gelijk aan deze gemiddelde snelheid.

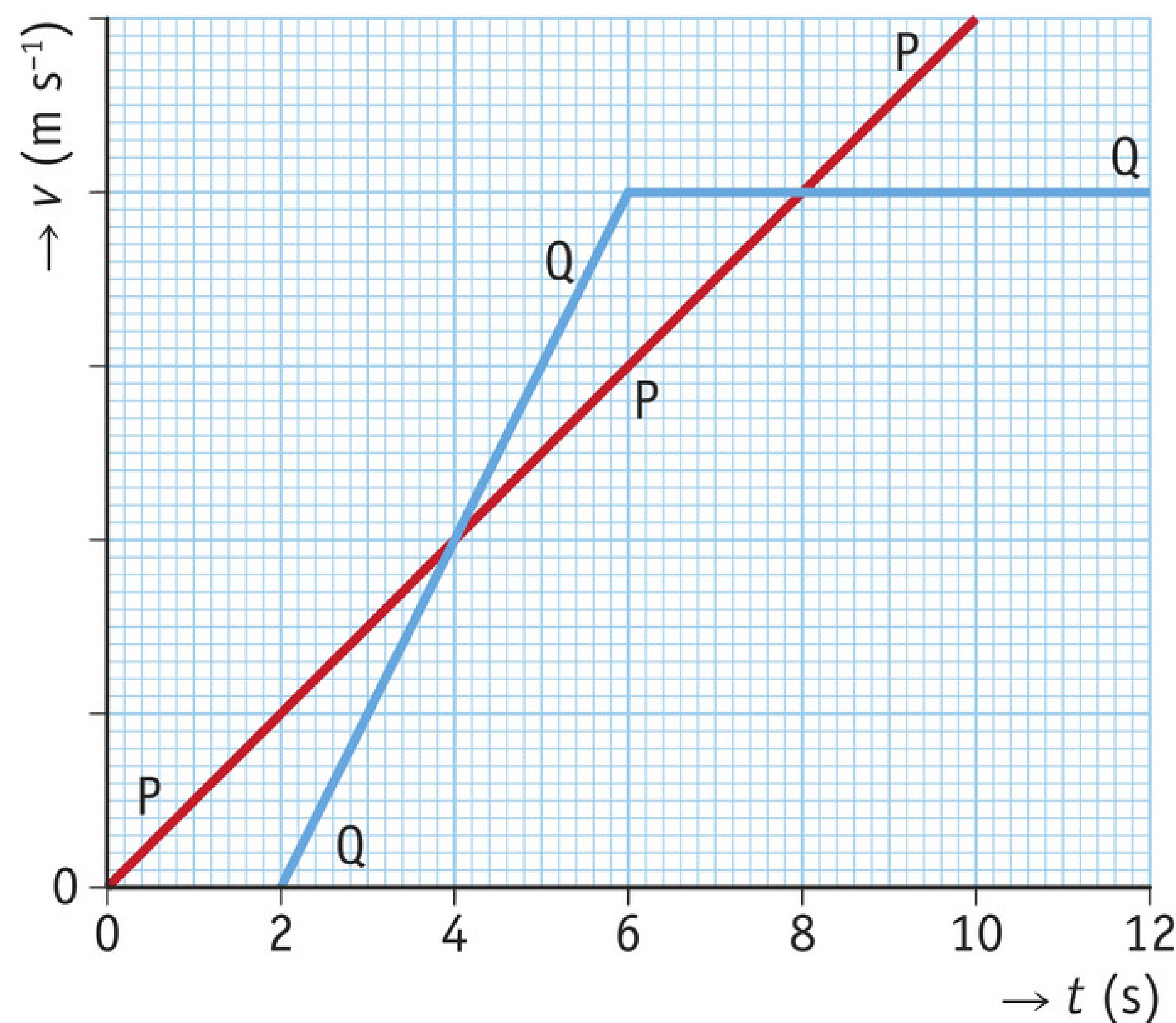
a Is de verplaatsing van deze tweede skater gelijk aan of groter of kleiner dan die van de eerste skater?
b Bepaal uit het (v,t)-diagram van figuur 32 de gemiddelde versnelling van de skater.

Stel dat een derde skater met beginsnelheid 3,0 m s^{-1} gedurende 7,0 s eenparig afremt, met een vertraging gelijk aan die je bij opdracht b hebt berekend.

c Beredeneer of de verplaatsing van deze derde skater gelijk is aan of groter of kleiner is dan die van de eerste skater.

 **37** Verplaatsing (4)

In het (v,t)-diagram van figuur 33 staat de beweging van twee auto's P en Q weergegeven. De auto's starten vanaf dezelfde positie in dezelfde richting.



▲ **figuur 33** (v,t)-diagram van auto's P en Q

Over dit diagram worden vier beweringen gedaan:

I De auto's hebben dezelfde snelheid op t = 4 s en t = 8 s.
II Auto Q ligt nooit voor op auto P.
III De auto's rijden naast elkaar op t = 8 s.
IV De auto's rijden naast elkaar op t = 4 s.

Leg uit welk(e) van deze beweringen juist is/zijn.

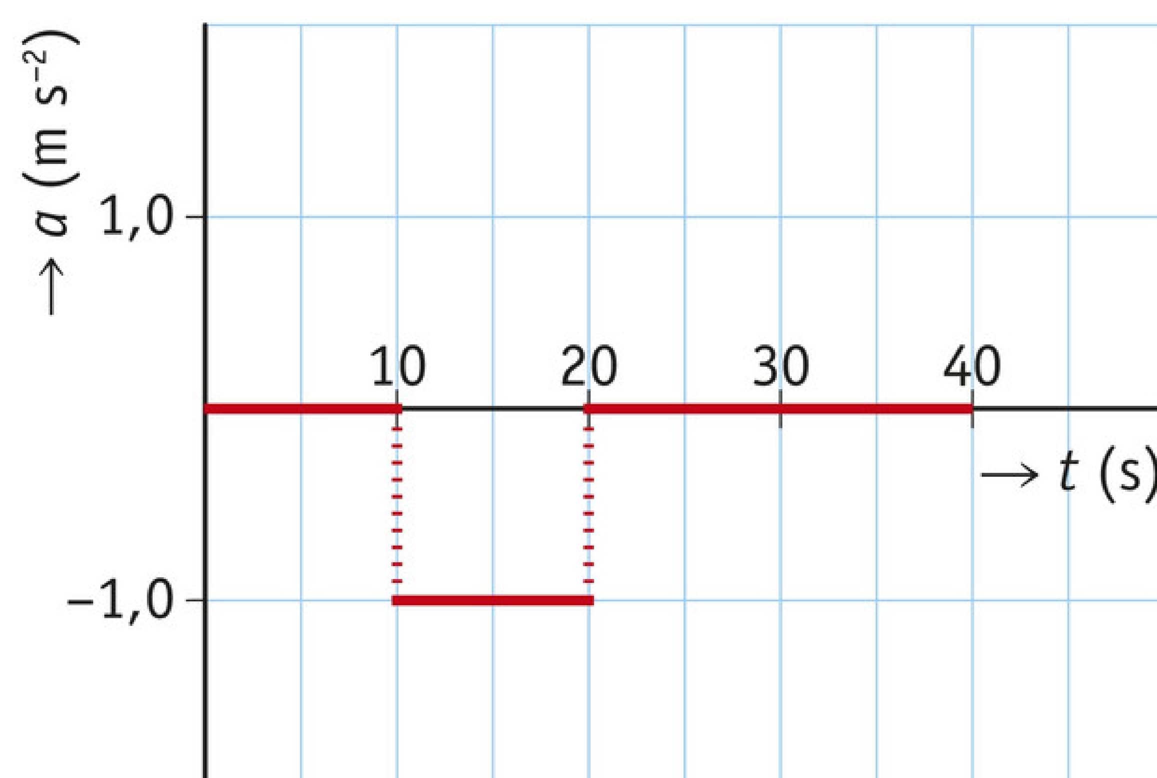
+38 Gps

Een auto met gps rijdt met een snelheid van 100 km h^{-1} een tunnel in. Het gps werkt niet meer in de tunnel. Figuur 34 toont het (a,t)-diagram van de auto wanneer deze zich in de tunnel bevindt.

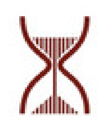
a Bepaal met behulp van het (a,t)-diagram het (v,t)-diagram van de auto gedurende de rit in de tunnel.

b Bepaal vervolgens met behulp van het (v,t)-diagram de lengte van de tunnel.

c Waarom kun je opdracht a en b niet beantwoorden zonder dat de beginsnelheid is gegeven?



▲ **figuur 34** (a,t)-diagram van een auto die in een tunnel rijdt

 **39** File

Auto I rijdt 50 km h^{-1}. Auto II passeert auto I met een snelheid van 70 km h^{-1}. Op het moment dat auto II precies naast auto I is, rijden beide bestuurders uit de mist, zien het einde van een stilstaande file en remmen beide uit alle macht en met dezelfde remvertraging. Auto I komt al glijdend net tot stilstand achter de laatste auto in de file.
Met welke snelheid zal auto II al glijdend tegen de file aan botsen?

A met ongeveer 20 km h^{-1}
B met ongeveer 30 km h^{-1}
C met ongeveer 40 km h^{-1}
D met ongeveer 50 km h^{-1}

6 Modelleren

In deze paragraaf leer je:
- een analogie toepassen om nieuwe vraagstukken op te lossen die lijken op vraagstukken die je eerder hebt opgelost;
- de modelleercyclus toepassen om een complex probleem terug te brengen tot een probleem dat je op kunt lossen;
- verschillende soorten modellen onderscheiden.

Sommige vraagstukken kun je niet eenvoudig oplossen. Het is dan handig een vaste methode te gebruiken om toch een oplossing te vinden. Dat is ook vaak de werkwijze van wetenschappers die werken aan problemen waar nog geen oplossing voor is.

Problemen oplossen

Bij veel van de opdrachten in dit hoofdstuk heb je, als het goed is, direct een idee hoe je het probleem moet aanpakken. Bijvoorbeeld omdat de opgave lijkt op een voorbeeldopgave in de tekst. Of misschien vind je het antwoord letterlijk in de tekst. Sommige opdrachten zijn moeilijker, omdat de situatie juist *niet* lijkt op iets wat je eerder hebt gezien. Zodra je de situatie van het probleem herkent, wordt het vinden van de oplossing makkelijker. Je kunt dan gebruikmaken van een **analogie**, zoals in voorbeeldopgave 7.

Voorbeeldopgave 7

Formule 1-raceauto A heeft een krachtige motor en accelereert snel. Auto B komt iets langzamer op gang, maar heeft door een betere stroomlijn een hogere topsnelheid.
Leg uit welke raceauto in het voordeel is op een bochtig circuit en welke op een circuit met weinig bochten en lange rechte einden.

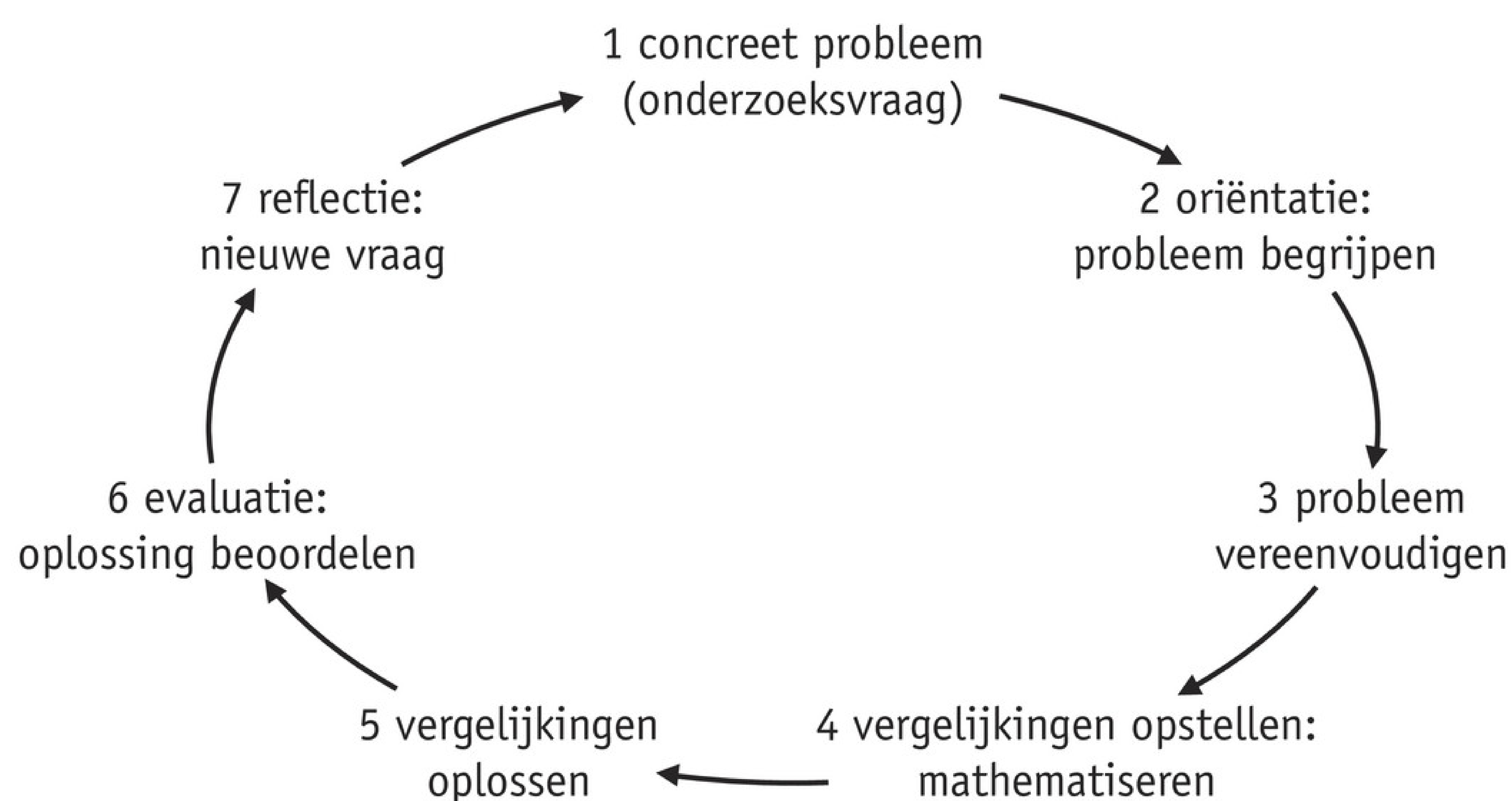
Uitwerking
De auto's verschillen in twee opzichten: de ene heeft een hoge versnelling, de andere juist een hoge topsnelheid. Dat is precies de situatie van de hardlopers uit het praktijkdeel. De twee problemen zijn dus analoog. Bij de hardlopers heb je beredeneerd dat een hardloper met lage topsnelheid en hoge versnelling voordeel heeft op korte afstanden.
De oplossing is nu dus ook dat de raceauto met de hoge versnelling, maar lage topsnelheid (raceauto A) vooral voordeel heeft op het bochtige circuit dat uit kortere rechte stukken bestaat. Raceauto B heeft voordeel op het circuit met lange rechte einden.

Er zijn ook problemen die minder eenvoudig zijn. Toch kun je dan met wat je geleerd hebt tot een oplossing komen, door gebruik te maken van een vaste aanpak: de modelleercyclus.

Modelleercyclus

De **modelleercyclus** bestaat uit de volgende zeven stappen (figuur 35):

1 Onderzoeksvraag: Dit is het probleem dat je wilt oplossen. Soms bedenk je zelf een onderzoeksvraag, soms is deze gegeven in een opgave.
2 Oriëntatie: Probeer te begrijpen wat het probleem is en wat er gevraagd wordt. Het helpt als je een schets van de situatie maakt met de gegevens uit de opgave.
3 Probleem vereenvoudigen: In deze stap is het belangrijk zo eenvoudig mogelijk te beginnen, zodat je een antwoord kunt geven op de vraag. Kijk of je hier een aanname kunt doen over de situatie waardoor het probleem lijkt op eerdere vraagstukken. Geef je aannamen duidelijk aan.
4 Vergelijkingen opstellen: Schrijf de vergelijkingen op die van toepassing zijn op het vereenvoudigde probleem. Zoek deze vergelijkingen eventueel op in Binas.
5 Vergelijkingen oplossen: Combineer de vergelijkingen om zo uitdrukkingen te krijgen voor de grootheden die je wilt berekenen. Vul de gegevens in en los de vergelijkingen op.
6 Evaluatie: Kijk of je antwoord zinnig is.
7 Reflectie: Ga na wat de beperkingen zijn van je model en of de aannamen wel redelijk zijn. Je kunt het model realistischer maken door weer bij stap 1 te beginnen.



▲ **figuur 35** modelleercyclus

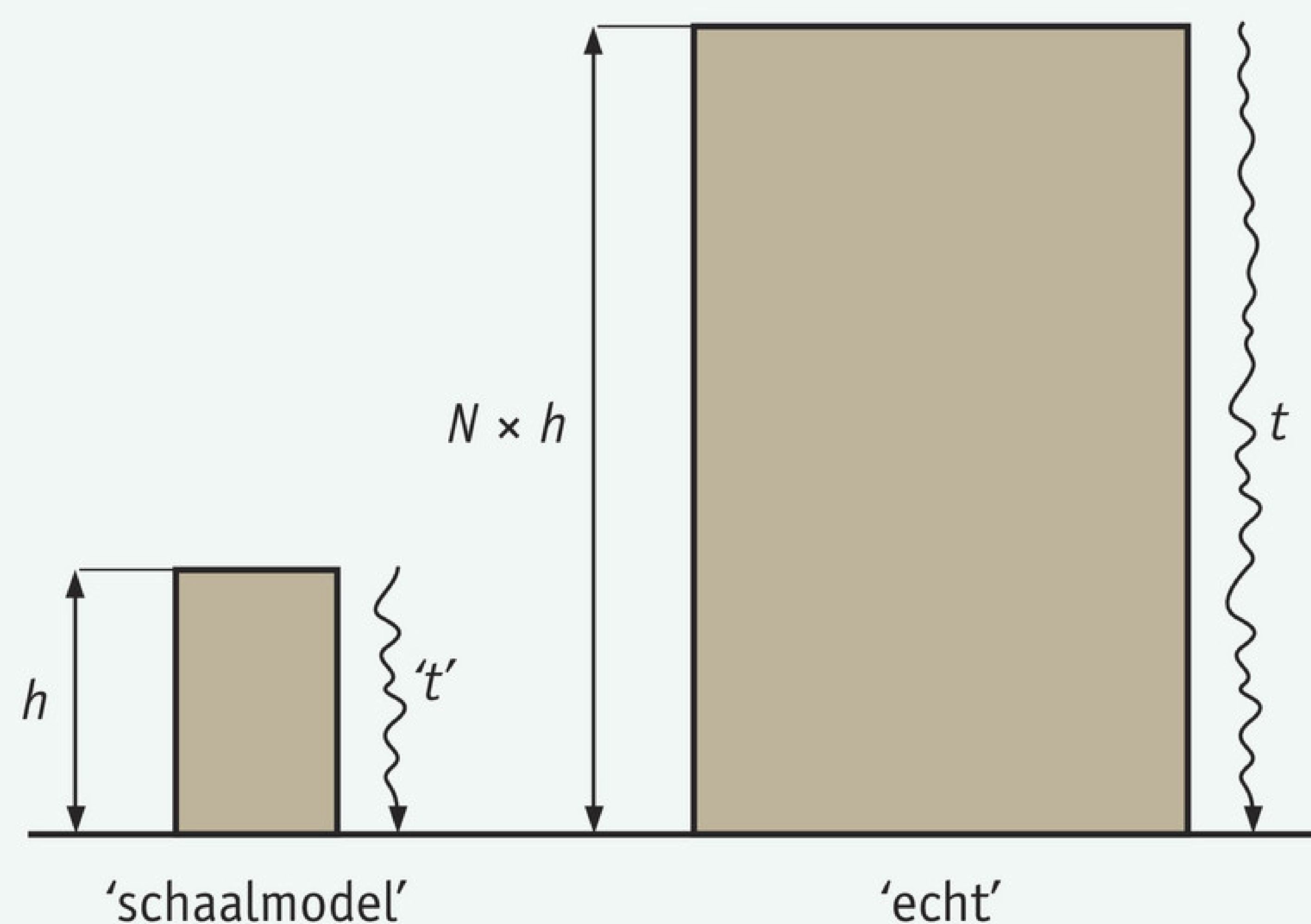
Voorbeeldopgave 8

In de filmindustrie wordt gebruikgemaakt van schaalmodellen van bijvoorbeeld gebouwen voor special effects. Zo'n schaalmodel dat instort moet eruitzien alsof het echt is. Het probleem is dat je direct ziet dat het om een schaalmodel gaat, want het gebouw stort sneller in dan een echt gebouw. De oplossing is de film langzamer af te spelen.
Onderzoek hoeveel langzamer de film moet worden afgespeeld voor een schaalmodel dat N keer zo klein is als een levensgroot model, zodat de film geloofwaardig is.

Uitwerking

1 Onderzoeksvraag – De onderzoeksvraag is nu gegeven: een concreet probleem uit de filmindustrie.
2 Oriëntatie – Waarom zie je dat een schaalmodel dat instort 'nep' is? De opdracht geeft een hint: het stort sneller in dan een echt gebouw. Het verschil moet zitten in de afmeting. Dus een klein gebouw stort sneller in dan een groot gebouw. Als je de film langzamer afspeelt dan *lijkt* het instorten langer te duren. De vraag is: hoeveel langzamer?

Geef het probleem schematisch weer (figuur 36). Hierin is de schaal weergegeven, en dat (het lijkt of) beide gebouwen even snel instorten: in tijd t. Door de tekening zie je dat het probleem te maken heeft met vallen.



▲ **figuur 36** schets van de situatie

3 Probleem vereenvoudigen – Beide gebouwen storten in en 'vallen' daardoor naar beneden. In het echt is dat heel ingewikkeld: het gebouw breekt op verschillende plaatsen, stort misschien scheef in, enzovoort. Ga eerst uit van een vrije val vanuit stilstand en bekijk alleen het dak. Dus: de daken van beide gebouwen voeren een vrije val uit met valversnelling $g = 9{,}81\ \text{m s}^{-2}$.

4 Vergelijkingen opstellen – Voor een vrije val vanuit stilstand geldt: $v = g \cdot t$, $v_{gem} = ½\, g \cdot t$ en $s = v_{gem} \cdot t = ½\, g \cdot t^2$. Voor het echte gebouw geldt: $s = N \cdot h$ en dus $N \cdot h = ½\, g \cdot t^2$. Voor het schaalmodel geldt: $h = ½\, g \cdot t_{schaal}^2$. De film van het schaalmodel moet zo langzaam (met *vertragingsfactor*) afgedraaid worden dat $t = t_{schaal} \cdot$ *vertragingsfactor*.

5 Vergelijkingen oplossen – Beide vergelijkingen kun je oplossen naar de tijd:

$N \cdot h = ½\, g \cdot t^2$

$2N \cdot h = g \cdot t^2$ (vermenigvuldig met 2)

$\frac{2N \cdot h}{g} = t^2$ (deel door g)

$t = \sqrt{\frac{2N \cdot h}{g}}$ (wortel trekken)

en op dezelfde manier:

$t_{schaal} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Conclusie: het schaalmodel stort $\sqrt{N}$ keer zo snel in, dus moet de film $\sqrt{N}$ keer zo langzaam worden afgespeeld, zodat de instorttijd gelijk wordt.

6 Evaluatie – Je antwoord komt overeen met wat in de opdracht staat: de film moet langzamer worden afgespeeld.

7 Reflectie – Je hebt de luchtweerstand verwaarloosd. Als de schaalfactor (N) niet te groot is, dan zal dat weinig effect hebben. Maar als het schaalmodel erg klein wordt, dan zul je wel iets merken van de luchtweerstand.

De cyclus in figuur 35 wordt de modelleercyclus genoemd, omdat:
- de oplossing een benadering is voor de werkelijkheid en de oplosmethode gebruikmaakt van een *model* voor de werkelijkheid;
- de oplossing nooit in één keer goed is. Je volgt de stappen losjes in de gegeven volgorde: soms doe je een stapje terug. Eenmaal aan het eind komen er vaak nieuwe vragen boven die je beantwoordt door de stappen nogmaals te doorlopen. Vandaar modelleer*cyclus*.

Het resultaat van een modelleercyclus is een model dat een stukje van de werkelijkheid beschrijft. Een model kun je vergelijken met de bouwtekening van een huis. Veel details zijn weggelaten, maar alle zaken die nodig zijn om het huis te bouwen staan erop.

Soorten modellen

In de natuurwetenschappen zijn er drie verschillende soorten modellen, elk met een ander doel:
- om een praktijkprobleem op te lossen, zie voorbeeldopgave 9;
- om te voorspellen hoe een bepaald systeem zich in de toekomst gaat gedragen. Het klimaatmodel of het model van het weer zijn hier voorbeelden van. Dit worden **dynamische modellen** genoemd;
- om te begrijpen hoe de natuur in elkaar zit. Dit worden vaak **theorieën** genoemd.

De vergelijkingen die je bij een dynamisch model opstelt (stap 4 en 5 van de modelleercyclus), zijn vaak niet eenvoudig op te lossen. Daarom maak je gebruik van een computer. Dat heeft als voordeel dat je het model steeds een beetje kunt aanpassen en doorrekenen om te zien wat het effect is. Dat is bijvoorbeeld handig bij het voorspellen van het weer. Dynamische modellen komen aan bod in hoofdstuk 2.
Een theorie is een wetenschappelijke verklaring voor een deel van de werkelijkheid. Natuurwetten, zoals de wet van behoud van energie, zijn meestal een onderdeel van zo'n theorie. Een theorie is een soort model, omdat die altijd een *benadering* is van de werkelijkheid. Na verloop van tijd worden theorieën bijgesteld, of vervangen door nauwkeuriger theorieën. Zo werd in 1905 de theorie van Newton over kracht en beweging vervangen door de speciale relativiteit van Einstein. In *Nova* leer je verschillende natuurkundige theorieën kennen.

Theorie, experiment en schatten

Als je een model opstelt, moet je weten hoe de natuur zich in bepaalde situaties gedraagt. Dan maak je gebruik van bekende theorieën. In voorbeeldopgave 8 gebruik je bijvoorbeeld de theorie van de vrije val die in dit hoofdstuk aan bod is gekomen. Soms heb je extra informatie nodig. Dat kunnen meetgegevens zijn uit een experiment dat jij zelf hebt uitgevoerd, of die je bijvoorbeeld op internet vindt. Soms kan het nuttig zijn bepaalde grootheden te schatten. Het voordeel: dit scheelt tijd en meestal wordt je model er niet heel anders door. In een volgende ronde kun je je model realistischer maken door alsnog echte meetgegevens te gebruiken.

Voorbeeldopgave 9

Het Empire State Building in New York was na de bouw in 1931 lange tijd het hoogste gebouw van de stad. Maak een beredeneerde schatting hoe snel je boven bent in het Empire State Building: a) met de lift, b) met de trap.

Uitwerking

1 Onderzoeksvraag – Deze is gegeven.
2 Oriëntatie – Het antwoord hangt af van hoe hoog het gebouw is en de verticale snelheid van beide manieren van naar boven gaan. Je moet een schatting maken van de hoogte van het gebouw en de snelheid van een lift en van een voetganger op de trap.
3 Probleem vereenvoudigen – Neem om te beginnen aan dat de snelheden constant zijn en dat de lift tussendoor niet hoeft te stoppen.

4 Vergelijkingen opstellen – Voor de afgelegde weg geldt: $s = v \cdot t$, dus $t = \frac{s}{v}$

5 Vergelijkingen oplossen – Nu moet je iets inschatten. Om het makkelijker te maken, schat je hoeveel verdiepingen het gebouw heeft en hoelang de lift en de voetganger over één verdieping doen.

- Het Empire State Building is een hoog gebouw, maar het is al oud. Ga uit van 100 verdiepingen. Dus s = 100 verdiepingen.
- Als je thuis rustig de trap oploopt naar de eerste verdieping, dan duurt dat ongeveer 5 s. De verdiepingen van het Empire State Building zullen misschien hoger zijn en je wordt moe. Ga uit van 10 s per verdieping. Dus $v_{voetganger}$ = 0,1 verdieping s^{-1}.
- Bedenk hoelang een jou bekende lift over een verdieping doet. Dat zal ongeveer 2 s zijn. v_{lift} = 0,5 verdieping s^{-1}.

Invullen geeft:

- $t_{lift} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ s} = 3 \text{ min}$
- $t_{voetganger} = \frac{100}{0,1} = 1000 \text{ s} = 17 \text{ min}$

6 Evaluatie – De antwoorden klinken niet onredelijk. Met de trap duurt het in ieder geval een stuk langer dan met de lift.

7 Reflectie – Het model kan realistischer worden als je rekening houdt met het vermoeid raken van de voetganger en de details van de liften. In werkelijkheid heeft het Empire State Building 102 verdiepingen en het is niet mogelijk met de lift in één keer de bovenste verdieping te bereiken: je moet overstappen. Op internet is te lezen dat het minder dan een minuut duurt om de 80e verdieping te bereiken. Als je de overstap niet meetelt duurt het dus ruim een minuut om boven te komen. Er is een hardloopwedstrijd voor het beklimmen van het Empire State Building. Het record voor mannen staat op 9 min en 33 s, voor vrouwen op 11 min en 23 s.

Je ziet dat je in voorbeeldopgave 9 een best aardig resultaat krijgt op basis van schattingen. De opgave laat ook zien dat het maken van een **schatting** iets heel anders is dan gokken. Bij schatten baseer je je op ervaringen. Dat kunnen ook meetresultaten zijn.
In de volgende hoofdstukken staan vaker dit soort opdrachten waarbij je een model moet opstellen. Uiteindelijk is het belangrijk dat je zelf gaat herkennen welk soort opdrachten je het beste op kunt lossen met de modelleercyclus.

Onthoud!

- Een analogie bestaat uit twee ogenschijnlijk verschillende situaties die wat structuur betreft toch op elkaar lijken. De oplossing van de ene situatie is dan te gebruiken voor de andere situatie.
- De modelleercyclus bestaat uit verschillende stappen die je helpen om een complex probleem op te lossen. Vaak moet je daarbij vereenvoudigingen maken. Door de cyclus meerdere keren te doorlopen, kun je de oplossing van het probleem verbeteren.
- Er zijn drie belangrijke soorten modellen: vereenvoudigingen om praktische problemen op te lossen, dynamische modellen en (wetenschappelijke) theorieën.

Opdrachten

40 Model of theorie

Model en theorie worden soms door elkaar gebruikt. Zo wordt gesproken van ‘klimaatmodel’ en het ‘standaardmodel van elementaire deeltjes’. Het eerste is een model zoals in deze paragraaf wordt bedoeld. Het tweede is een theorie.
Beschrijf in je eigen woorden wat het verschil is tussen een model en een theorie.

41 Model waterput

Dover Castle (VK) is gebouwd op een hoge klif, 110 m boven zeeniveau. In het kasteel bevindt zich een diepe waterput: het grondwaterniveau ligt vele meters lager. Een bezoeker laat een muntje in de put vallen en hoort het 9 s later in het water vallen.

a Bereken op basis van deze gegevens de diepte van de put tot het waterpeil. Doorloop hiervoor de eerste vijf stappen van de modelleercyclus. Geef duidelijk de verschillende stappen aan. Begin met een zo eenvoudig mogelijk model, waarvoor een exacte oplossing mogelijk is.
b Evalueer je antwoord van opdracht a: is de uitkomst zinnig?

Het model wordt realistischer door rekening te houden met de luchtweerstand. Het is dan alleen niet meer exact op te lossen.

c Welke vereenvoudiging voor de luchtweerstand zou je kunnen maken in stap drie van de cyclus, zodat het model nog wel exact is op te lossen?
d Voer de modelleercyclus nogmaals uit, rekening houdend met de vereenvoudiging van opdracht c, en bereken zo nogmaals de diepte van de put. Evalueer je antwoord.

Naast de luchtweerstand kun je ook rekening houden met de geluidssnelheid.

e Beredeneer of de berekende diepte van de put groter of kleiner wordt wanneer je rekening houdt met de geluidssnelheid.

42 Intercity of lightrail

Intercitytreinen hebben een hoge topsnelheid, maar komen moeilijk op gang. Ook duurt het lang voordat ze stilstaan. Lightrailtreinen hebben juist een lagere topsnelheid, maar komen sneller op gang en staan ook sneller stil.
Onderzoek met behulp van de modelleercyclus vanaf welke afstand tussen twee stations een intercity sneller is dan een lightrailtrein. Ga ervan uit dat beide treinen eenparig versnellen en vertragen, de intercity met een versnelling van $a_{\text{intercity}} = 1{,}2\ \text{m s}^{-2}$ en de lightrail met $a_{\text{lightrail}} = 2{,}4\ \text{m s}^{-2}$. De topsnelheid van de intercity is $130\ \text{km h}^{-1}$ en van de lightrail $80\ \text{km h}^{-1}$.

43 Voetballers

Twee voetballers staan tegenover elkaar. De aanvaller heeft de bal, de verdediger probeert die af te pakken. Vanuit stilstand sprint de aanvaller met de bal weg. De verdediger volgt. De aanvaller heeft een topsnelheid van $10{,}0\ \text{m s}^{-1}$ en een versnelling van $5{,}0\ \text{m s}^{-2}$. De verdediger versnelt 10% langzamer, maar heeft een 10% hogere topsnelheid. Ga in deze opgave uit van een rechtlijnige beweging.

a Onderzoek op welke afstand de verdediger de aanvaller inhaalt.
b Onderzoek hoe het antwoord op opdracht a verandert wanneer je rekening houdt met de reactietijd van de verdediger. Maak zelf een schatting voor de reactietijd.
c Beredeneer of het voor de aanvaller mogelijk is te ontkomen aan de verdediger.

44 Sifan Hassan

In 2008 kwam Sifan Hassan op vijftienjarige leeftijd als Somalische vluchtelinge naar Nederland. In 2013 kreeg ze de Nederlandse nationaliteit en in 2016 bereikte ze de finale 1500 m bij de Olympische Spelen in Rio de Janeiro (Brazilië). Helaas behaalde ze geen eremetaal, maar ze doet dus wel mee met de wereldtop.
Hassan heeft zich gespecialiseerd op de middellange afstanden.

a Leg uit of Hassan dan een grote versnelling heeft, of een hoge topsnelheid.

Hassan heeft veel prijzen gewonnen op de middellange afstanden en weinig op de lange (meer dan 10 km).

b Beredeneer welke conclusie je hieruit kunt trekken over haar uithoudingsvermogen.

De persoonlijke records van Hassan op de 800, 1000 en 1500 m waren in 2017 respectievelijk: 1 min 59 s, 2 min 35 s en 3 min 56 s.

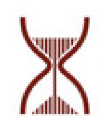
c Voorspel op basis van deze tijden welk resultaat je verwacht dat Hassan zou behalen op de 100 m en op de 200 m. Doorloop hiervoor de modelleercyclus.

45 Vos en haas

Een haas bevindt zich 20 m van een vos. De vos loopt met 15 $m\,s^{-1}$ in de richting van de haas. De haas begint van de vos weg te rennen met een versnelling van 8,0 $m\,s^{-2}$. Zijn maximale snelheid is 16 $m\,s^{-1}$.

a Onderzoek of de haas ontsnapt.

b Onderzoek wat de minimale afstand vanaf de vos is waarop de haas nog kan ontkomen.



46 Snelste lift

Hitachi heeft, naar eigen zeggen, de snelste lift geïnstalleerd in het Guangzhou CTF Finance Centre. De lift heeft een topsnelheid van 72 $km\,h^{-1}$ en bereikt in 43 s de 95e verdieping van het gebouw op een hoogte van 440 m.
Maak een beredeneerde schatting van de versnelling van de lift. Maak duidelijk welke aannamen je doet.

+47 Droog blijven in de regen

Het regent, je hebt geen paraplu en je moet naar huis lopen. Als je in de regen blijft staan kom je nooit thuis en word je erg nat. Als je heel hard zou rennen, dan kom je snel thuis, maar ‘veeg’ je als het ware alle regen tegen je aan en word je ook erg nat. De onderzoeksvraag in deze opgave is: Hoe snel kun je het beste lopen in een regenbui zodat je zo min mogelijk nat wordt?

a Stel een zo eenvoudig mogelijk model op voor deze situatie en leg hiermee uit dat bij regen die verticaal valt, een zo hoog mogelijke loopsnelheid optimaal is.

b Gebruik je model om uit te leggen wat er verandert wanneer de regen door de wind schuin van voren en schuin van achteren valt.

c Maak je model realistischer en onderzoek hoe daarmee het antwoord op de onderzoeksvraag verandert.

Eindopdracht

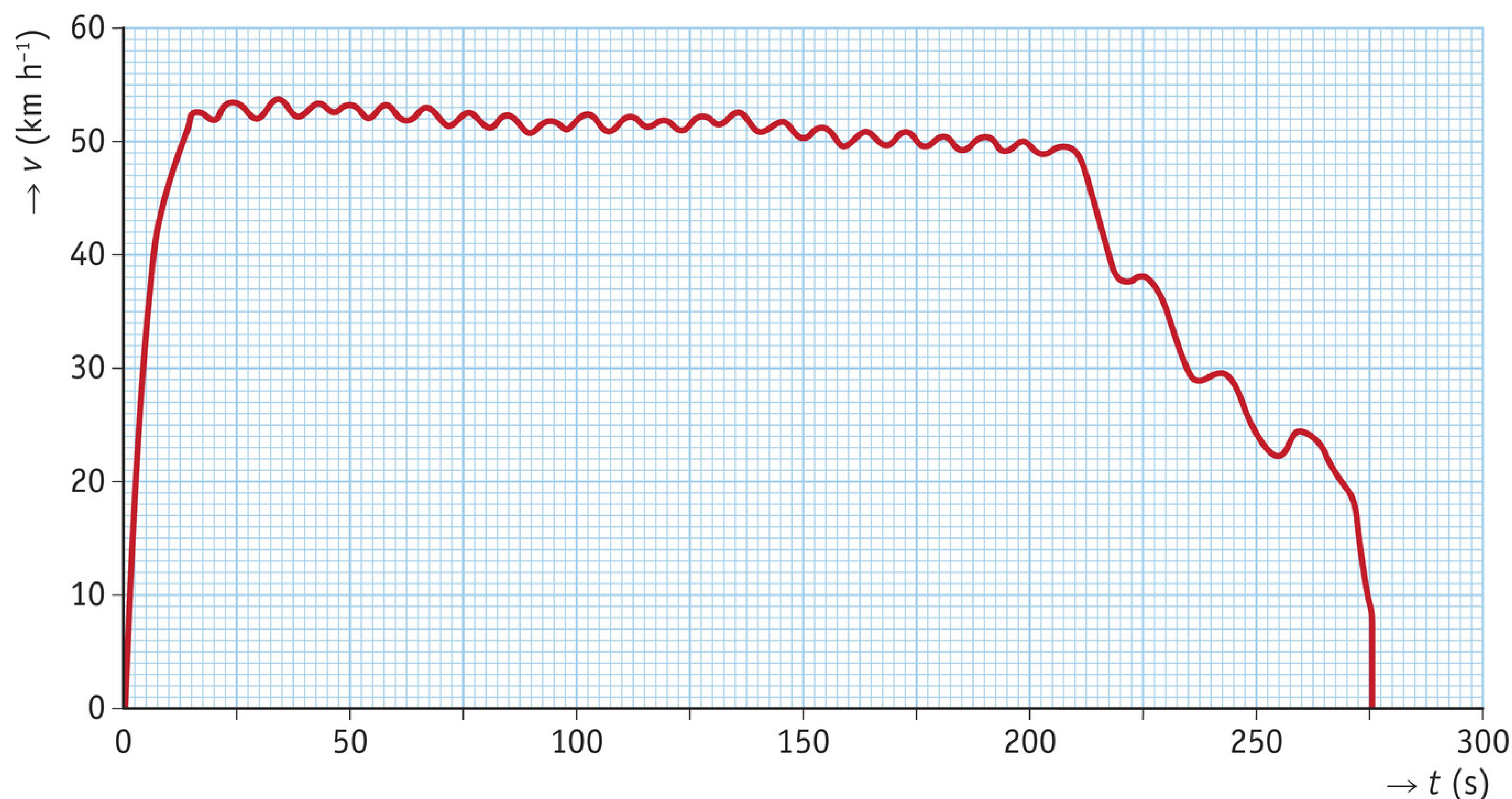
48 Baanwielrennen
Lees het artikel in figuur 37.

> **Individuele achtervolging baanwielrennen**
>
> Baanwedstrijden worden gereden op speciale baanfietsen op een ovale piste. Bij de Olympische Spelen is de baan altijd 250 m lang en meestal overdekt. De individuele achtervolging is een onderdeel van het baanwielrennen. Twee renners beginnen vanuit stilstand op tegenoverliggende punten van de baan. Bij de individuele achtervolging moet door mannen 4 kilometer en door vrouwen 3 kilometer worden afgelegd.
>
> *bron: nl.wikipedia.org*

▲ **figuur 37**

a In het artikel staat een afstand '3 kilometer'. Leg uit dat het aantal significante cijfers meer is dan 1.
b Noem het aantal significante cijfers voor deze afstand, wanneer de lengte van de baan op centimeters nauwkeurig is bepaald.

In figuur 38 staat het (*v*,*t*)-diagram van een training voor de 3 km achtervolging voor vrouwen.



▲ **figuur 38** (*v*,*t*)-diagram van een training op de 3 km

c Noem twee meetmethoden waarmee de grafiek in figuur 38 gemaakt zou kunnen zijn.
d Leg uit waarom je de grafiek kunt gebruiken alsof het om een rechtlijnige beweging gaat, hoewel het dat in werkelijkheid niet is.
e Bepaal met behulp van de grafiek de maximumsnelheid van de wielrenster. Druk je antwoord uit in $m\,s^{-1}$.
f Bepaal met behulp van de grafiek de versnelling van de wielrenster bij de start.

g Toon met behulp van de grafiek aan dat de wielrenster het eerste rondje op het parcours aflegt in een tijd van 22 s.
h Bereken de gemiddelde snelheid van de wielrenster tijdens het eerste rondje.
i Geef een mogelijke verklaring voor het toe- en afnemen van de snelheid vanaf 15 s.

De beweging van de wielrenster is te benaderen door een eenparig versnelde beweging met a = 1,4 m s^{-2} gedurende de eerste 10 s en vervolgens een eenparige beweging met v = 14,0 m s^{-1} tot het eind van de race.
j Ga door middel van een berekening na of een wielrenster met een hogere versnelling (1,7 m s^{-2}), maar een lagere topsnelheid (13,5 m s^{-1}) het zou winnen van de wielrenster uit figuur 38.

7 Practicum

EXPERIMENT 1 Verplaatsing meten (apparatuurpracticum)

Inleiding
In dit experiment leer je drie verschillende methoden te gebruiken om de verplaatsing van een vallend gewichtje als functie van de tijd te bepalen. Uit die gegevens kun je vervolgens de snelheid en de versnelling bepalen. Het doel van dit experiment is dat je deze drie methoden zelfstandig kunt gebruiken voor het uitvoeren van een onderzoeksopdracht.

Onderzoeksvraag
Hoe kun je met een tijdtikker, met behulp van videometen en met een stroboscopische opname de verplaatsing van een vallend gewichtje bepalen?

Benodigdheden
gewichtje (circa 50 g); tijdtikker; voedingskast; tikkerband; plakband; videocamera; computer met software voor het analyseren van videometingen; statief; fototoestel met lange sluitertijd (minimaal 1 s); stroboscoop; meetlint

Veiligheid
In dit practicum wordt een stroboscoop gebruikt die flitsen genereert. Dit kan bij mensen met epilepsie een aanval uitlokken. Zij kunnen beter het lokaal verlaten.

Uitvoering
Je voert het experiment drie keer uit. Iedere keer gebruik je een andere methode. Voor elke methode laat je het gewichtje langs een muur vallen vanaf een hoogte van ongeveer 2 m. Zorg dat er goed contrast is tussen het gewichtje en de muur. Bevestig het meetlint aan de muur, zodat het op de video en foto goed zichtbaar is.

A: tijdtikker
- Sluit de tijdtikker aan op de voedingskast.
- Noteer de frequentie van de tijdtikker.
- Leid de tikkerband door de tijdtikker. Bevestig het ene eind aan het gewichtje, bijvoorbeeld met plakband. Zorg dat de tikkerband goed door de tijdtikker kan lopen als je het gewichtje laat vallen. Je kunt bijvoorbeeld de tijdtikker zo houden dat de tikkerband er verticaal doorheen loopt.
- Zet de tijdtikker aan en laat het gewichtje los.
- Stop de tijdtikker als het gewichtje op de grond is gevallen.
- Controleer of je meting gelukt is: is de tikkerband bijvoorbeeld niet vast blijven zitten, of gescheurd? Zijn de stippen goed zichtbaar?

B: videometen
- Zet tegenover de muur de camera op een statief. Zorg dat je vanaf enige afstand filmt, zodat de valbeweging goed te zien is en je geen last hebt van vertekend perspectief. Onderzoek zelf welke afstand tussen camera en gewichtje een goed resultaat geeft.
- Start de video-opname, laat het gewichtje vallen en stop de video-opname.
- Noteer de frequentie waarmee de camera gefilmd heeft. Dit wordt *frame rate* of het aantal *fps* (*frames per second*) genoemd.
- Gebruik de handleiding van de software voor de verdere verwerking van de beelden.

C: stroboscopische opname
- Gebruik een goed te verduisteren ruimte.
- De opstelling is gelijk aan die voor videometen, maar in plaats van een videocamera gebruik je nu een fototoestel.
- Stel de sluitertijd van het fototoestel in op ongeveer 1 s.
- Stel de frequentie van de stroboscoop zodanig in dat deze gedurende de valbeweging ongeveer tien keer flitst. Zet de stroboscoop vervolgens aan.
- Maak een foto.
- Maak een afdruk van de foto.

Verwerking

1 Maak voor elk van de methoden een tabel met twee kolommen: tijd en plaats. Kies zelf een geschikte eenheid en noteer deze bovenaan de kolommen.
2 Maak voor elk van de methoden een grafiek van de plaats tegen de tijd. Zet je resultaten in één diagram.
3 Vergelijk de resultaten van de drie methoden. Bespreek eventuele verschillen met elkaar. Welke oorzaken kun je noemen voor eventuele afwijkingen?
4 Noem voor elke methode voor- en nadelen.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Valbeweging (begripspracticum)

Inleiding
In experiment 1 heb je de verplaatsing van een vallend gewichtje als functie van de tijd bepaald. Het gewichtje versnelt daarbij met een bepaalde versnelling. In dit experiment onderzoek je kwalitatief of die versnelling anders zou zijn geweest wanneer je een gewichtje met een grotere massa had laten vallen.

Onderzoeksvraag
Valt een voorwerp met een grotere massa sneller dan een voorwerp met een kleinere massa?

Benodigdheden
drie gewichten (bijvoorbeeld 25 g, 50 g, 1 kg); plaat om de vloer te beschermen (bijvoorbeeld piepschuim)

Uitvoering
- Formuleer eerst een hypothese: wat verwacht je dat er gebeurt als je tegelijk twee verschillende gewichten laat vallen?
- Houd de twee gewichten op gelijke hoogte boven de plaat.
- Laat de gewichten tegelijk los en luister wat er gebeurt.
- Herhaal het experiment met andere combinaties van gewichten.
- Herhaal het experiment eventueel door de valhoogte te vergoten.

Verwerking

1 Vielen de gewichten tegelijk op de grond?
2 Hoe wordt het resultaat beïnvloed wanneer de valhoogte groter is?

Conclusie
3 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Versnelde beweging (onderzoekspracticum)

Inleiding
Voer voordat je dit experiment uitvoert eerst experiment 1 uit. Voor dit experiment onderzoek je een versnelde beweging van een voorwerp dat je zelf interessant vindt. Je kunt bijvoorbeeld een klasgenoot een sprint laten trekken, of iemand met de fiets vanuit stilstand weg laten rijden. Misschien heb je een huisdier dat je kunt filmen terwijl het wegspringt. Het doel van dit experiment is dat je zelf de methode en uitvoering bedenkt bij een gegeven onderzoeksvraag. Je past hierbij toe wat je in dit hoofdstuk hebt geleerd.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de maximale versnelling van een versnellend voorwerp?

Benodigdheden
Bedenk welke materialen je nodig hebt. Verzamel deze materialen en/of zorg dat je deze materialen kunt gebruiken op het moment dat je het experiment wilt uitvoeren.

Uitvoering
Schrijf stapsgewijs op hoe je het experiment uit moet voeren om antwoord te krijgen op de onderzoeksvraag. Laat deze stappen door een medeleerling beoordelen: die moet zonder verdere uitleg precies begrijpen wat hij/zij moet doen.

Verwerking

1 Maak op basis van je metingen een (x,t)-, (v,t)- en een (a,t)-diagram van de beweging.
2 Bepaal uit het (v,t)- en het (a,t)-diagram de maximale versnelling van het voorwerp dat je onderzocht hebt.

Conclusie
3 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 (x,t)- en (v,t)-diagrammen nabootsen (begripspracticum)

Inleiding
Het is belangrijk dat je (x,t)- en (v,t)-diagrammen goed kunt lezen en snapt welke bewegingen de grafieken aangeven. In dit experiment ervaar je wat de betekenis is van deze diagrammen. Dat doe je door een opgegeven grafiek na te maken door de bijbehorende beweging zelf uit te voeren. Met behulp van de computer zet je die beweging om in een (x,t)- en (v,t)-diagram. Je werkt in tweetallen.

Onderzoeksvraag
Lukt het je om een bepaald (x,t)-diagram en (v,t)-diagram vast te laten leggen door een afstandssensor waarvoor jij beweegt?

EXPERIMENT 5 Veerconstante bepalen (begripspracticum)

Inleiding
In dit experiment draait het om nauwkeurigheid. Je gaat zo nauwkeurig mogelijk de veerconstante van een veer bepalen. Het antwoord moet je in het juiste aantal significante cijfers geven.

Onderzoeksvraag
Hoe kun je een grafiek gebruiken om uit een reeks metingen een veerconstante nauwkeuriger te bepalen dan met één enkele meting?

ONDERZOEK 1 Karretje op hellend vlak

Regelmatig word je gevraagd een *open onderzoek* uit te voeren, waarin niet staat beschreven hoe je iets dergelijks aanpakt. Hier zie je een uitgewerkt voorbeeld van zo'n open onderzoek.

Inleiding
Als je een karretje op een hellend vlak zet, rijdt dat karretje eenparig versneld naar beneden.

Onderzoeksvraag
Hangt de versnelling van het karretje af van de massa van dat karretje? Zo ja, hoe?

Aanpak
1 Je begint met het opstellen van een hypothese. Dat is een voorlopig antwoord dat je bedenkt zonder een experiment te doen. Zo kan de hypothese in dit geval bijvoorbeeld zijn: Hoe groter de massa van het karretje, des te groter de versnelling.
2 Je gaat vervolgens de invloed van de massa van het karretje op de versnelling van dat karretje onderzoeken. Allereerst moet je dus de massa van het karretje kunnen variëren. Dat doe je door gewichtjes op het karretje te bevestigen. Meet de massa van het karretje zonder gewichtjes erop en bepaal de massa van de gewichtjes.
3 Je kunt de versnelling van het karretje niet rechtstreeks meten. Je moet dus iets anders meten waarmee je de versnelling kunt berekenen. Je kunt met een meetlint de afstand meten die het karretje aflegt en met een stopwatch de tijdsduur die het karretje hiervoor nodig heeft.
4 Nu moet je bedenken hoe je met deze afstand s en tijdsduur t de versnelling a kunt uitrekenen. Reken eerst de gemiddelde snelheid uit. Bereken dan de eindsnelheid (onderaan de helling) met de formule waarbij je weet dat de beginsnelheid van het karretje (bovenaan de helling) nul is. Dan kun je tot slot de versnelling berekenen met de formule.
5 Voer nu de metingen uit waarbij je de massa van het karretje varieert. Voer bij elke massa verschillende metingen uit. Bereken per massa de gemiddelde tijd.
6 Bereken de versnellingen met de bij 3 en 4 beschreven methode.
7 Maak een tabel met daarin de massa en de versnelling. Eventueel kun je een grafiek tekenen.
8 Nu kun je de onderzoeksvraag beantwoorden.
9 Maak een verslag van het experiment. Bedenk dat je de resultaten op verschillende manieren kunt presenteren: poster, podcast, video, enzovoort. Houd je aan de voorwaarden die voor iedere presentatievorm gelden.

ONDERZOEK 2 Accelerometer smartphone

Inleiding
De meeste smartphones hebben een ingebouwde accelerometer die versnelling meet in drie richtingen: x, y en z. De gegevens van deze sensor kun je uitlezen met een speciale app. Zie bijvoorbeeld de website van Wavefront Labs.

Onderzoeksvragen

1 Hoe kun je met de accelerometer uit je smartphone verplaatsingen meten?
2 Hoe nauwkeurig is deze methode voor het bepalen van verplaatsingen?

Praktisch
Op de website van Wavefront Labs vind je ook informatie over de werking van de accelerometer. Bedenk voor onderzoeksvraag 2 eerst welke meting je gaat uitvoeren om de bepaling van de verplaatsing met een accelerometer mee te vergelijken.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvragen.



HOOFDSTUK 2

Kracht en beweging

In het eerste hoofdstuk heb je geleerd hoe je de bewegingen van voorwerpen kunt beschrijven en analyseren. In dit hoofdstuk leer je voorspellen hoe voorwerpen zullen bewegen op basis van de krachten die erop werken. Daarvoor gebruik je de wetten die Newton in de zeventiende eeuw opschreef. Daarom wordt dit deel van de natuurkunde ook wel de 'klassieke mechanica' genoemd. Die natuurkunde klopt nog steeds heel goed voor veel alledaagse situaties. Later zul je zien dat de wetten van Newton niet kloppen voor heel kleine systemen en voor voorwerpen met een grote snelheid.

Praktijk

Dakloos na aardbeving

Door een aardbeving in Groningen raakt het huis van Erik Mensen zo beschadigd dat het gesloopt moet worden. Er volgt getouwtrek over de oorzaak van de schade. Is die het gevolg van de gaswinning, of door slecht onderhoud en een gebrekkige bouwconstructie? Bouwen in Groningen zal nooit meer kunnen zonder rekening te houden met de dalende bodem.

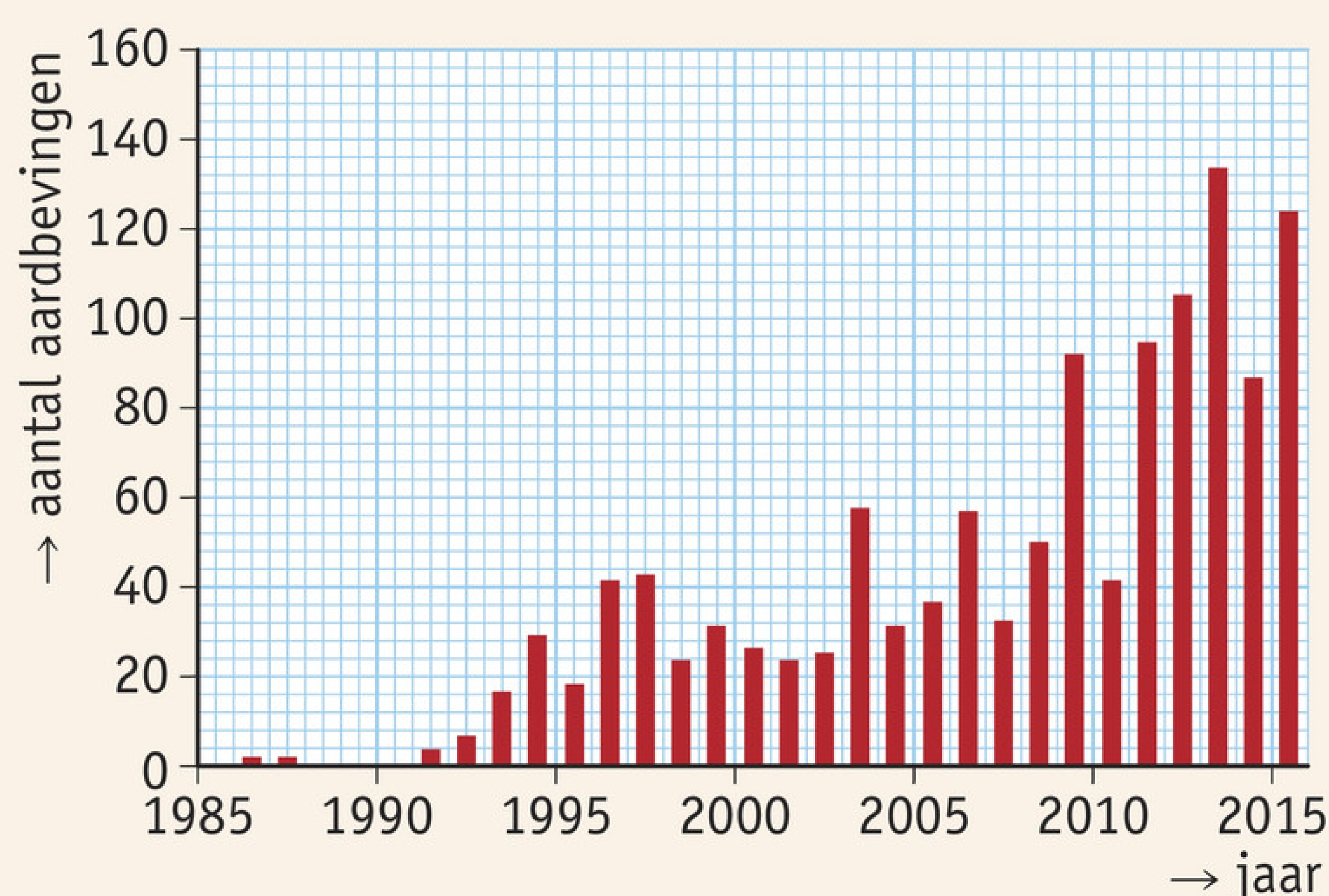


Epicentrum

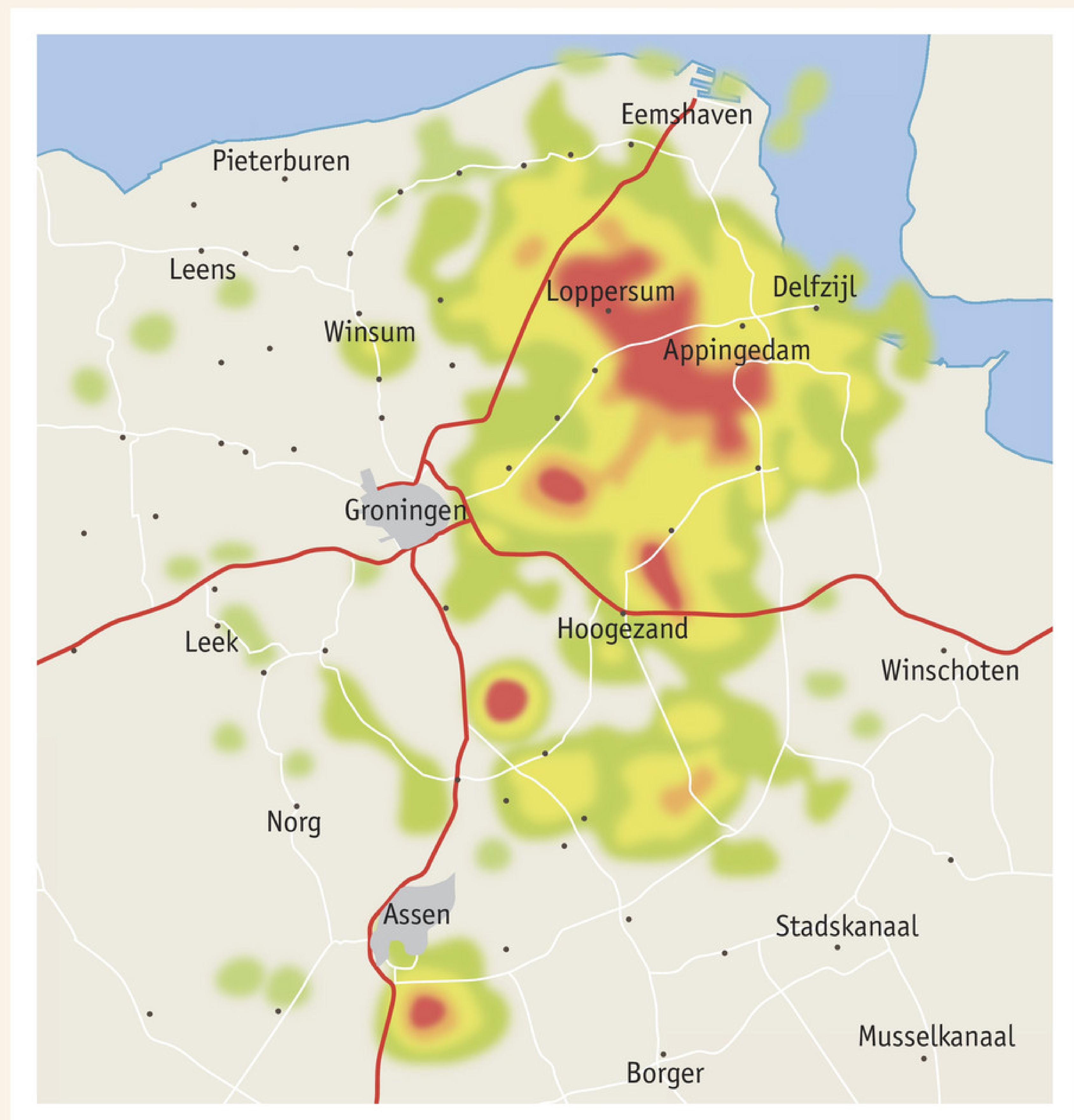
Vrijwel direct na de ontdekking in 1959 van het aardgasveld in Slochteren (Groningen) begint de Nederlandse Aardolie Maatschappij (NAM) met de winning van aardgas. Het levert Nederland veel welvaart op. In 2013 vormden de aardgasbaten nog zo'n 10% van de rijksinkomsten. Maar de gaswinning heeft ook nadelen. Door de verkoop van aardgas aan het buitenland stijgt in de jaren 1960 de waarde van de gulden, zodat de concurrentiepositie van Nederland verslechtert en in de jaren 1970 de werkloosheid toeneemt. Dit effect doet zich elders in de wereld ook voor en wordt door economen de *Dutch disease* genoemd.
Tastbaarder worden de effecten echter midden jaren 1990. Door het gas aan de bodem te onttrekken, daalt de bodem schoksgewijs. Er komen in Groningen steeds vaker, steeds zwaardere aardbevingen voor, in de media vaak aangeduid met 'gasbevingen' (figuur 1). Bewoners protesteren en eisen dat de gaskraan wordt dichtgedraaid. In 2014 geeft minister Kamp van Economische Zaken toe en stelt een productieplafond in. Werd er in 2013 nog bijna 54 miljard m^3 gas geproduceerd, in 2015 wordt de grens op 30 miljard m^3 gesteld. Er is nog steeds discussie of dit plafond laag genoeg is om toekomstige schade door aardbevingen te voorkomen.

Het zwaartepunt van het aardbevingsgebied ligt zo'n beetje onder Loppersum (figuur 2). Hier niet ver vandaan, in Stedum, kocht Erik Mensen in 1999 een vrijstaand huis, gebouwd in 1905. Toen Mensen het huis kocht was er ook nog niet veel reden tot zorg. Dat verandert helaas na de nacht van 13 februari 2014. In een interview met *NRC Handelsblad*

"De muren zwiepten en het plafond kraakte."



▲ **figuur 1** aantal aardbevingen in Noord-Nederland sinds 1986



▶ **figuur 2** locatie van aardbevingen tussen 1986 en 2013, hoe roder hoe meer bevingen

doet Mensen zijn verhaal. Hij vertelt dat hij de muren zag zwiepen, het water in zijn aquaria zag klotsen en het plafond hoorde kraken. Zijn huis wordt getroffen door een aardbeving met een kracht van 3,0 op de schaal van Richter. Een schade-expert van de NAM komt langs en waarschuwt dat bij een volgende beving zijn huis kan instorten.

Die volgende beving komt een maand later, waarna Mensen niet meer in zijn huis durft te slapen. De NAM laat door een aannemer de schoorsteen slopen en de voor- en achtergevel stutten. Daarna blijft het stil. Mensen neemt daarom zelf contact op met een onafhankelijk raadsman gaswinning. Op diens advies wordt een nieuw onderzoek uitgevoerd, door hetzelfde bedrijf dat eerder door de NAM was ingeschakeld. Nu wordt geconcludeerd dat de schade niet door de gaswinning is veroorzaakt, maar door achterstallig onderhoud en een slechte bouwconstructie.
Na een slopende strijd biedt de NAM uiteindelijk aan het huis van Mensen voor € 70 000 op te kopen. Net genoeg om de hypotheek af te lossen, maar veel lager dan de herbouwwaarde van € 140 000. Mensen valt tussen wal en schip. De Commissie Bijzondere Situaties, die getroffenen van aardbevingen in Groningen bijstaat, kan niets voor hem doen, omdat hij geen huis met aardbevingsschade meer heeft. Zonder huis en zonder huisraad, die hij wegens ruimtegebrek verkocht, verblijft hij noodgedwongen in de daklozenopvang.

Trage gebouwen

De oorzaak van de schade aan het huis van Erik Mensen lijkt duidelijk. Hoe is het dan toch mogelijk dat hij in de daklozenopvang terechtkomt? Om die vraag te kunnen beantwoorden, is informatie nodig over de soort schade die huizen oplopen bij een aardbeving en hoe die ontstaat.
De meeste huizen bestaan voor een belangrijk deel uit steenachtig materiaal: beton en baksteen. Die materialen kunnen heel goed drukkrachten opvangen, maar veel slechter trekkrachten. Staal, bijvoorbeeld, kan trekkrachten uitstekend opnemen. Daarom wordt in moderne gebouwen veel gebruikgemaakt van gewapend beton, waarbij een korf van wapeningsstaal wordt aangebracht alvorens het beton te storten. Zo vullen de gunstige eigenschappen van de twee materialen elkaar aan.
Een huis dat een aardbeving te verduren krijgt, beweegt niet als één geheel met de grond mee. Als de fundering heen en weer beweegt, blijft het huis een beetje achter. Dat komt doordat massa 'traag' is: er is een kracht nodig om het in beweging te brengen. Zo ontstaan er flinke trekkrachten in de constructie; precies de krachten waartegen steen niet bestand is. Het gevolg: scheuren. Bovendien kunnen de scheuren bij elke zwiep steeds makkelijker groter worden, waardoor de constructie het uiteindelijk begeeft.

Een huis op z'n kop

Het verhaal van Erik Mensen laat op een tragische manier zien dat het niet eenvoudig is vast te stellen of



▲ **figuur 4** modelhuis (rechts) in het Stevin-laboratorium van de TU Delft



▲ **figuur 5** voegwerk kan slecht trekkrachten weerstaan

scheuren ontstaan zijn door een aardbeving, door achterstallig onderhoud, of door constructiefouten. Omdat de NAM vaker met dit soort zaken te maken krijgt, heeft het bedrijf de Technische Universiteit Delft gevraagd te onderzoeken hoe aardbevingsschade te herkennen is.
In het Stevin-laboratorium van de TU Delft is daarvoor op ware grootte een huis nagebouwd, volgehangen met sensoren (figuur 4). Het huis staat als het ware op zijn kop: de krachten die de fundering bij een aardbeving te verduren krijgt, worden bij het modelhuis bovenin uitgeoefend. Dat gebeurt cyclisch: de kracht begint bij nul, wordt opgevoerd tot een bepaalde amplitude en neemt dan weer af naar nul. Dat proces wordt herhaald, met een steeds grotere amplitude. Tussentijds wordt het huis geïnspecteerd op scheuren. Voor kleine krachten is de constructie redelijk veerkrachtig, maar op een gegeven moment ontstaan er permanente scheuren waardoor het huis steeds makkelijker te vervormen is (figuur 5). De proef wordt afgebroken ruim voordat er instortingsgevaar ontstaat.
Een andere manier om huizen te testen is door ze na te bouwen op een schudtafel die de aardbeving kan simuleren. Die proeven zijn voor Groningse huizen uitgevoerd in Pavia (Italië) bij een onderzoeksinstituut voor aardbevingsbestendig bouwen. De uitkomsten van dit soort experimenten worden gebruikt om bestaande computermodellen te verbeteren waarmee betere constructies ontworpen kunnen worden.

Problemen met traagheid

Dat de traagheid van een gebouw voor problemen kan zorgen tijdens een aardbeving, bleek wel bij de zware aardbeving in Kobe (Japan) in 1995. Traditionele huizen, gemaakt van hout en bamboe, stortten vrijwel allemaal in. Om tyfoons te kunnen weerstaan, zijn de daken van deze huizen bedekt met zeer zware dakpannen. Dat maakt het dak zo 'traag' dat het bij een aardbeving min of meer op zijn plek blijft. Gevolg: het dak breekt los van de constructie en het huis stort in. Maar ook modernere betonnen gebouwen stortten in. Veel appartementsgebouwen en kantoren hadden een benedenverdieping met grote open ruimten voor bijvoorbeeld winkels en parkeerplaatsen. Daarom waren veel muren vervangen door pilaren. Hoger gelegen verdiepingen waren sterker. Net zoals het zware dak bij de traditionele huizen bleven de bovenste verdiepingen op hun plek en bewoog de onderste verdieping eronder vandaan (figuur 3).



▲ **figuur 3** Alleen de onderste verdieping van dit gebouw heeft het begeven.

Aardbevingsbestendig bouwen

Bij het bouwen van nieuwe huizen in Groningen worden al strengere eisen gesteld aan de constructie. In Japan is er, door de vele aardbevingen, al veel ervaring met aardbevingsbestendig bouwen. Stalen constructies kunnen trekkrachten dus beter opvangen. Bovendien zijn ze lichter, waardoor het gebouw de beweging van de grond beter kan volgen. Ook kan de constructie steviger gemaakt worden door het aanbrengen van driehoekige verbindingen en worden maatregelen genomen om de vrijkomende energie te absorberen, waardoor de trillingen kunnen worden gedempt.

Voor Erik Mensen zijn dit soort maatregelen natuurlijk mosterd na de maaltijd. Gelukkig eindigt zijn verhaal toch positief. De Commissie Bijzondere Situaties heeft in de zomer van 2016 gezorgd dat Mensen een huurwoning kan betrekken en betaalt tijdelijk zijn huur.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Kracht van aardbeving
De kracht van een aardbeving kan worden uitgedrukt in de maximale versnelling van de grond bij het heen en weer bewegen. Bij de aardbeving in Kobe in 1995 was die maximale versnelling $0{,}80 \cdot g$, dus 0,80× de valversnelling.

a Druk de versnelling van de grond uit in $m\,s^{-2}$.

De verplaatsing van de grond bij die maximale versnelling was 17,7 cm. Neem aan dat de grond eenparig versnelde.

b Bereken hoelang het versnellen van de grond duurde.

c Bereken de maximale snelheid van de grond.

Een gebouw met een massa van 120 ton staat in het aardbevingsgebied.

d Bereken hoe groot de kracht is die de grond in zijwaartse richting op het gebouw uitoefent als het met eenzelfde versnelling mee zou bewegen.

Het dak heeft een massa van 30 ton. Door de traagheid van deze massa oefent het dak een kracht uit op het huis in zijwaartse richting. Deze kracht moet opgevangen worden door de verbinding tussen het huis en het dak.

e Bereken de grootte van deze zijwaartse kracht wanneer het dak de beweging van het huis volgt.

f Leg uit dat een zwaarder dak meer kans heeft om los te komen van de constructie dan een lichter dak.

2 Traagheid
Zoek op internet een filmpje van een aardbeving waarbij je ziet wat er gebeurt met de meubels van een kantoor. Handige zoektermen zijn bijvoorbeeld: 'earthquake office japan'. Beschrijf wat je ziet en verklaar dit door gebruik te maken van de tweede wet van Newton en het begrip 'traagheid'.

+3 The Needle Tower II
The Needle Tower II is een kunstwerk van Kenneth Snelson dat bestaat uit metalen buizen en kabels (figuur 6). De buizen zijn door middel van metalen kabels met elkaar verbonden.

a Welk soort krachten (trek- of druk-) kunnen optreden in de metalen buizen?

b Welk soort krachten kunnen optreden in de metalen kabels?

c Beschrijf zo nauwkeurig mogelijk wat er gebeurt met de toren bij een aardbeving en leg zo uit dat de toren redelijk aardbevingsbestendig is.



▶ **figuur 6** The Needle Tower II van Kenneth Snelson in het Kröller-Müller Museum

1 Versnelling en kracht

In deze paragraaf leer je:
- de tweede wet van Newton toepassen;
- wat het betekent dat voorwerpen traagheid hebben;
- berekeningen uitvoeren met de formules voor zwaartekracht en luchtweerstandskracht.

Als een honkballer een bal werpt of als een eikel uit een boom valt, is er een kracht nodig om de versnelling tot stand te brengen. Voor de honkballer is dat de spierkracht, voor de eikel de zwaartekracht. Wanneer de honkballer een bal vangt of de eikel de grond raakt is er ook een kracht nodig, maar nu om het voorwerp af te remmen. Bij de honkballer is het de spierkracht die nu voor een negatieve versnelling zorgt. Bij de eikel de kracht van de grond op de eikel.

▶ **EXPERIMENT 1** Blaaswedstrijd (begripspracticum)

Grootte van de kracht

Hoe groter de massa van een voorwerp, hoe meer kracht je nodig hebt om het een bepaalde versnelling te geven. Zo heb je meer spierkracht nodig om een basketbal te versnellen, dan een honkbal. Om een voorwerp een grotere versnelling te geven, is een grotere kracht nodig. De motor van een auto die binnen 5 s optrekt van 0 tot 100 km h^{-1} levert een grotere kracht ('stuwkracht') dan de motor van een even zware auto die daar 12 s voor nodig heeft. Hetzelfde geldt voor afremmen: er is een grotere kracht nodig om een olietanker af te remmen dan om een rubberbootje tot stilstand te brengen, en er is meer remkracht nodig als een trein een noodstop moet maken dan wanneer hij geleidelijk afremt.

De **tweede wet van Newton** vat dit samen:

$$F_{res} = m \cdot a$$

Hierin is:
- F_{res} de resulterende kracht in newton (N);
- m de massa van het voorwerp dat versnelt in kilogram (kg);
- a de versnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2}).

Bij de voorbeelden in deze paragraaf werkt er slechts één kracht. Bijvoorbeeld bij de valbeweging houd je alleen rekening met de zwaartekracht en kun je de tegenwerkende luchtweerstand (nu nog) negeren. De 'resulterende kracht F_{res}' is dan gelijk aan die ene kracht die werkt. In de volgende paragrafen bekijk je situaties waarin er meerdere krachten werken. Hun gezamenlijk resultaat heet dan F_{res}.

▶ **EXPERIMENT 2** Luchtkussenbaan (apparatuurpracticum)

Voorbeeldopgave 1

Een intercity met een massa van 192 ton trekt in 1,5 min op van 0 km h^{-1} tot 108 km h^{-1}. Bereken de gemiddelde stuwkracht van de motor.

Uitwerking
Gebruik de formule $F_{res} = m \cdot a$
De massa m = 192 ton = $192 \cdot 10^3$ kg.
Om de versnelling te berekenen, heb je de snelheidsverandering nodig en de daarvoor gebruikte tijdsduur.

De snelheidsverandering:
$\Delta v = 30\ \text{m s}^{-1} - 0\ \text{m s}^{-1} = 30\ \text{m s}^{-1}$
$\Delta t = 1{,}5\ \text{min} = 90\ \text{s}$

De versnelling: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{30}{90} = 0{,}33\ \text{m s}^{-2}$

De gevraagde kracht:
$F_{res} = m \cdot a = 192 \cdot 10^3\ \text{kg} \cdot 0{,}33\ \text{m s}^{-2} = 6{,}4 \cdot 10^4\ \text{N}$

Je kunt de formule ook andersom gebruiken om de versnelling te berekenen als je de massa van een voorwerp weet en de kracht die erop werkt:

$$a = \frac{F_{res}}{m}$$

Omdat een zwaarder voorwerp minder gemakkelijk van snelheid verandert dan een licht voorwerp, zegt men ‘massa is traag’. Dat betekent niet dat massa *langzaam* gaat. Ga maar na: een zware hogesnelheidstrein heeft een hogere topsnelheid dan een lichte motorfiets. De **traagheid** van een voorwerp geeft dan ook aan hoe gemakkelijk of moeilijk je de snelheid van het voorwerp kunt veranderen. Er geldt: hoe groter de massa, hoe groter de traagheid, hoe groter de kracht die nodig is om de snelheid te veranderen.

Voorbeeldopgave 2

Twee goederentreinen hebben een even krachtige motor. De ene trein trekt op van 0 tot 100 km h^{-1} in 30 s. De andere trein heeft een anderhalf keer zo grote massa.
Beredeneer hoelang deze trein zal doen over het optrekken tot 100 km h^{-1}.

Uitwerking
In $F_{res} = m \cdot a$ is F_{res} gelijk voor beide treinen, omdat ze een even krachtige motor hebben. De m van de tweede trein is 1,5 keer zo groot als die van de eerste. De uitkomst van $F_{res} = m \cdot a$ kan alleen even groot zijn als daar een 1,5 keer zo kleine a bij hoort. Dat zie je ook aan de formule $a = \dfrac{F_{res}}{m}$. Met een even grote F_{res} en een 1,5 keer zo grote m is de uitkomst 1,5 maal zo klein.

Met $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ vind je $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a}$. Voor de tweede trein is Δv even groot als voor de eerste, omdat ze beide optrekken tot 100 km h^{-1}. Een 1,5 keer zo kleine a levert een 1,5 keer zo grote Δt op. Het optrekken duurt bij de tweede trein dus 1,5 keer zo lang als de gegeven 30 s van de eerste trein, dat is 45 s.

Bekende krachten

Er zijn twee manieren waarop je te weten kunt komen hoe groot een kracht op een voorwerp is. De eerste manier is die van voorbeeldopgave 1: als je zowel de massa als de versnelling van een voorwerp weet, dan kun je de kracht uitrekenen met de tweede wet van Newton: $F_{res} = m \cdot a$. De tweede manier is doordat je iets weet over de aard van die kracht, bijvoorbeeld bij de zwaartekracht en de luchtweerstandskracht.

Zwaartekracht

De aarde trekt aan elke kilogram materie met een kracht van ongeveer 9,8 N. Elders op de wereld is de waarde een klein beetje anders, maar in Nederland geldt:

$$F_z = m \cdot g = m \cdot 9{,}81\ \mathrm{N\,kg^{-1}}$$

Hierin is:

- m de massa in kilogram (kg);
- g de zwaartekrachtconstante in newton per kilogram ($\mathrm{N\,kg^{-1}}$).

Als een voorwerp vrij valt, dus wanneer het alleen de invloed van de zwaartekracht ondervindt, dan volgt uit de tweede wet van Newton dat het een versnelling krijgt van:

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{F_z}{m} = \frac{m \cdot g}{m} = g$$

Conclusie: g is een versnelling. Dit is de reden dat alle voorwerpen even snel vallen wanneer de luchtweerstand te verwaarlozen is. Er is voor een twee keer zo zwaar voorwerp weliswaar twee keer zo veel kracht nodig om het met een bepaalde versnelling in beweging te brengen, maar de zwaartekracht is ook twee keer zo groot. Daardoor krijgen alle voorwerpen een versnelling van 9,81 $\mathrm{m\,s^{-2}}$. Daarom wordt g de **valversnelling** genoemd.

Luchtweerstandskracht

Wanneer een voorwerp ten opzichte van een gas of vloeistof beweegt, dan ondervindt het een weerstandskracht. Beweegt het voorwerp door de lucht, dan wordt deze kracht **luchtweerstandskracht** genoemd (figuur 1a). Deze kracht komt tot stand door de manier waarop de lucht om het voorwerp stroomt. Hoe dat precies werkt is heel ingewikkeld, maar verrassend genoeg blijkt dit voor een kracht te zorgen die voldoet aan:

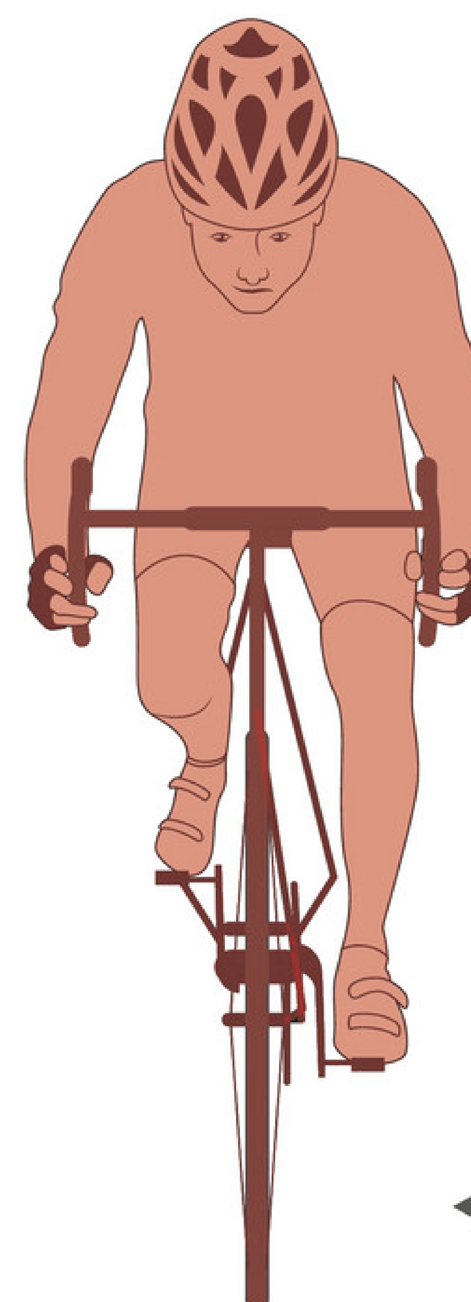
$$F_{w,l} = \tfrac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Hierin is:

- $F_{w,l}$ de luchtweerstandskracht in newton (N);
- C_w de luchtwrijvingscoëfficiënt (geen eenheid);
- ρ de dichtheid van de lucht in kilogram per kubieke meter ($\mathrm{kg\,m^{-3}}$);
- A het frontale oppervlak in vierkante meter ($\mathrm{m^2}$); dit is het oppervlak dat je van voren ziet;
- v de snelheid van het voorwerp ten opzichte van de lucht in meter per seconde ($\mathrm{m\,s^{-1}}$).



▲ **figuur 1a** Fietsers ervaren de luchtweerstandskracht.



◀ **figuur 1b** het frontale oppervlak van de eerste fietser uit figuur 1a

Het frontale oppervlak A is gelijk aan het oppervlak van aanzicht van het voorwerp in de richting waar de lucht vandaan komt (figuur 1b). De constante C_w heeft te maken met de stroomlijn van het voorwerp en wordt experimenteel vastgesteld. Voor enkele veelvoorkomende vormen is de waarde van C_w in Binas tabel 28A vermeld.

Onthoud!

- De tweede wet van Newton luidt: $F_{res} = m \cdot a$
- De traagheid van een voorwerp is gelijk aan de massa en geeft aan hoe moeilijk of gemakkelijk het in beweging is te krijgen, of te stoppen als het al beweegt.
- De grootte van de zwaartekracht is $F_z = m \cdot g$; in Nederland geldt: $g = 9{,}81\ \text{N kg}^{-1}$.
- De kracht van lucht op het frontale oppervlak van een bewegend voorwerp wordt gegeven door $F_{w,l} = ½ \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$

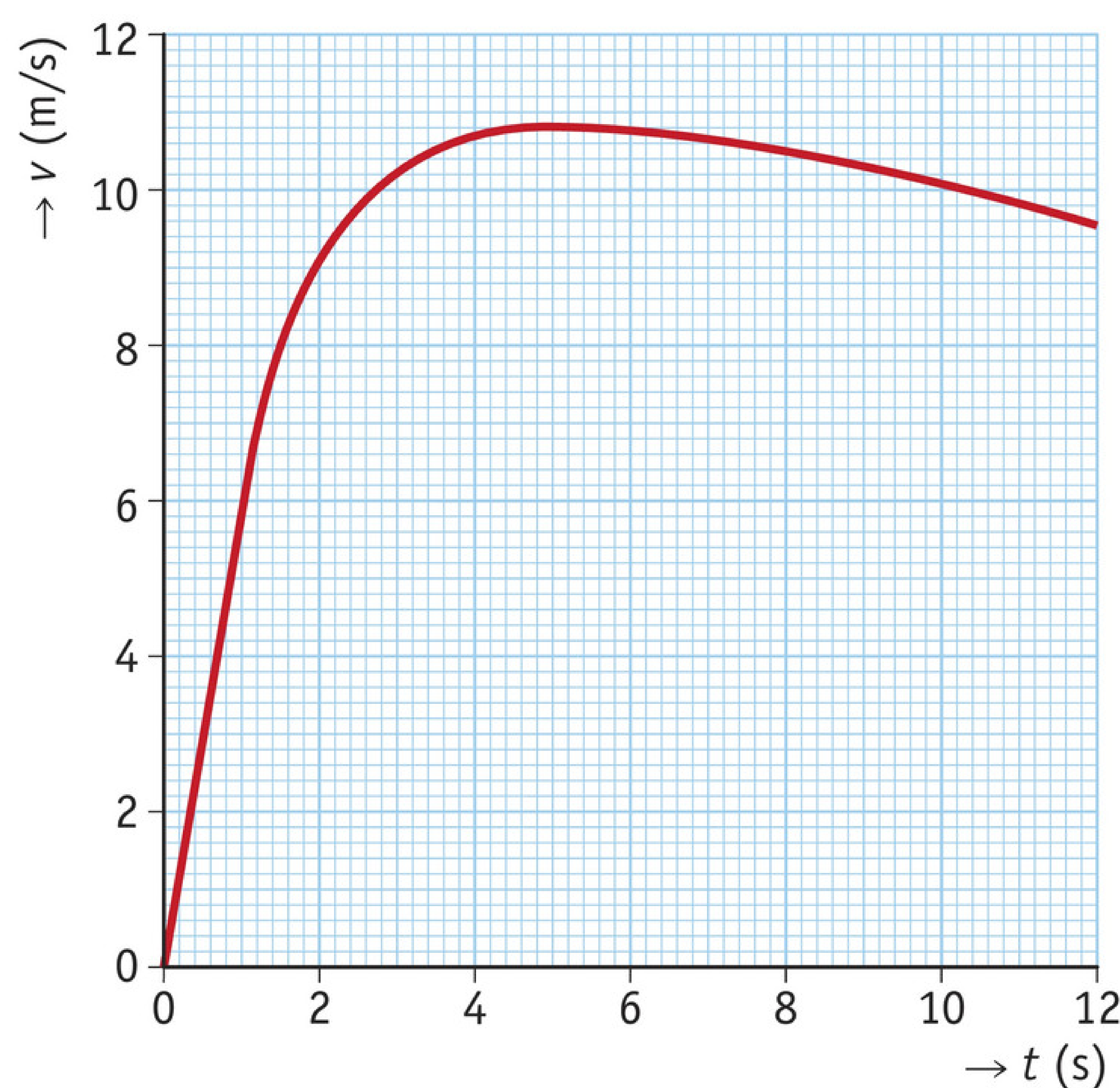
Opdrachten

1 Resulterende kracht
Noem de twee manieren om de resulterende kracht op een voorwerp te berekenen.

2 Kracht en versnelling
In hoofdstuk 1 werd in veel opdrachten de versnelling uitgerekend.
Leg uit met welk extra gegeven je ook de kracht kunt uitrekenen die nodig is om die versnelling te behalen.

3 Eenheid van kracht
Leid uit de tweede wet van Newton af wat de eenheid van kracht is in SI-basiseenheden.

4 Dafne Schippers
In figuur 2 zie je het (v,t)-diagram van Dafne Schippers. Haar massa is 65 kg. Bepaal de maximale voorwaartse kracht die Dafne Schippers levert.



▲ **figuur 2** het (v,t)-diagram van Dafne Schippers tijdens haar 100 m wedstrijd in Peking

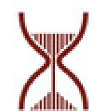
5 Luchtweerstand schaatser
Een schaatser wil een zo klein mogelijke luchtweerstand hebben.
Leg met behulp van de formule voor de luchtweerstandskracht uit wat hij daarvoor doet.

6 Groot en klein tijdens een aardbeving
Tijdens een aardbeving ondervinden een groot en een klein gebouw beide een versnelling die gelijk is aan $0{,}30 \cdot g$.

a Beredeneer op welk van de twee gebouwen de resulterende kracht het grootst is.

De massa van het grote gebouw is vier keer zo groot als die van het kleine gebouw.

b Beredeneer hoe groot de kracht uit opdracht a is op elk van de gebouwen, uitgedrukt in de zwaartekracht F_z op het kleine gebouw.

 **7** Duwwedstrijd
Twee karren staan klaar voor een duwwedstrijd. Kar 2 heeft een twee keer zo grote massa als kar 1. De duwkracht die wordt uitgeoefend op kar 2 is vier keer zo groot als die op kar 1 wordt uitgeoefend. De duwkracht op kar 2 wordt de helft van de tijd uitgeoefend als de duwkracht op kar 1. De karren rollen daarna zonder vaart te minderen door. Beide karren starten tegelijkertijd op dezelfde positie en leggen dezelfde afstand af.
Welke kar zal als eerste de afstand afgelegd hebben?

A kar 1
B kar 2
C Beide komen tegelijk aan.
D Er is te weinig informatie om hier iets over te zeggen.

8 Speerwerpen
Een atleet werpt een speer met een massa van 800 g. Hij oefent een constante kracht uit over een afstand van 1,5 m: vanaf het punt dat hij de speer met gestrekte arm achter zich houdt, tot het punt dat hij hem loslaat met zijn gestrekte arm voor zich. Daarbij levert de atleet een kracht van 100 N.

a Bereken met welke snelheid de speer de hand van de werper verlaat.
b Leg uit of een twee keer zo grote kracht een twee keer zo grote, een minder dan twee keer zo grote, of een meer dan twee keer zo grote snelheid oplevert.
c Leg uit welk voordeel er is wanneer de atleet de speer niet vanuit stilstand gooit, maar rennend.

9 Remweg
Een auto met een massa van 900 kg remt op een droge weg binnen 4,0 s af van 72 $km\,h^{-1}$ tot stilstand.

a Bereken de gemiddelde remkracht die hiervoor nodig is.
b Bereken hoe lang de remweg van deze auto is.

Dezelfde auto remt op een natte gladde weg en slipt. De effectieve remkracht is nog maar 3,0 kN.

c Bereken de remweg van de auto in deze situatie.
d Bereken hoe hard de auto mag rijden om op de natte weg dezelfde remweg te hebben als hij had toen hij 72 $km\,h^{-1}$ reed op de droge weg (opdracht b).

10 Frontaal oppervlak
In figuur 3 zie je het vooraanzicht van een auto.

a Maak een beredeneerde schatting van de luchtweerstandskracht die de auto ondervindt bij een snelheid van 120 $km\,h^{-1}$. Bepaal hiertoe eerst met behulp van figuur 3 het frontale oppervlak van de auto.

b Bereken met hoeveel procent de luchtweerstandskracht op de auto toeneemt als de snelheid toeneemt van 120 $km\,h^{-1}$ naar 130 $km\,h^{-1}$.



▲ **figuur 3** vooraanzicht van een auto

2 Krachten samenstellen

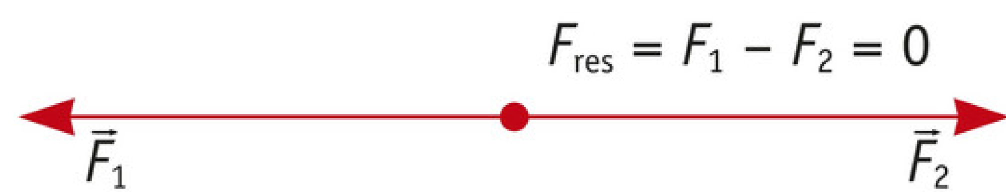
In deze paragraaf leer je:
- wat de verschillen en overeenkomsten zijn tussen scalaire grootheden en vectorgrootheden;
- de grootte en richting van de resulterende kracht berekenen of bepalen door het maken van een constructie.

Een appel die van de boom valt, versnelt ten gevolge van de zwaartekracht. Dat is de enige kracht die op de appel werkt, want de luchtweerstand kun je in dit geval verwaarlozen. In de meeste praktijksituaties werken er echter meerdere krachten. Bijvoorbeeld wanneer je vanuit stilstand een helling op fietst: de zwaartekracht en luchtweerstand werken tegen, terwijl je spierkracht je vooruitbrengt. De versnelling hangt dan af van de resulterende kracht (de nettokracht) die op je werkt. In deze paragraaf leer je hoe je de resulterende kracht kunt bepalen of berekenen.

Resulterende kracht

Als op een voorwerp meerdere krachten werken, dan wordt het netto-effect van deze krachten gegeven door de **resulterende kracht**, ook wel **resultante** genoemd. De resulterende kracht is de optelling van alle krachten op een voorwerp, rekening houdend met de verschillende richtingen van de krachten.

Dat de richting van een kracht ertoe doet, wordt duidelijk in de volgende twee situaties. Bij touwtrekken werken de krachten die de teams op het touw uitoefenen elkaar tegen: ze werken in tegenovergestelde richting. Als het touw min of meer op zijn plek blijft of met constante snelheid beweegt, zijn de krachten even groot (figuur 4). In situaties waarbij de krachten in tegenovergestelde richtingen werken, is de grootte van de resulterende kracht gelijk aan het *verschil* van de twee afzonderlijke krachten.

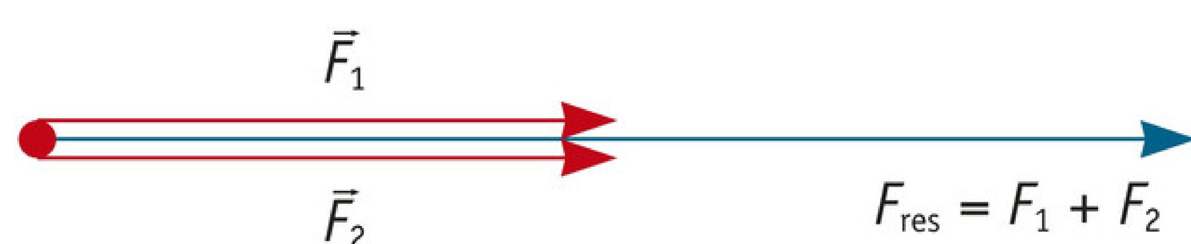


▲ **figuur 4** schematische weergave van de krachten bij touwtrekken

In figuur 5a zie je een voorbeeld waarbij twee krachten juist samenwerken: de sleepboten trekken bijna in dezelfde richting. In situaties waarbij de krachten in dezelfde richting werken, is de resulterende kracht gelijk aan de *som* van de twee afzonderlijke krachten (figuur 5b).



▲ **figuur 5a** De krachten van de sleepboten op het schip werken samen.



▲ **figuur 5b** schematische weergave van de krachten van de sleepboten

Vectorgrootheden

Krachten zijn een bijzonder soort grootheid: ze hebben niet alleen een grootte, maar ook een richting. Zo'n grootheid wordt een **vectorgrootheid** genoemd, of soms kortweg vector. Elke vectorgrootheid heeft:

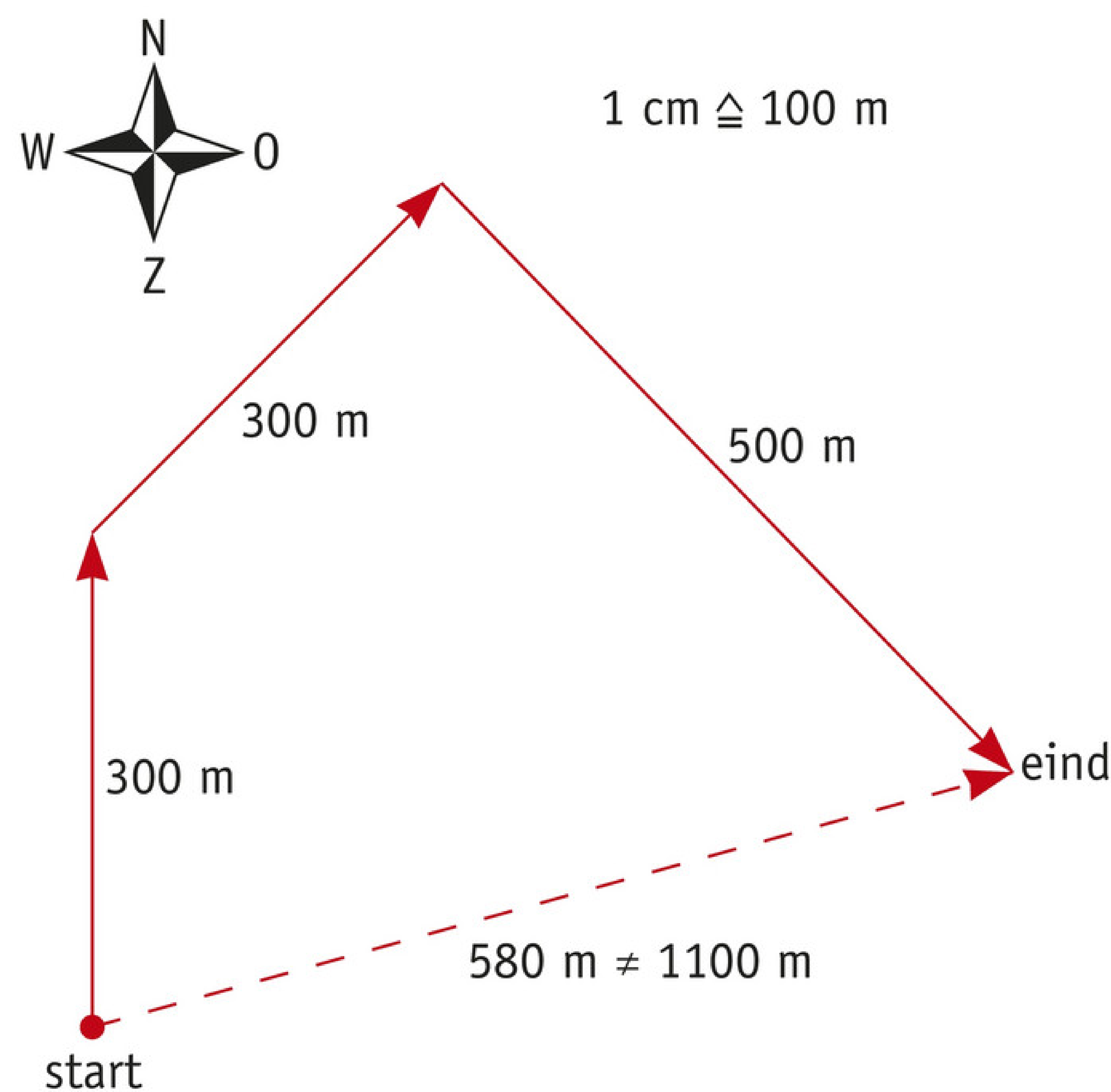
- een grootte (de lengte van de vector);
- een richting;
- een beginpunt of **aangrijpingspunt**.

De zwaartekracht grijpt bijvoorbeeld altijd aan in het zwaartepunt van een massa.

Grootheden die alleen een grootte hebben en geen richting, worden **scalaire grootheden** genoemd. Voorbeelden van scalaire grootheden zijn: temperatuur, druk en lengte. Om vectorgrootheden van scalaire grootheden te onderscheiden, noteer je een pijltje boven een vectorgrootheid: $\vec{F}$. Als je alleen de grootte van een vectorgrootheid wilt aangeven, dan laat je het pijltje weg: *F*.

Vectoren samenstellen

Vectoren kun je optellen, maar dat werkt anders dan bij getallen (scalairen). Je moet namelijk ook rekening houden met de richting van de vector. Daarom is het beter te spreken van het samenstellen van vectoren, in plaats van het optellen van vectoren. Zo raak je minder snel in de war.
Het volgende voorbeeld laat zien hoe dat samenstellen van vectoren werkt. Stel dat je 300 m in noordelijke richting loopt, vervolgens 300 m in noordoostelijke, en als laatste 500 m in zuidoostelijke richting (figuur 6). De verschillende verplaatsingen worden weergegeven door vectorpijlen. In de figuur is duidelijk dat je nu niet 300 m + 300 m + 500 m = 1100 m van het beginpunt bent, maar veel dichterbij. Dat komt omdat je niet in één richting hebt gelopen. Als je vanaf het beginpunt de gestippelde pijl had gevolgd, dan was je op hetzelfde punt uitgekomen. Die gestippelde pijl is de resulterende verplaatsing van de drie afzonderlijke verplaatsingen. Uit de figuur is duidelijk hoe je die resulterende verplaatsing kunt vinden: je legt de drie pijlen kop aan staart. Deze methode kun je ook voor andere vectorgrootheden gebruiken, zoals krachten.



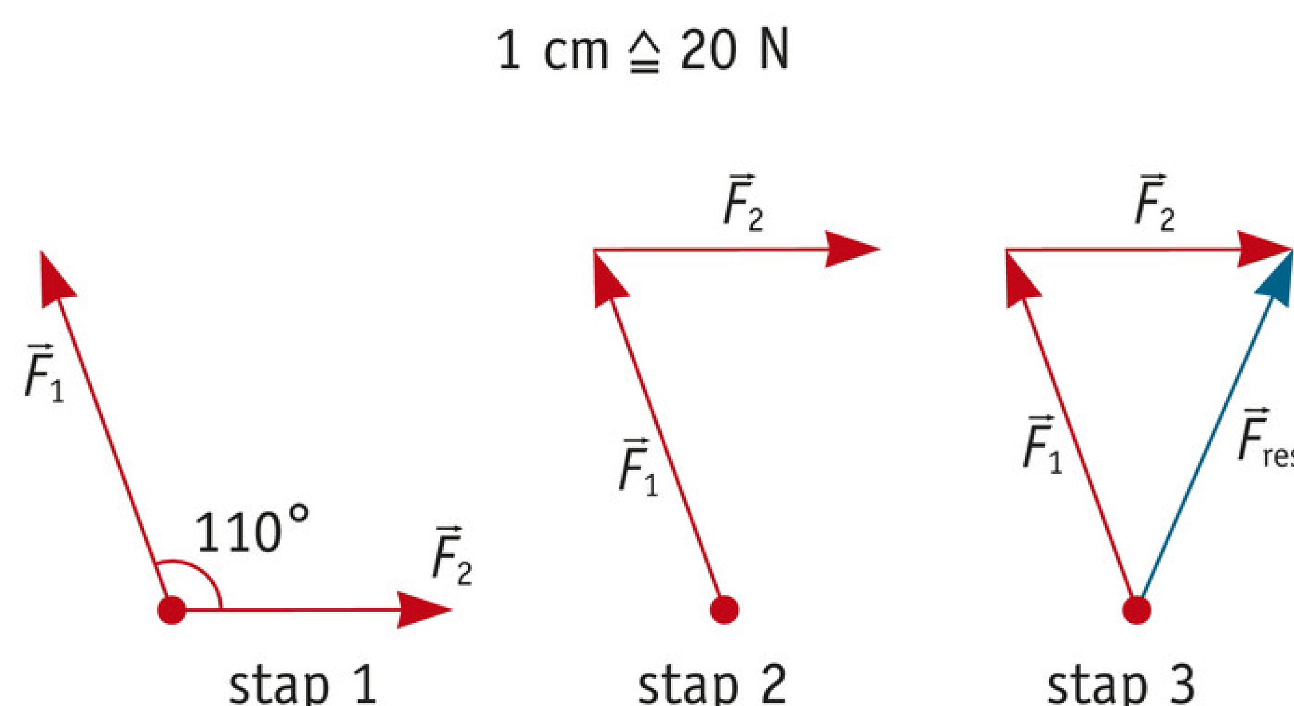
▲ **figuur 6** de resultante (gestippeld) van drie afzonderlijke verplaatsingen

Je kunt vectoren altijd samenstellen door middel van een constructie: een tekening op schaal. Hiervoor gebruik je de **kop-staartmethode** of de **parallellogrammethode**.

Kop-staartmethode

Stel dat je twee krachten hebt: $F_1 = 40$ N en $F_2 = 28$ N, die onderling een hoek maken van 110°. Je vindt de resulterende kracht met de kop-staartmethode (figuur 7):

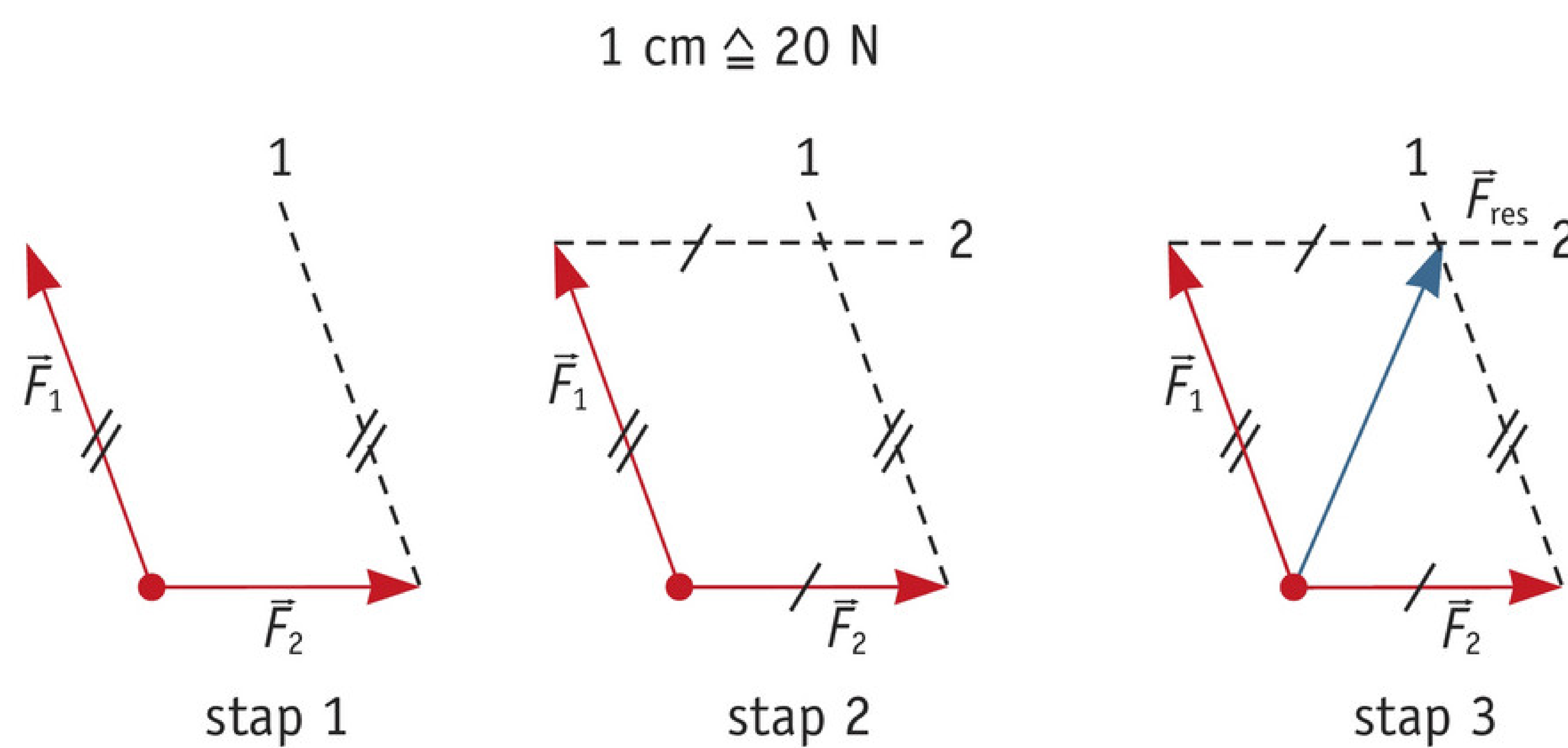
Stap 1: Teken de krachten op schaal en onder de juiste hoek. De schaal in het voorbeeld is 1 cm ≙ 20 N. Dat betekent: 1 cm in de tekening komt overeen met een kracht van 20 N. In je tekening is de pijl voor F_1 dan 2 cm lang en die voor F_2 is 1,4 cm lang.



▲ **figuur 7** De resulterende kracht bepaal je in deze drie stappen.

Stap 2: Leg de staart van een van de krachten (F_2 in het voorbeeld) tegen de kop van de andere kracht (F_1 in het voorbeeld). De richting van de krachten verander je niet.
Stap 3: De resulterende kracht is nu gelijk aan de pijl die begint bij de staart van de eerste kracht en eindigt bij de kop van de tweede kracht. Meet hoe lang deze pijl is en gebruik de schaal om de resulterende kracht te berekenen. Conclusie: F_{res} = 40 N.

Parallellogrammethode
In figuur 8 kun je zien dat je dezelfde resulterende kracht vindt wanneer je een parallellogram construeert:
Stap 1: Teken parallel (evenwijdig) aan F_1 een lijn die begint bij het uiteinde van F_2.
Stap 2: Teken parallel aan F_2 een lijn die begint bij het uiteinde van F_1.
Stap 3: De resulterende kracht is nu gelijk aan de diagonaal van het parallellogram, waarbij de kracht aangrijpt in het aangrijpingspunt van de twee afzonderlijke krachten.

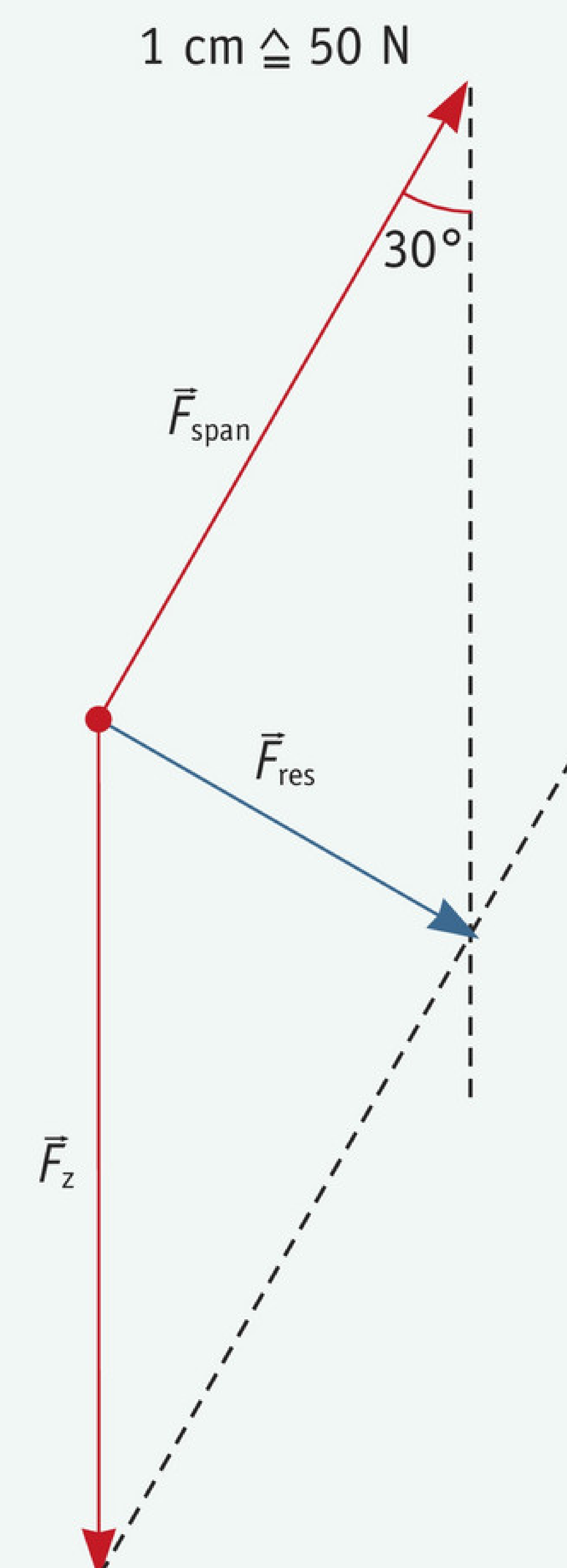


▲ **figuur 8** De parallellogrammethode geeft hetzelfde resultaat als de kop-staartmethode.

Voorbeeldopgave 3

Charlotte (m = 25 kg) zit op een schommel. Op het uiterste punt maken de kabels een hoek van 30° met de verticaal. De kabels oefenen dan een kracht op haar uit van 210 N.
Bepaal de grootte van de resulterende kracht op Charlotte in deze situatie.

Uitwerking
Er zijn twee krachten: de zwaartekracht op Charlotte werkt recht naar beneden, de spankracht is gegeven en werkt schuin omhoog in de richting van de kabels. Bereken eerst de zwaartekracht:
$F_z = m \cdot g$ = 25 kg · 9,81 = 245 N. Een makkelijke schaal is 1 cm ≙ 100 N, maar dan wordt de tekening wat klein. Kies daarom 1 cm ≙ 50 N. De pijl voor de zwaartekracht wordt dan 4,9 cm lang, die van de spankracht 4,2 cm. Volg de stappen voor de parallellogrammethode om de resulterende kracht te bepalen (figuur 9). De pijl van de resulterende kracht is 2,5 cm lang, dus de resulterende kracht op Charlotte is: 2,5 × 50 = 125 N. Afgerond op het juiste aantal significante cijfers is dat $1{,}3 \cdot 10^2$ N.

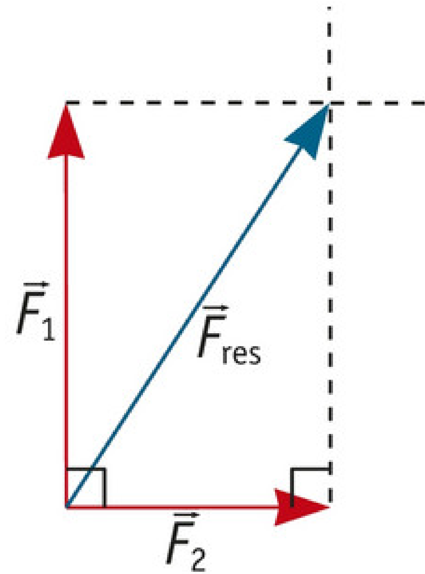


▶ **figuur 9** de resulterende kracht op Charlotte

Resulterende kracht berekenen

Als twee krachten F_1 en F_2 loodrecht op elkaar staan, dan vormt de resulterende kracht F_{res} de schuine zijde van een rechthoekige driehoek (figuur 10). Dit volgt uit de kop-staart- en parallellogrammethode. De rechte zijden worden gegeven door de twee krachten F_1 en F_2. De schuine zijde is dan de resulterende kracht, waarvan je de lengte berekent met de stelling van Pythagoras:

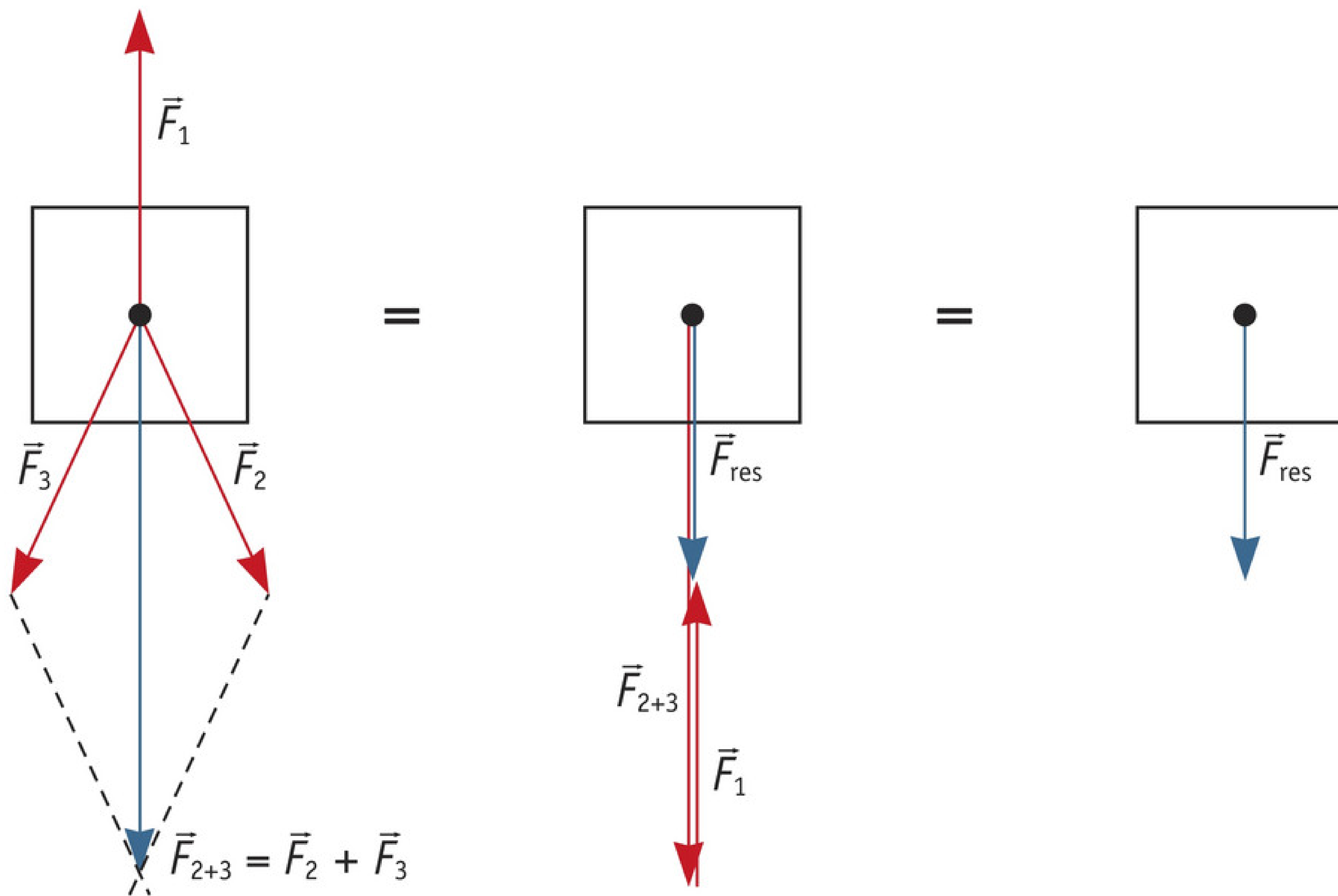
$$F_{res} = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}}$$



▲ **figuur 10** De lengte van de schuine zijde, F_{res}, bereken je met de stelling van Pythagoras.

Meerdere krachten

Wanneer er meer dan twee krachten werken, dan kun je nog steeds met de kop-staart- of de parallellogrammethode de resulterende kracht vinden. In figuur 11 zie je een voorbeeld. Je stelt eerst twee van de gegeven krachten samen tot één kracht. Vervolgens stel je deze kracht weer samen met een van de andere krachten. Dit herhaal je tot je alle krachten één keer hebt gehad. De volgorde waarin je dit doet maakt niet uit. Soms is één bepaalde volgorde handiger dan de andere.



▲ **figuur 11** drie krachten samenstellen

In het algemeen kun je voor de resulterende kracht schrijven:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \sum_i \vec{F}_i$$

Hierin is Σ de Griekse hoofdletter sigma. Die wordt vaak gebruikt als symbool voor ‘de som van’.

Onthoud!

- De resulterende kracht op een voorwerp is gelijk aan het netto-effect van alle krachten op het voorwerp. Bij het optellen van krachten moet je rekening houden met de richting en de grootte van de krachten.
- Een vectorgrootheid heeft zowel een grootte als een richting. Kracht is een voorbeeld van een vectorgrootheid.
- Een scalaire grootheid heeft alleen een grootte, geen richting. Een voorbeeld van een scalaire grootheid is temperatuur.
- De resulterende kracht kun je door een constructie bepalen met de parallellogram- of de kop-staartmethode.
- Voor krachten die loodrecht op elkaar staan, kun je de resulterende kracht berekenen met de stelling van Pythagoras.

Opdrachten

11 Vectorgrootheden en scalaire grootheden
Geef aan welke van de volgende grootheden vectorgrootheden zijn.
A verplaatsing
B temperatuur
C kracht
D straal (van een cirkel)
E rotatiesnelheid
F uitrekking (van een veer)
G elektrische stroomsterkte
H dichtheid

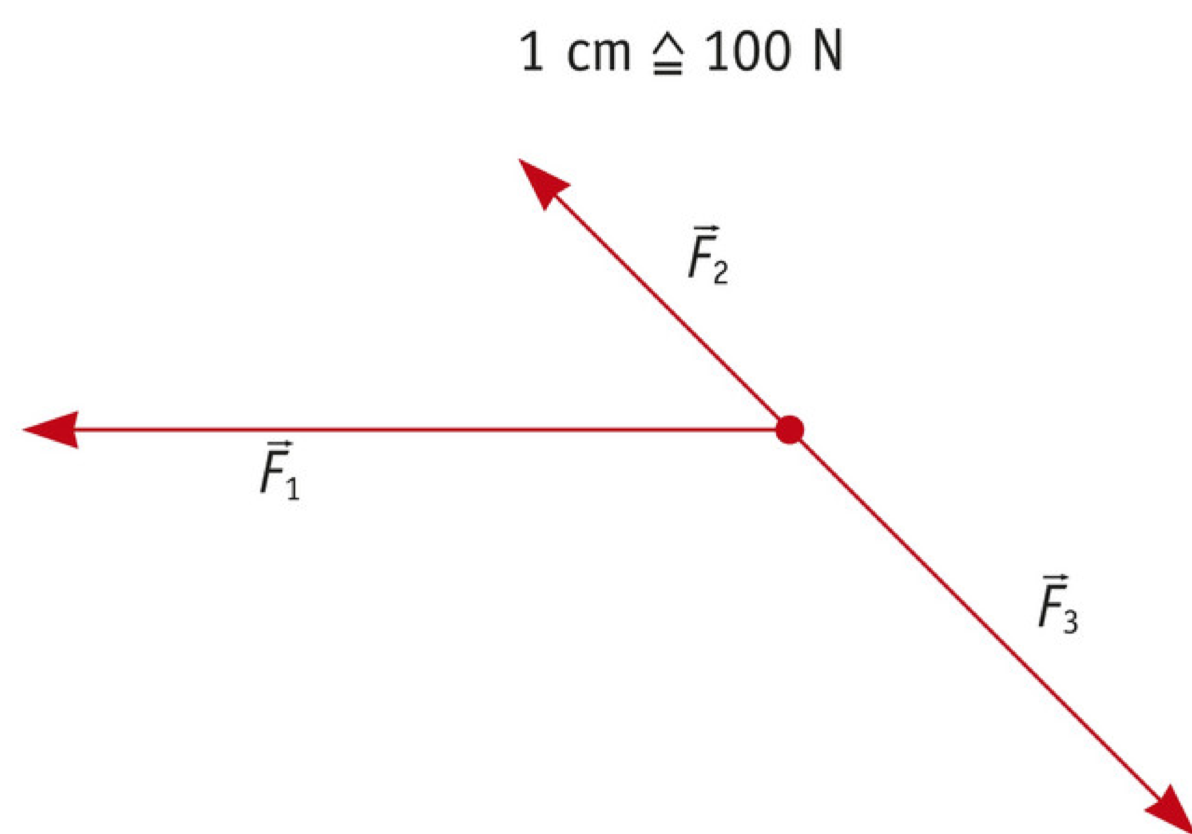
12 Krachten in verschillende richtingen
Twee krachten zijn gegeven: $F_1 = 20$ N en $F_2 = 40$ N.
Beredeneer welke hoek de krachten bij benadering maken wanneer de resulterende kracht een grootte heeft van:
a 60 N
b 20 N
c 45 N

13 Resulterende kracht bepalen en berekenen
Twee krachten staan loodrecht op elkaar: $F_1 = 30$ kN en $F_2 = 10$ kN.
a Bereken de grootte van de resulterende kracht.
b Bepaal door constructie de grootte en richting van de resulterende kracht.
c Vergelijk je vorige twee antwoorden. Verklaar een eventuele afwijking.

14 Aardbeving en hangbrug
Het wegdek van een hangbrug is opgehangen aan kabels. In de richting dwars op het wegdek lijkt de brug daardoor op een slinger. Tijdens een aardbeving slingert het wegdek een klein beetje opzij, zodat de kabels een hoek maken van 15,0° met de verticaal. Het wegdek heeft een massa van $18{,}0 \cdot 10^3$ kg. De spankracht in de kabels bedraagt samen $17{,}1 \cdot 10^4$ N.
Bepaal door constructie de grootte van de resulterende kracht en de hoek die de resulterende kracht met de kabels maakt.

15 Drie krachten samenstellen

In figuur 12 staan drie krachten op schaal getekend (1 cm ≙ 100 N). Bepaal door constructie de grootte van de resulterende kracht.



▲ **figuur 12** drie krachten op schaal

16 Tennisbal

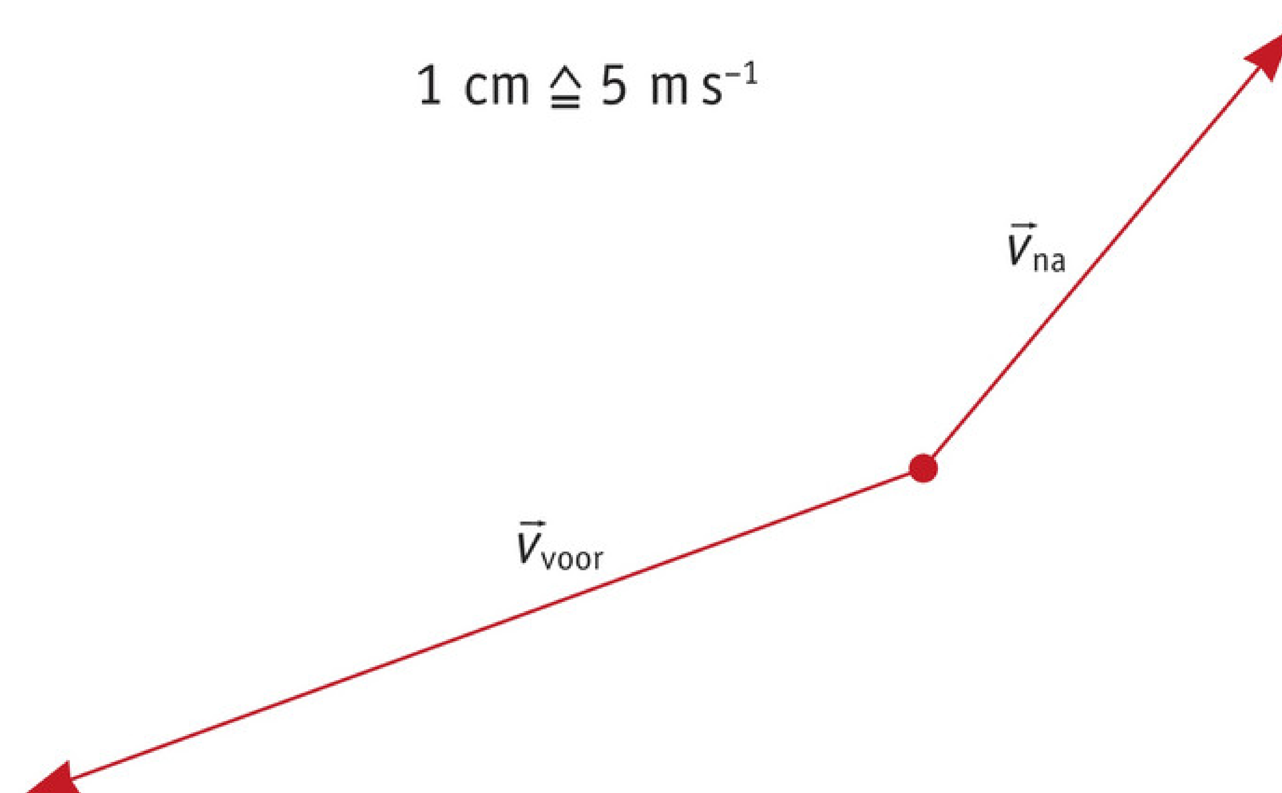
Een tennisbal wordt door een tennisser weggeslagen. Voor de slag had de tennisbal een snelheid van 25 m s^{-1}, na de slag 15 m s^{-1}. De richting is daarbij ook veranderd (figuur 13).

a Bepaal in figuur 13 de grootte en richting van de snelheidsverandering: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{na} - \vec{v}_{voor}$

Met de grootte van de snelheidsverandering zou je kunnen uitrekenen hoe groot de kracht op de tennisbal is geweest.

b Leg uit welke twee gegevens daarvoor nog ontbreken.

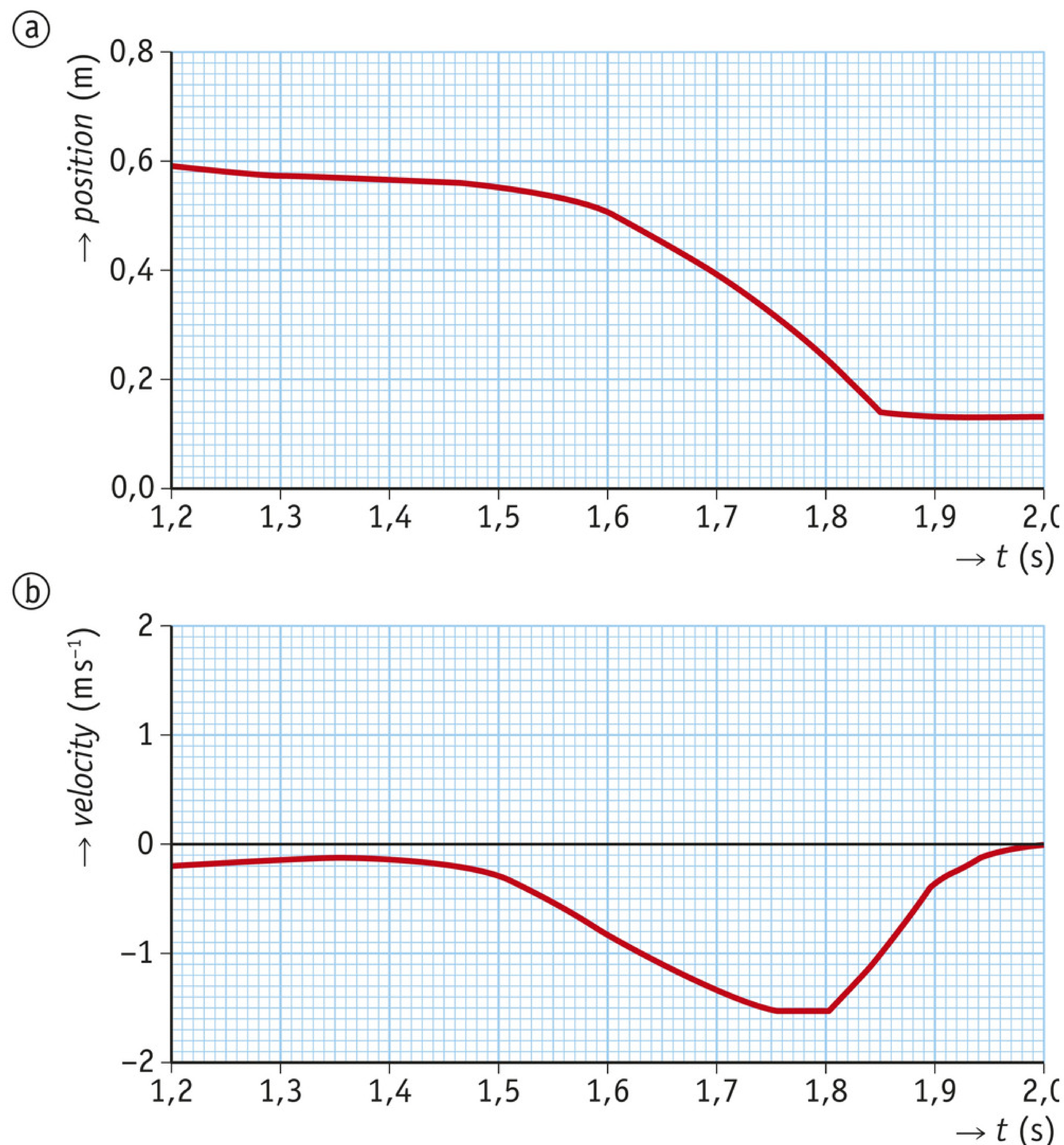
c Noem de meetmethoden om de gegevens bij opdracht b te bepalen.



▲ **figuur 13** Een tennisbal verandert van richting.

17 Speelgoedparachute
In figuur 14a zie je de positie als functie van de tijd van een poppetje aan een parachuutje. In figuur 14b zie je de snelheid als functie van de tijd van dit poppetje. Het poppetje wordt op t = 1,5 s losgelaten. Het versnelt minder hard omlaag dan bij een vrije val, doordat de luchtweerstand op het parachuutje tegenwerkt. De massa van poppetje en parachuutje samen is 300 g.

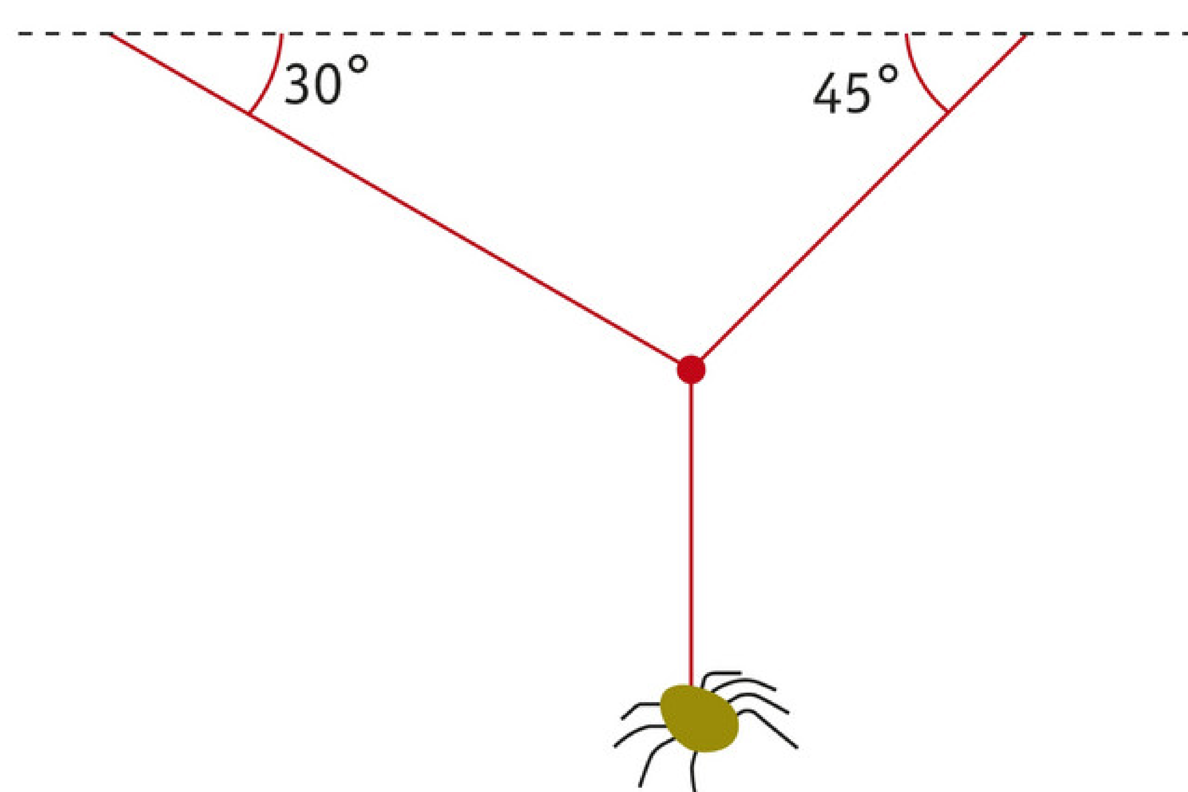
a Bepaal zo nauwkeurig mogelijk de versnelling op t = 1,6 s.
b Bereken de resulterende kracht op dat moment.
c Bereken de grootte van de luchtweerstandskracht op dat moment.



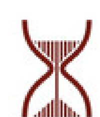
▲ **figuur 14** (x,t)-diagram (a) en (v,t)-diagram (b) van een speelgoedparachutist verkregen met een meetprogramma

18 Spin aan een draad
Een spin hangt stil aan een gesponnen draad (figuur 15). De spankracht in de linkerdraad is 2,8 mN en in de rechterdraad 3,4 mN.

a Bepaal met behulp van figuur 15 de resulterende kracht van de twee draden.
b Leg uit dat de zwaartekracht op de spin even groot moet zijn als de resulterende kracht die je bij opdracht a hebt bepaald.
c Bereken met behulp van je antwoord op opdracht a en b de massa van de spin.

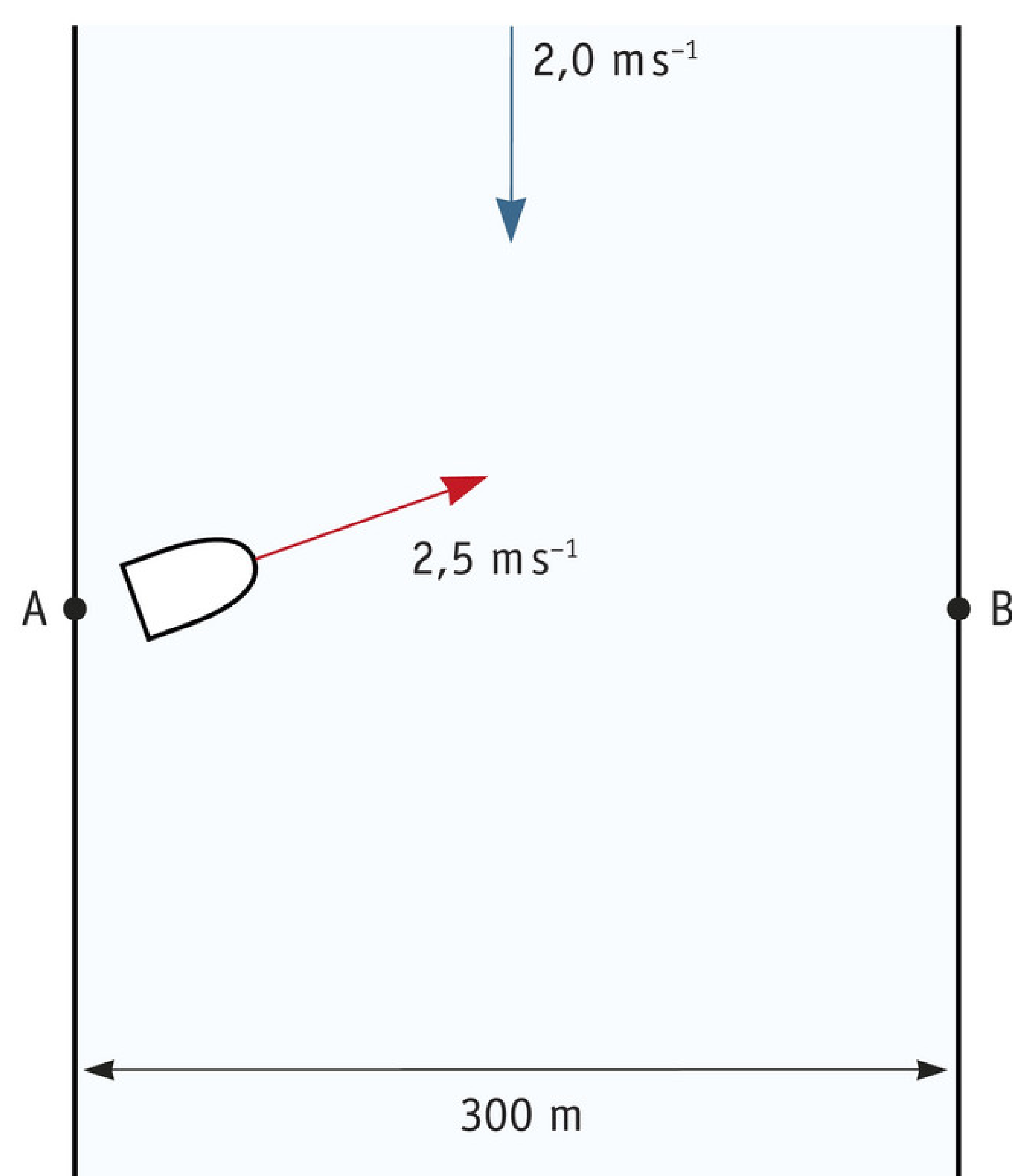


◀ **figuur 15** Een spin hangt aan een draad.

 **19** Overtocht

In figuur 16 is schematisch een rivier met een breedte van 300 m getekend. De rivier stroomt in de aangegeven richting met een snelheid van 2,0 m s⁻¹. Pieter steekt de rivier over met een motorboot die ten opzichte van het water een snelheid van 2,5 m s⁻¹ heeft. Pieter stuurt de boot zo dat hij in een rechte lijn van A naar B vaart.
In hoeveel seconden steekt Pieter de rivier over?

A $1,2 \cdot 10^2$ s
B $1,5 \cdot 10^2$ s
C $2,0 \cdot 10^2$ s
D $6,0 \cdot 10^2$ s



▲ **figuur 16** de overtocht van Pieter

+20 Resulterende kracht berekenen

Een spin hangt stil aan twee gesponnen draden (figuur 15). De resulterende kracht die de draden op de spin uitoefenen kun je berekenen met behulp van de sinus- of cosinusregel.
Bereken de resulterende kracht van de twee draden uit figuur 15.
Tip: construeer eerst schematisch met behulp van de parallellogrammethode de resulterende kracht. Zet hierin zo veel mogelijk bekenden (zijden en hoeken). Zoek eventueel de sinus- of cosinusregel op in Binas.

3 Krachten ontbinden

In deze paragraaf leer je:
- een gegeven kracht door een constructie of een berekening ontbinden in geschikte componenten.

Eén kracht kan tegelijkertijd twee effecten hebben. In figuur 17 oefent de kabel een kracht op de waterskiër uit. De kabel trekt zowel naar boven als naar voren. In de natuurkunde zeg je dan: de kracht heeft een verticale component en een horizontale component.



▲ **figuur 17** De kracht van de kabel op de waterskiër ligt in het verlengde van de kabel.

▶ **EXPERIMENT 3** Krachten ontbinden (begripspracticum)

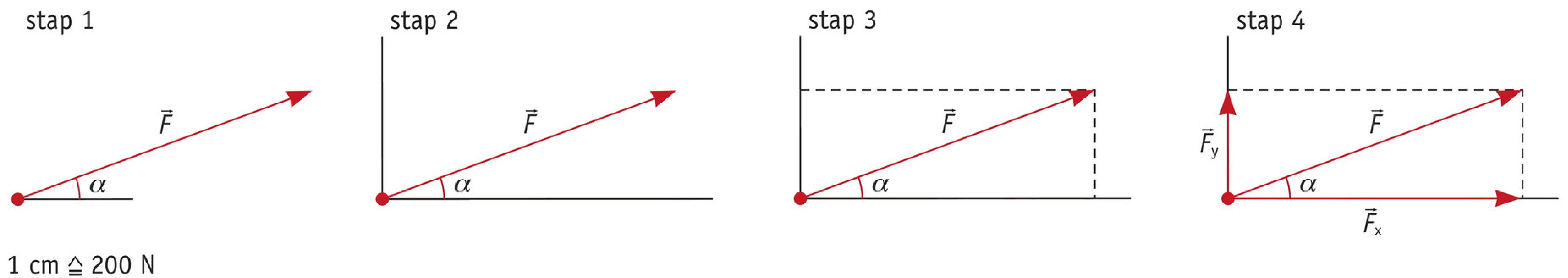
Componenten van een kracht

De twee componenten van de kracht in de kabel in figuur 17 hebben elk een ander effect. De horizontale component zorgt ervoor dat de waterskiër vooruitkomt. De verticale component tilt de waterskiër een beetje op uit het water, zodat hij minder weerstand van het water ondervindt. Wanneer de kabel recht omhoog trekt zou de waterskiër niet vooruitkomen, maar meer uit het water worden getild. Wanneer de kabel recht naar voren trekt, dan zakt de waterskiër misschien wel zo ver het water in dat hij niet eens meer vooruitkomt. De hoek die de kabel maakt met de horizontaal bepaalt hoe groot de twee componenten zijn.
Om in dit soort situaties de beweging te voorspellen, is het nuttig de grootte van de afzonderlijke componenten te berekenen of bepalen. Dat doe je door de kracht te ‘ontbinden’. Het **ontbinden van een kracht** in componenten is het omgekeerde van het samenstellen van krachten zoals je dat deed in de vorige paragraaf. Bij het ontbinden van een kracht in componenten bepaal je twee krachten die samen dezelfde werking hebben als de oorspronkelijke kracht. Voor het ontbinden van een kracht zijn twee manieren: met een berekening of door middel van een constructie.

Componenten door constructie bepalen

Door een kracht in de juiste richting op schaal te tekenen, kun je door constructie de componenten bepalen (figuur 18). Dat doe je als volgt:
Stap 1: Teken de kracht op schaal en onder de juiste hoek.
Stap 2: Teken vanuit het begin van de pijl lijnen in horizontale en verticale richting. Dit zijn de richtingen waarin je de component van de kracht wilt weten.

Stap 3: Teken vanuit de pijlpunt een horizontale stippellijn tot aan de verticale lijn. Teken ook een verticale stippellijn vanuit de pijlpunt tot aan de horizontale lijn.
Stap 4: Teken pijlen vanuit het begin van de kracht tot de snijpunten van de stippellijnen met de horizontale en de verticale lijn.
Stap 5: De verticale en horizontale pijlen geven de componenten aan. Met de schaal kun je de lengten omrekenen naar krachtcomponenten.



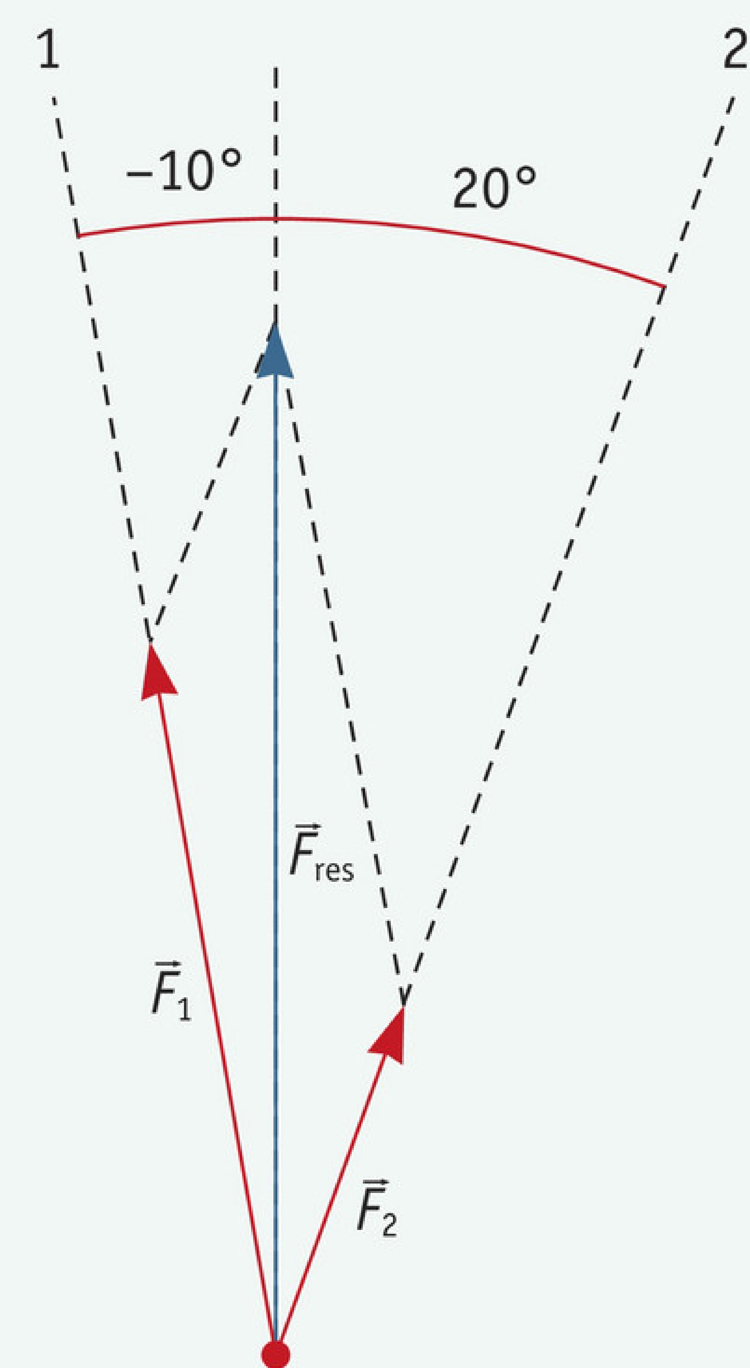
▲ **figuur 18** bepaling van de componenten door middel van constructie

Merk op dat als je de resulterende kracht van de twee componenten bepaalt, je uiteindelijk dezelfde tekening krijgt. De lijnen en pijlen zouden alleen in omgekeerde volgorde worden getekend.
Deze methode werkt ook wanneer de richtingen waarin je de kracht wilt ontbinden onderling niet loodrecht zijn. In dat geval teken je de stippellijnen parallel aan de twee richtingen waarin je de kracht wilt ontbinden.

Voorbeeldopgave 4

Twee sleepboten slepen een boorplatform. De kabel van de ene sleepboot maakt een hoek van –10° met de bewegingsrichting van het platform, die van de andere sleepboot een hoek van 20°. Samen leveren de sleepboten een kracht van 55 kN.
Bepaal door een constructie de kracht van elk van de sleepboten afzonderlijk.

Uitwerking
Stap 1: Een geschikte schaal is 1 ≙ 10 kN. De resulterende kracht van 55 kN wordt dan een vector van 5,5 cm lang (figuur 19).
Stap 2: Teken vanuit het begin van de pijl de twee richtingen waarin de sleepboten trekken, –10° en 20°. Merk op dat deze twee richtingen nu niet onderling loodrecht zijn.
Stap 3: Teken vanuit de pijlpunt van de resulterende kracht stippellijnen parallel aan de twee richtingen, 20° en –10°, die je in stap 2 hebt getekend.
Stap 4: Teken de pijlpunten bij de snijpunten tussen de stippellijnen en de twee richtingen.
Stap 5: Meet de twee componenten op en reken dit om naar de gevraagde krachten. De linkervector (–10°) in figuur 19 is 3,8 cm lang, overeenkomend met een kracht van 38 kN. De rechtervector (20°) is 1,9 cm lang, overeenkomend met een kracht van 19 kN.



▶ **figuur 19** resulterende kracht ontbonden

Componenten berekenen

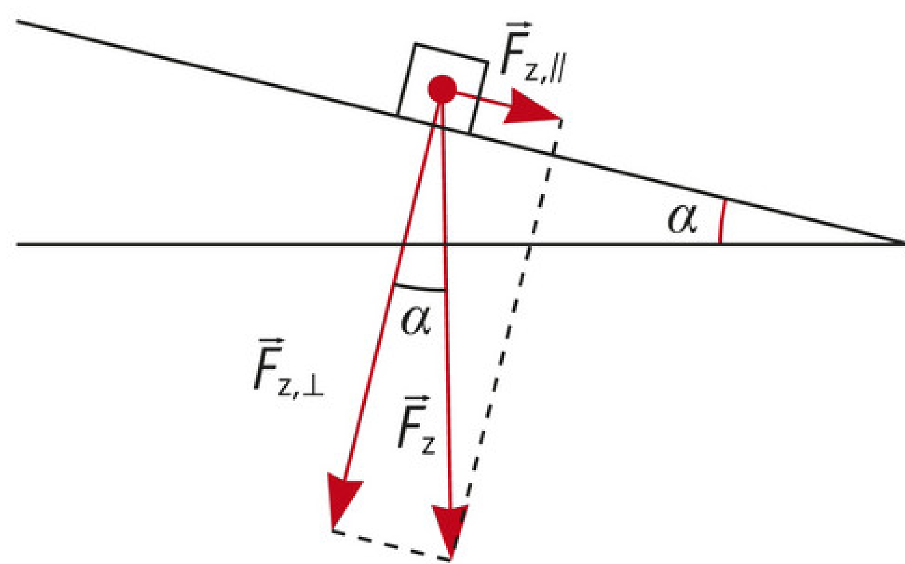
Als de twee richtingen waarin je een kracht ontbindt loodrecht op elkaar staan, kun je de componenten ook berekenen.
In figuur 18 zie je bij stap 4 een rechthoekige driehoek. Linksonder is de hoek 20°. Rechtsonder is de rechte hoek. De gegeven kracht F is de schuine zijde. De horizontale component F_x is de aanliggende rechthoekszijde, de verticale component F_y de overstaande rechthoekszijde.
Met je wiskundige voorkennis kun je dan berekenen:

$F_x = F \cdot \cos \alpha$
en
$F_y = F \cdot \sin \alpha$

Als je krachtcomponenten op deze manier berekent is het handig de uitkomst te controleren met je tekening. Zo kun je in figuur 18 zien dat F_y een stuk kleiner moet zijn dan F en F_x iets kleiner.

Massa op een helling

Een situatie die in verschillende gedaanten regelmatig terugkomt is een massa op een helling, bijvoorbeeld een sleetje dat op een besneeuwde helling staat (figuur 20). Het is duidelijk dat de zwaartekracht recht naar beneden wijst. Om te bepalen welke beweging het sleetje gaat uitvoeren, kun je de zwaartekracht in twee componenten ontbinden: loodrecht op en parallel aan de helling.



▲ **figuur 20** een massa op een helling

De component loodrecht op de helling, $F_{z,\perp}$, duwt de slee de sneeuw in. Alleen de component evenwijdig aan de helling, $F_{z,//}$, zorgt ervoor dat de slee in die richting naar beneden zal glijden. In de constructie van figuur 20 zie je dat F_z de schuine zijde van een rechthoekige driehoek is. Je kunt de componenten daarom als volgt berekenen: $F_{z,\perp} = F_z \cdot \cos \alpha$ en $F_{z,//} = F_z \cdot \sin \alpha$.

De loodrechte component wordt door de helling gecompenseerd. Als er geen wrijving is, dan is de parallelle component gelijk aan de resulterende kracht. Met de tweede wet van Newton kun je vervolgens de versnelling van het sleetje berekenen.

▶ **EXPERIMENT 4** Massa op een helling (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Je kunt een kracht ontbinden in twee richtingen.
- In een constructie doe je dat met een parallellogramconstructie.
- Als de richtingen waarin je de kracht ontbindt loodrecht op elkaar staan, kun je de componenten berekenen met behulp van de sinus of de cosinus van de hoek tussen de kracht en een van de richtingen waarin je de component wilt weten.

Opdrachten

21 Gelijke hoeken

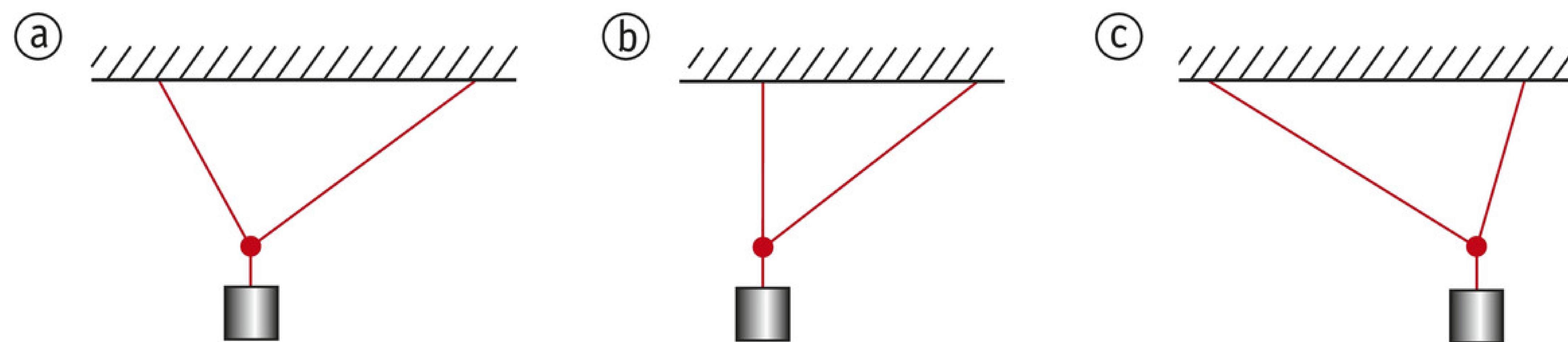
In figuur 20 staat twee keer een hoek α: eenmaal als hellingshoek, eenmaal als hoek tussen $F_{z,\perp}$ en F_z.

Toon aan dat deze twee hoeken inderdaad gelijk aan elkaar zijn.

22 Gewichtje

In figuur 21 zie je steeds een gewichtje dat aan twee kabels hangt. De massa is in de drie situaties gelijk.

Beredeneer in welke situatie de kracht in de linkerkabel het grootst is.



▲ **figuur 21** een gewichtje op verschillende manieren opgehangen

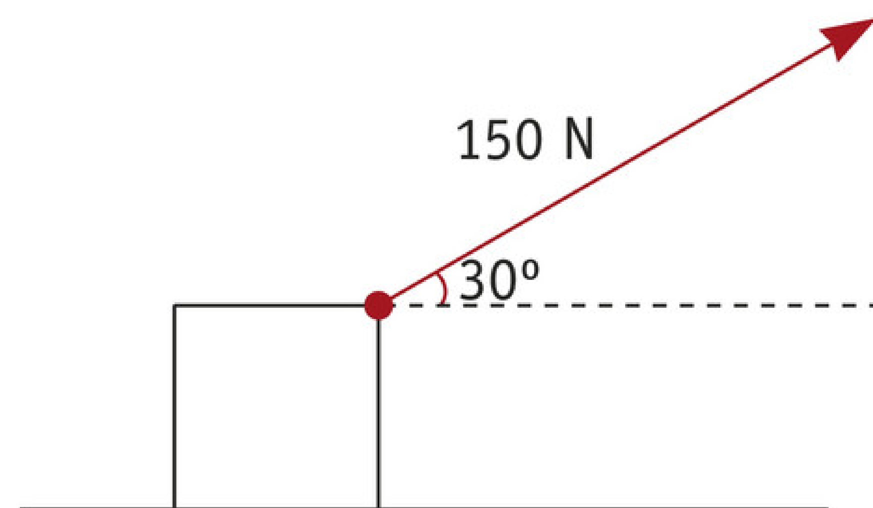
23 Slee

Iemand trekt aan een touw een slee voort met een kracht van 150 N. De situatie is in figuur 22 schematisch weergegeven.

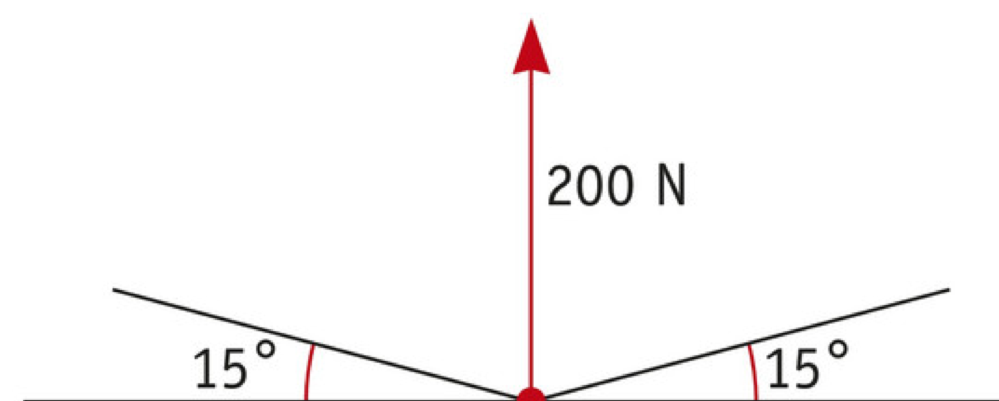
a Bepaal door middel van constructie de horizontale component van de kracht.

b Bereken de grootte van de horizontale component van de kracht.

c Vergelijk je antwoorden op opdracht a en b.
Is het verschil acceptabel?



▲ **figuur 22** Een slee wordt voortgetrokken aan een touw.



▲ **figuur 23** De resulterende kracht is bekend, de beide spankrachten niet.

24 Krat op een helling

Een krat met een massa van 40 kg staat op een helling. De helling maakt een hoek van 12° met de horizontaal.

a Maak een schematische tekening van de situatie. Teken hierin de zwaartekracht en ontbind deze in een component parallel aan en loodrecht op de helling.

b Gebruik je tekening om de twee componenten te berekenen.

c Beredeneer hoe deze twee componenten veranderen als de hellingshoek groter wordt.

25 Voorwerp aan een kabel

Een zwaar voorwerp hangt aan twee touwen. In figuur 23 zie je welke kracht de twee touwen samen leveren.

a Neem de figuur over. Bepaal door middel van constructie de beide spankrachten.

De hoek tussen de touwen wordt vergroot naar 160°.

b Bepaal opnieuw de beide spankrachten. Vergelijk je antwoord met dat op opdracht a.

c Beredeneer of het mogelijk is dat de hoek tussen de touwen 180° wordt.

26 Aardbeving
Een kerktoren met een hoge, smalle spits krijgt een aardbeving te verduren. Voor deze opdracht kun je de kerktoren zien alsof deze uit twee delen bestaat: een basis met daarop de spits.

a Maak een schematische tekening van de spits en teken daarin de krachten die op de spits werken voorafgaand aan de aardbeving.

Door de aardbeving ondervindt de kerktoren korte tijd een versnelling van 3,0 m s^{-2}. De spits heeft een massa van 1,8·10^{3} kg.

b Bereken de grootte van de extra kracht die op de torenspits tijdens de aardbeving zal worden uitgeoefend. Neem hierbij aan dat de torenspits in zijn geheel met de basis van de kerktoren meebeweegt.

c Teken deze extra kracht in je tekening van opdracht a, waarbij je het aangrijpingspunt op de juiste plaats zet.

Door de aardbeving scheuren de verbindingen tussen de basis en de spits van de kerktoren.

d Beredeneer wat het effect is van de extra kracht van opdracht b in deze situatie.

+27 Componenten berekenen
De spankrachten in de touwen uit figuur 23 kun je ook berekenen. Ontbind eerst schematisch de kracht in het rechtertouw in een verticale en horizontale component. Doe hetzelfde met de kracht in het linkertouw.
Wat weet je over de grootte van de twee verticale componenten samen? Gebruik dit om de krachten in de touwen te berekenen. Hoe zou je de krachten in de touwen kunnen berekenen wanneer de twee hoeken ongelijk zijn?

4 Krachten in evenwicht

In deze paragraaf leer je:

- de eerste wet van Newton uitleggen en toepassen;
- dat de eerste wet van Newton volgt uit de tweede wet van Newton;
- wat de normaalkracht, rolweerstandskracht en schuifweerstandskracht zijn en hoe je deze krachten in verschillende situaties kunt bepalen of berekenen;
- welke eigenschappen een veer heeft die aan de wet van Hooke voldoet;
- de veerconstante bepalen met behulp van een (kracht,uitrekking)-diagram.

Volgens de tweede wet van Newton versnelt een voorwerp als er een resulterende kracht op werkt die ongelijk is aan nul. Maar als je op de fiets zit, lijkt het anders. Dan moet je blijven trappen om met constante snelheid te fietsen. De tweede wet van Newton kan ook deze situatie verklaren. In deze paragraaf worden verschillende krachten besproken die voor evenwicht kunnen zorgen.

De eerste wet van Newton

In de eerste paragraaf is de tweede wet van Newton gegeven:

$$F_{res} = m \cdot a$$

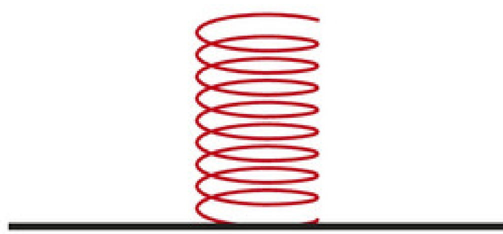
Voor de bijzondere situatie dat $F_{res} = 0$ geldt:

$0 = m \cdot a$ dus $a = 0$

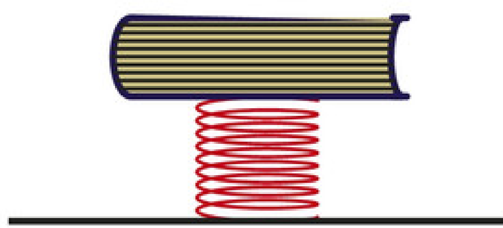
Conclusie: een voorwerp waarop geen resulterende kracht werkt, versnelt niet. Een voorwerp dat niet versnelt, staat stil of beweegt met constante snelheid in een rechte lijn. Dit is de **eerste wet van Newton**. Andersom geldt ook: als een voorwerp in rust is of met constante snelheid beweegt, is de resulterende kracht op het voorwerp nul.
Door te kijken naar het soort beweging dat een voorwerp uitvoert (eenparig, versneld of vertraagd), kun je iets te weten komen over de krachten die erop werken. Omgekeerd: als je weet welke krachten op een voorwerp werken, weet je wat voor soort beweging het voorwerp uitvoert. In deze paragraaf komen verschillende krachten aan bod die van invloed zijn op de beweging van een voorwerp.

Normaalkracht

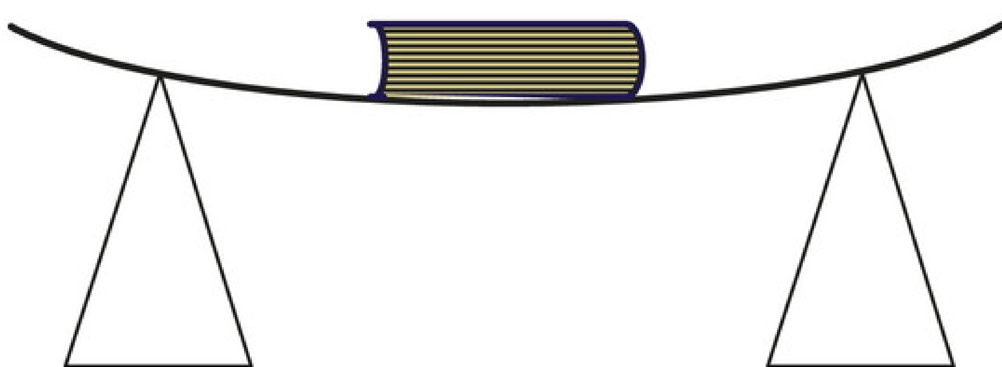
Volgens de eerste wet van Newton is de resulterende kracht op een boek dat stil op tafel ligt gelijk aan nul. Omdat in ieder geval de zwaartekracht op het boek werkt, moet er nog een andere kracht zijn die het boek op zijn plek houdt. Die kracht moet worden uitgeoefend door de tafel. Immers: als de tafel er niet is, valt het boek naar beneden.
Stel je voor dat je een boek op de grote veer in figuur 24a legt. De veer wordt net zover ingedrukt dat de kracht van de veer op het boek in evenwicht is met de zwaartekracht op het boek (figuur 24b). In deze situatie is het dus de veerkracht die het boek op zijn plek houdt.



▲ **figuur 24a** Een veer ligt ontspannen op een tafel.



▲ **figuur 24b** De zwaartekracht en de veerkracht op het boek zijn in evenwicht.



▲ **figuur 24c** Een zwaar boek laat een dunne plank doorbuigen.

Ook wanneer je het boek op een tafel legt, zal de tafel een klein beetje vervormen en zo de zwaartekracht tegenwerken. Bij de meeste tafels is die vervorming niet te zien. Wel als het tafelblad een dunne plank is zoals in figuur 24c. Je kunt dus zeggen dat de tafel terugduwt. Deze kracht wordt de **normaalkracht** genoemd, weergegeven met F_N. *Normaal* is een ander woord voor een lijn die loodrecht op een vlak staat. De normaalkracht is namelijk een kracht die altijd loodrecht op het oppervlak staat waarop een voorwerp ligt.

Voorbeeldopgave 5

Een massa van 2,0 kg wordt op een helling met een hellingshoek van 15° door een touw op zijn plek gehouden. Het touw loopt parallel aan de helling. De helling is glad: er is geen wrijving.

a Bereken de grootte van de normaalkracht op de massa.

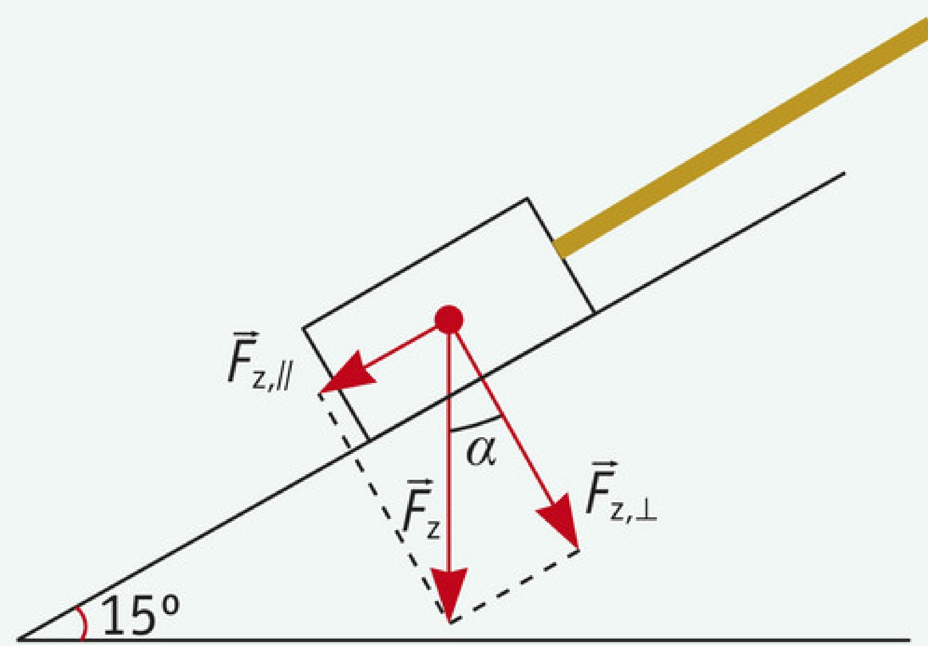
b Bereken hoe groot de spankracht in het touw moet zijn om de massa op zijn plaats te houden.

Uitwerking

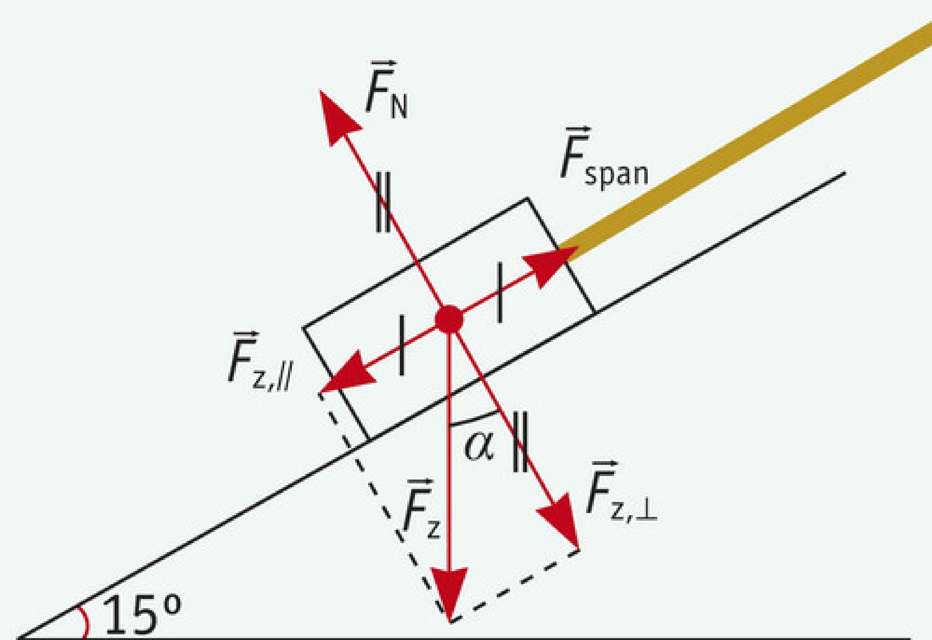
Maak een schematische tekening van de situatie. Teken de zwaartekracht op de massa en ontbind deze in een component parallel aan en loodrecht op de helling (figuur 25a). Uit de eerste wet van Newton volgt dat de component loodrecht op de helling in evenwicht moet zijn met de normaalkracht van de helling op de massa, dus: $F_N = F_{z,\perp}$. Net zo moet de component parallel aan de helling in evenwicht zijn met de spankracht in het touw, dus: $F_{span} = F_{z,//}$ (figuur 25b).

a $F_N = F_{z,\perp} = F_z \cdot \cos \alpha = 2{,}0 \times 9{,}81 \cdot \cos 15° = 19$ N

b $F_{span} = F_{z,//} = F_z \cdot \sin \alpha = 2{,}0 \times 9{,}81 \cdot \sin 15° = 5{,}1$ N



▲ **figuur 25a** Een massa ligt stil op een helling: de zwaartekracht is ontbonden in $F_{z,\perp}$ en $F_{z,//}$.



▲ **figuur 25b** De krachten F_N en $F_{z,\perp}$ houden elkaar in evenwicht, evenals de krachten $F_{z,//}$ en F_{span}.

Wet van Hooke

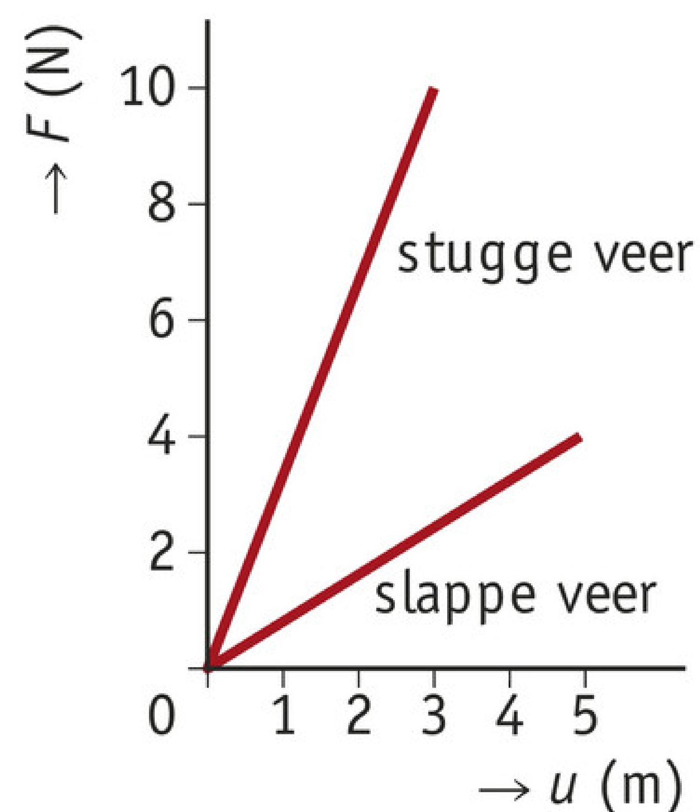
De normaalkracht komt dus tot stand doordat de ondergrond vervormt. Dat geldt in het algemeen voor voorwerpen die je vervormt, zoals een veer. Bij een veer wordt de kracht veerkracht genoemd. Als de vervorming niet te groot is, dan wordt de veerkracht gegeven door de **wet van Hooke**, vernoemd naar Robert Hooke, tijdgenoot van Isaac Newton:

$$F_v = C \cdot u$$

Hierin is:

- F_v de op de veer uitgeoefende kracht in newton (N);
- C de veerconstante in newton per meter ($N\,m^{-1}$);
- u de uitrekking of indrukking in meter (m).

De wet van Hooke is een recht evenredig verband: in een diagram waarin de benodigde kracht staat uitgezet tegen de uitrekking, is de grafiek een rechte lijn door de oorsprong. De veerconstante geeft de stugheid van een veer aan: hoe groter de veerconstante, hoe stugger de veer, hoe steiler de grafiek (figuur 26). Als je voor een bepaalde veer het verband tussen F_v en u kent, dan kun je de veer gebruiken als **veerunster** om krachten mee te meten.



▲ **figuur 26** De stugge veer heeft een grotere veerconstante dan de slappe veer.

Voorbeeldopgave 6

Bereken de veerconstante van een traptrede die 2 mm doorzakt als iemand met een massa m = 60 kg erop staat.

Uitwerking
Als er evenwicht is, is de resulterende kracht op de persoon nul en weet je dat de veerkracht even groot is als de zwaartekracht.
$F_z = m \cdot g = 60 \times 9{,}81 = 588{,}6$ N

Met $C = \dfrac{F_v}{u}$ krijg je dan: $C = \dfrac{588{,}6}{2 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}$

Rol- en luchtweerstand

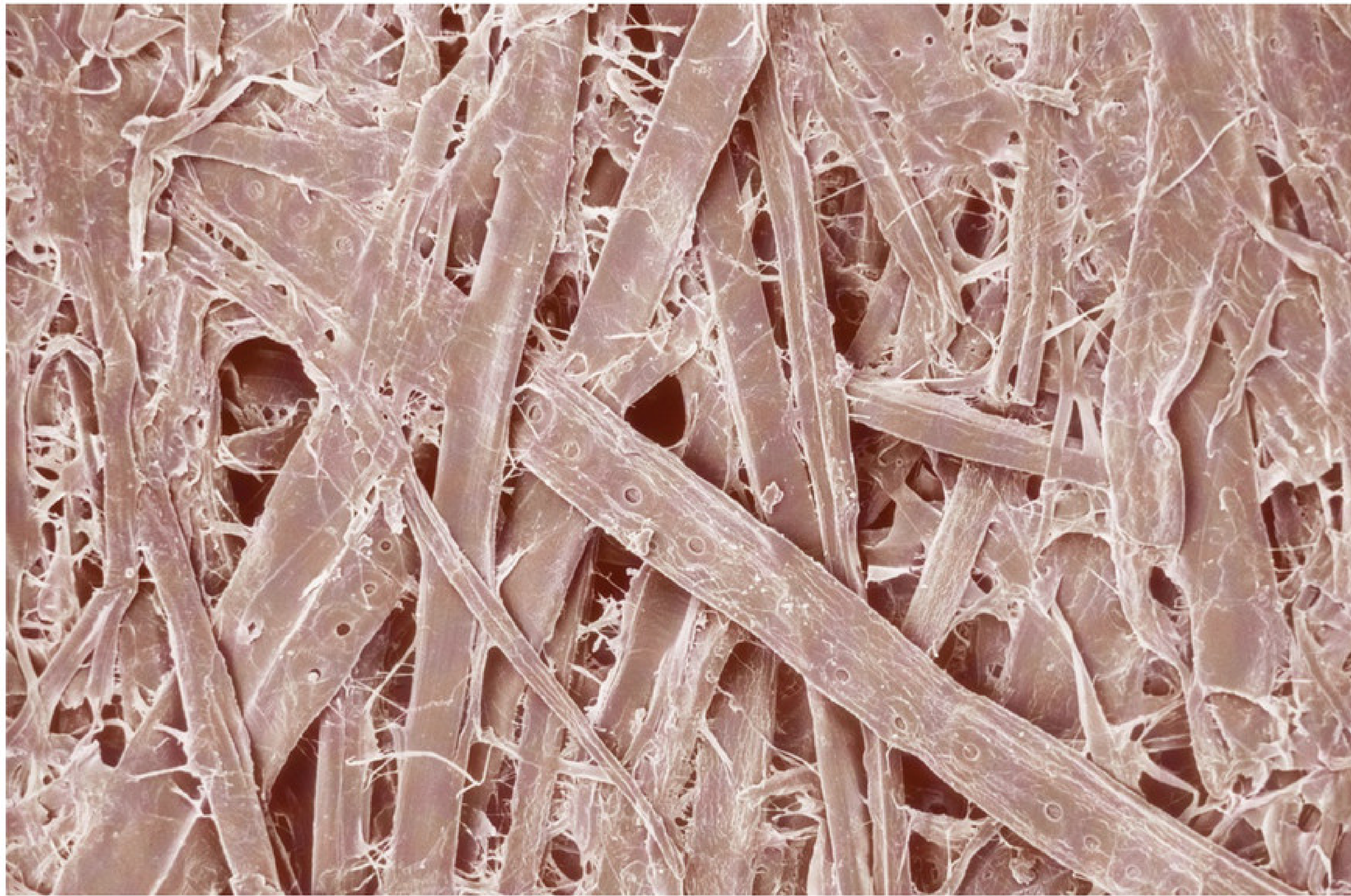
Voertuigen, zoals fietsen en auto's, hebben altijd last van twee soorten wrijving: rolweerstand en luchtweerstand. Luchtweerstand ben je al tegengekomen in paragraaf 1. **Rolweerstand**, $F_{w,r}$, is de tegenwerking die een voorwerp ondervindt door de vervorming van banden en ondergrond (figuur 27). Rolweerstand ontstaat dus niet doordat een band over de weg schuift. Het deel van de band dat contact maakt met de grond beweegt namelijk niet ten opzichte van de grond. De rolweerstand hangt niet af van de snelheid van het voertuig, in tegenstelling tot de luchtweerstand. Als een voertuig zwaarder beladen is, of de banden zijn niet voldoende op spanning, dan is de rolweerstand groter.



◀ **figuur 27** vervorming van een fietsband

Schuifweerstand

Als je met je fiets heel hard remt, dan slippen je banden: ze schuiven over de straat. Als het ijzelt zul je eerder slippen: je banden hebben weinig grip. De weerstand in deze situaties wordt **schuifweerstand**, $F_{w,s}$, genoemd. Schuifweerstand ontstaat doordat voorwerpen niet perfect glad zijn. Als je het oppervlak van een voorwerp sterk uitvergroot, zie je allemaal oneffenheden (figuur 28). Die oneffenheden grijpen in elkaar. Als je een horizontale kracht uitoefent, dan duw je eigenlijk tegen al die oneffenheden aan. Je moet het voorwerp als het ware een stukje optillen, of de oneffenheden vervormen om het voorwerp in beweging te krijgen.



▲ **figuur 28** microscopische opname van een velletje papier

De schuifweerstand hangt af van de ondergrond, de structuur van het voorwerp en de massa van het voorwerp. Ondanks al die details blijkt dat er een vrij eenvoudig experimenteel verband is voor de schuifweerstand:

$$F_{w,s,max} = f \cdot F_N$$

Hierin is:

- $F_{w,s,max}$ de maximale schuifweerstand in newton (N);
- f de schuifwrijvingscoëfficiënt: een constante (zonder eenheid) die afhangt van de eigenschappen van de ondergrond en het voorwerp;
- F_N de normaalkracht op het voorwerp in newton (N).

De constante f moet experimenteel worden vastgesteld.

▶ **EXPERIMENT 5** Parachuutjes (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Als op een voorwerp een resulterende kracht werkt gelijk aan nul, dan beweegt het met constante snelheid, of is het in rust. Dit is de eerste wet van Newton.
- Een voorwerp dat op een ondergrond rust, ondervindt ten gevolge van die ondergrond een normaalkracht die loodrecht op het oppervlak staat.
- De rolweerstand is de weerstand die een voorwerp ondervindt door de vervorming van banden en ondergrond. Deze hangt niet af van de snelheid van het voorwerp.
- De schuifweerstand is de weerstand die een voorwerp ondervindt door contact met een oppervlak waarover het voorwerp beweegt. Deze hangt niet af van de snelheid van het voorwerp.
- De wet van Hooke luidt: $F_v = C \cdot u$. De veerconstante C geeft aan hoe stug een veer is: hoe groter de veerconstante, hoe stugger de veer.

Opdrachten

28 Ordenen
Zet op volgorde van kleinste naar grootste veerconstante:
- biljartbal
- goed opgepompte voetbal
- zachte voetbal

29 Schuifweerstand
Beredeneer voor de volgende situaties hoe groot de schuifweerstand is voor een boek dat op een tafel ligt.
a Het boek ligt onaangeroerd op tafel.
b Je duwt in horizontale richting tegen het boek met een kracht van 3 N. Het boek blijft liggen.
c Je duwt in horizontale richting tegen het boek met een kracht van 8 N. Het boek komt net niet in beweging.
d Je duwt in horizontale richting tegen het boek zodat het met constante snelheid over de tafel schuift.

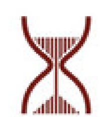
30 Boek op een tafel
Je legt een boek op tafel. Langzaam kantel je de tafel door één kant van de tafel op te tillen. Het boek blijft liggen. Leg uit wat er gebeurt met:
a de zwaartekracht op het boek;
b de normaalkracht op het boek;
c de wrijvingskracht op het boek.

Het boek begint te glijden.
d Leg uit hoe de wrijvingskracht op het boek verandert als je de tafel nog verder kantelt.

31 Auto op een helling
Een auto met een massa $m = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg staat op de handrem geparkeerd op een helling met een hellingshoek van 10°.
a Maak een schematische tekening van de situatie. Teken hierin de krachten die op de auto werken.
b Hoe heet de kracht die voorkomt dat de auto langs de helling naar beneden schuift? Bereken de grootte van deze kracht.
c Hoe heet de kracht die voorkomt dat de auto door de grond zakt? Bereken de grootte van deze kracht.

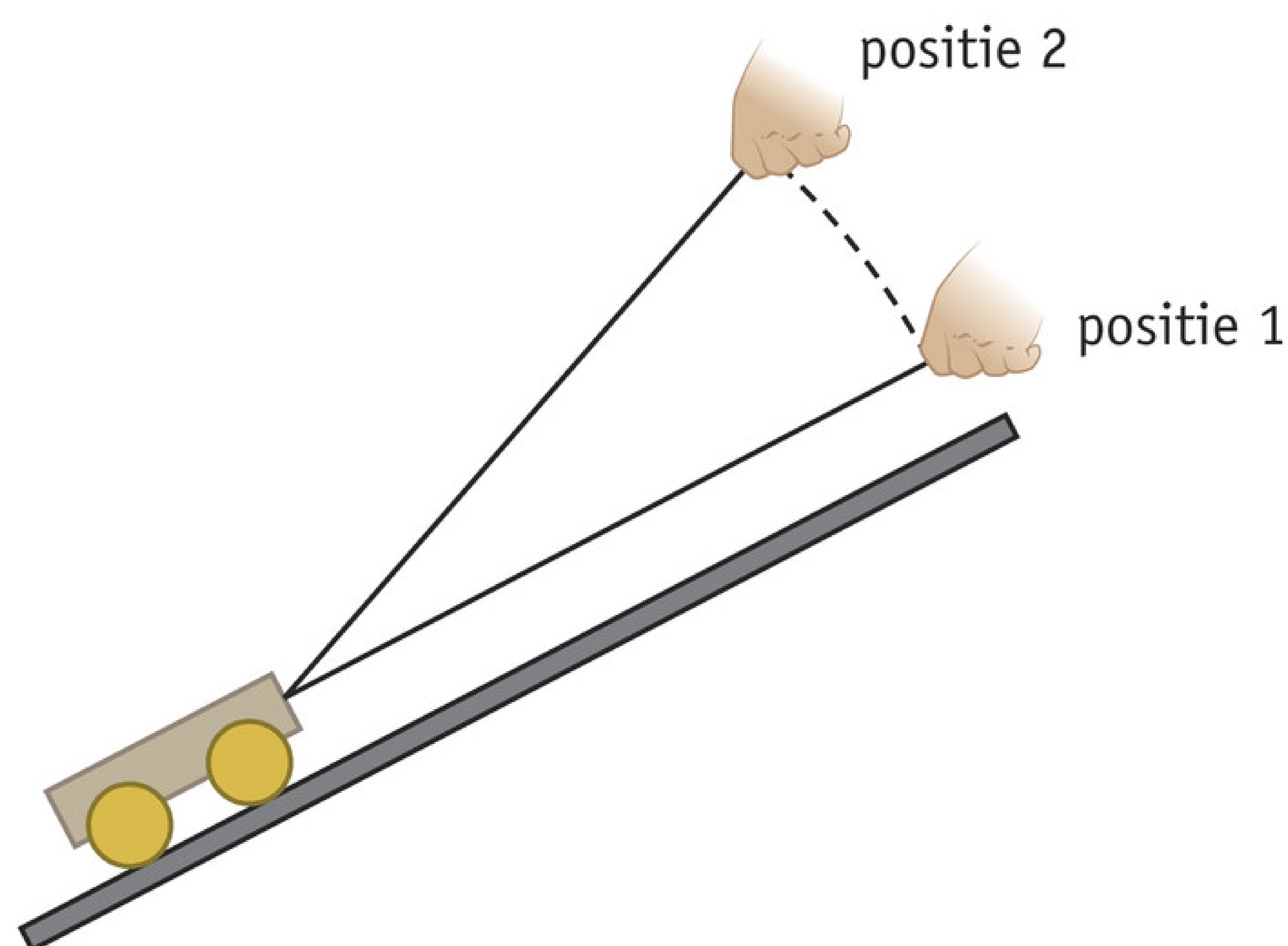
De auto wordt van de handrem gehaald.
d Bereken de versnelling waarmee de auto naar beneden rolt als de rolweerstand nul is.

32 Slee
Een kind op een slee glijdt met constante snelheid van een helling. Samen hebben ze een massa van 30 kg. De slee ondervindt een wrijvingskracht van 91 N.
Bereken de hoek van de helling waarop de slee glijdt.

 **33** Wagentje op een helling

Een wagentje dat wrijvingsloos kan rijden staat op een hellend vlak. Het wordt in evenwicht gehouden door een touwtje dat Rik met zijn hand vasthoudt (figuur 29, positie 1). Op het wagentje werken nu drie krachten: zwaartekracht, spankracht en normaalkracht. Rik beweegt zijn hand naar positie 2 (figuur 29). Het wagentje blijft daarbij stilstaan. Wat gebeurt er tijdens deze beweging met de spankracht en de normaalkracht?

A De spankracht neemt toe, de normaalkracht neemt af.
B De spankracht blijft gelijk, de normaalkracht neemt af.
C De spankracht en de normaalkracht blijven gelijk.
D De spankracht neemt toe en de normaalkracht blijft gelijk.



▲ **figuur 29** karretje op een hellend vlak

34 Vallende bal

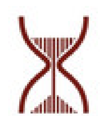
Een bal wordt uit een luchtballon gegooid. De bal ondervindt luchtwrijving.

a Teken voor de drie volgende situaties schematisch de krachten die op de bal werken, waarbij je rekening houdt met de relatieve grootte van de krachten: de bal is net losgelaten, de bal valt korte tijd, de bal bereikt zijn topsnelheid.

b Beredeneer wat er vervolgens met de snelheid van de bal gebeurt wanneer hij lager komt.

De bal heeft een massa van 230 g en een diameter van 25 cm. Als de bal zijn topsnelheid bereikt, is de dichtheid van de lucht 1,2 $kg\,m^{-3}$.

c Bereken de topsnelheid van de bal. Zoek daartoe in Binas de luchtweerstandscoëfficiënt op voor een bol.

 **35** Parachutist

Parachutist Hans springt uit een vliegtuig. Na enkele seconden bereikt hij een constante snelheid (situatie 1). Vervolgens opent Hans zijn parachute. Snel bereikt hij opnieuw een constante snelheid (situatie 2). Deze snelheid is veel lager dan die uit situatie 1. Wat geldt er voor de luchtweerstandskracht op de parachutist Hans met zijn parachute in situatie 1 (F_1) en situatie 2 (F_2)?

A $F_1 > F_2$
B $F_1 = F_2$
C $F_1 < F_2$
D Je kunt dit niet weten, want er ontbreken gegevens.

36 Boek op een veer

Een boek met een massa van 250 g wordt op een stugge veer gelegd met een veerconstante van 300 $N\,m^{-1}$.

a Maak een schematische tekening van de situatie waarin je de krachten op het boek tekent.

b Bereken hoe ver de veer wordt ingedrukt.

37 Veerunster ijken
Beschrijf een experiment waarmee je een veerunster kunt ijken.

38 Bouwmaterialen
De elasticiteit van materialen wordt uitgedrukt met de elasticiteitsmodulus E: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

Hierin is σ de rekspanning: de kracht F die wordt uitgeoefend per doorsnede A van het materiaal, en ε de relatieve rek in de richting van F. Als een balk met lengte l een hoeveelheid u wordt uitgerekt, dan is de relatieve rek: $\varepsilon = \frac{u}{l}$

a Toon door middel van een afleiding aan dat de veerconstante van een balk met doorsnede A en lengte l voldoet aan: $C = \frac{E \cdot A}{l}$

b Beredeneer dat een twee keer zo lange balk bij eenzelfde trekkracht twee keer zo ver uitrekt.

c Beredeneer of de veerconstante van een gebouw als geheel groter of juist kleiner is dan de veerconstante van de onderdelen.

Hout (in de vezelrichting) en staal zijn beter tegen trekkrachten bestand dan baksteen en beton. Baksteen en beton zijn beter bestand tegen samendrukken dan hout (in de vezelrichting).

d Controleer dit met behulp van Binas tabel 10B.

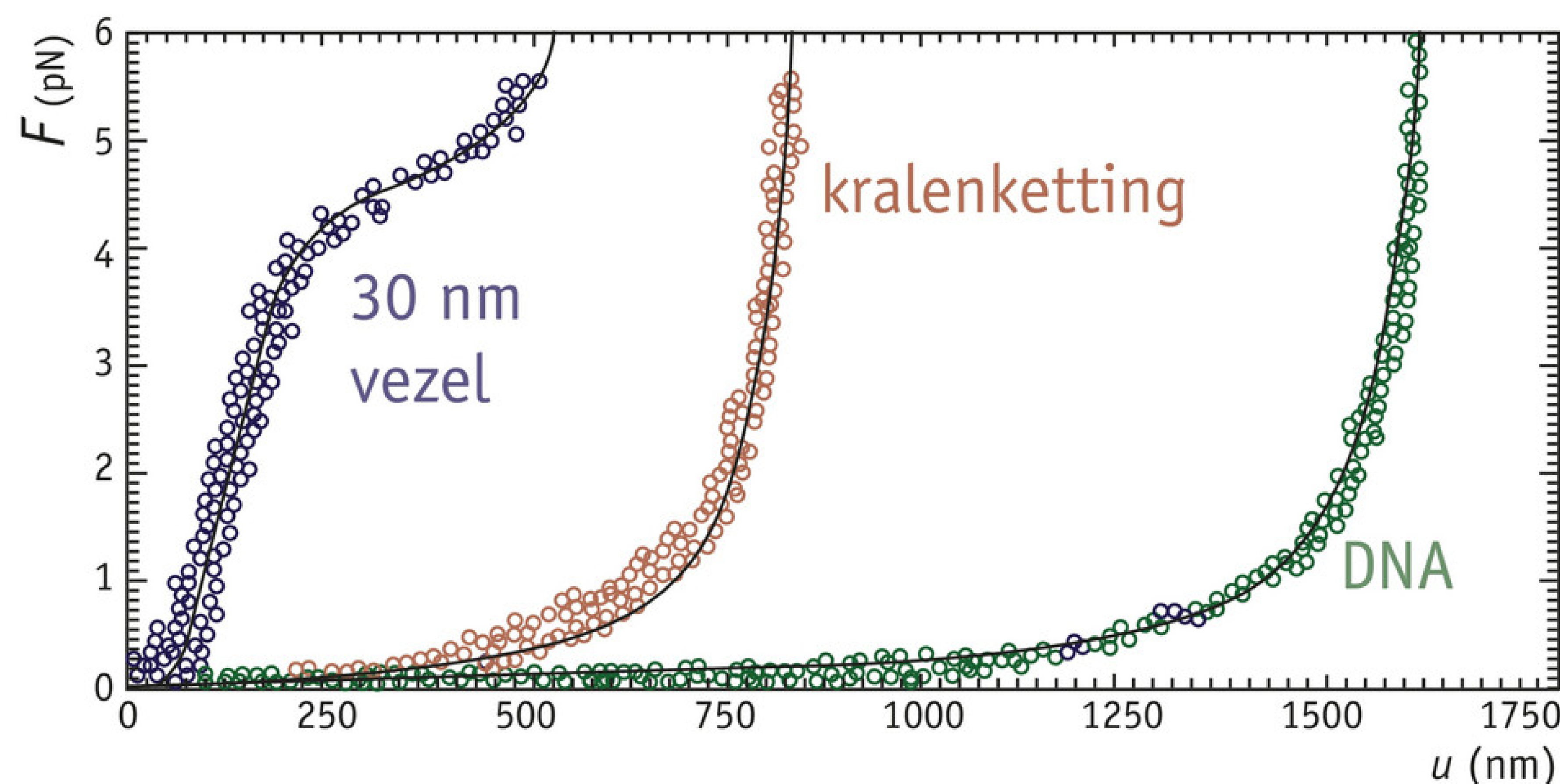
e Bereken op basis van de treksterkte en de elasticiteitsmodulus hoeveel procent een baksteen maximaal uitgerekt kan worden voordat hij breekt. Vergelijk dit met de opgegeven 'rek bij breuk' uit Binas tabel 10B.

39 DNA-molecuul
Met slimme experimentele technieken is het mogelijk van een enkel DNA-molecuul te bepalen hoe groot de uitrekking is bij een bepaalde kracht (figuur 30). Bij kleine uitrekking gedraagt het DNA-molecuul zich volgens de wet van Hooke, bij grotere uitrekkingen niet meer.

a Leg uit hoe je dat in de figuur kunt zien.

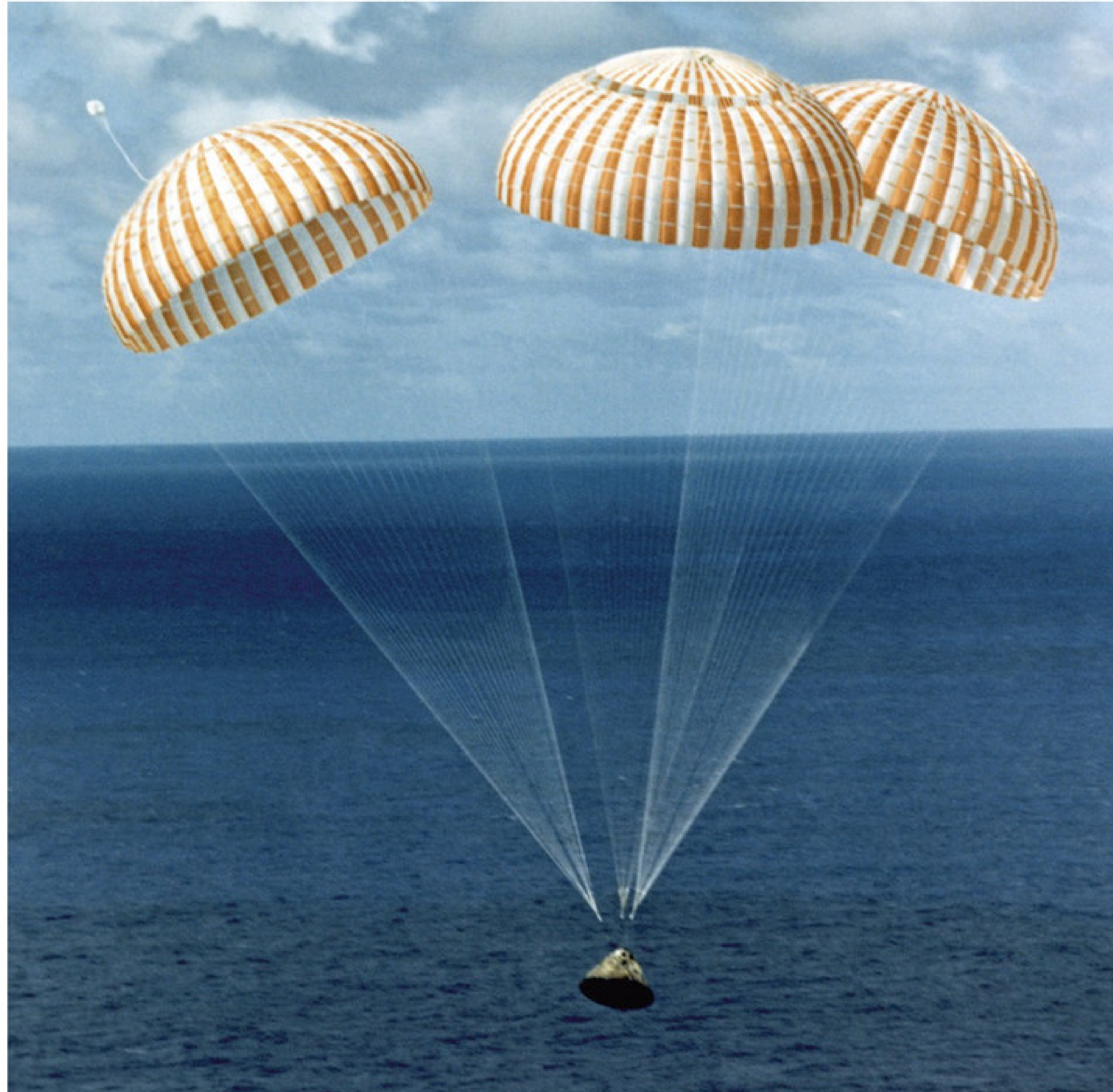
b Leg uit of het molecuul stugger of juist minder stug wordt bij grotere uitrekkingen.

c Bepaal met behulp van figuur 30 de veerconstante van een DNA-molecuul voor kleine uitrekkingen.



▲ **figuur 30** uitrekking van verschillende 'kettingen'

+40 Landing ruimtecapsule
De astronauten van de Apollo-missies naar de maan keerden terug in een capsule die door drie gelijke parachutes een zachte landing maakte in de Stille Oceaan (figuur 31). De capsule had een totale massa van 5560 kg. Iedere parachute maakte een hoek van 30° met de verticale as.
Bereken de luchtweerstand van elk van de parachutes kort voor de landing. Verwaarloos de luchtweerstand van de capsule zelf.



▲ **figuur 31** De commandocapsule van de Apollo 14-missie landt in de Atlantische Oceaan (9 februari 1971).

5 Dynamische modellen

In deze paragraaf leer je:
- voor een gegeven situatie een geschikt computermodel opstellen;
- met behulp van een computermodel deze situatie analyseren.

Met de modelleercyclus uit hoofdstuk 1 kun je in verschillende stappen complexe problemen oplossen. Die aanpak kun je ook gebruiken om dynamische modellen op te stellen, waarbij je de computer laat uitrekenen hoe een systeem zich in de tijd ontwikkelt. Dat is vooral handig voor situaties waarvoor je niet (eenvoudig) een exacte oplossing kunt vinden. Een voorbeeld van zo'n situatie is een valbeweging met luchtweerstand.

Val van een parachutist

Stel je de sprong van een parachutist voor. Het eerste stuk bestaat uit een val waarin de parachutist door de luchtweerstand een bepaalde maximale snelheid bereikt. Het is dus geen vrije val. Na enige tijd opent de parachute. De luchtweerstand wordt ineens een stuk groter, waardoor de parachutist afremt tot een snelheid waarmee hij veilig kan landen. Over dit probleem kun je een aantal vragen stellen:
- Hoe groot moet de parachute zijn, zodat een veilige eindsnelheid wordt bereikt?
- Wat is de minimale hoogte waarop de parachute moet openen, zodat die eindsnelheid op tijd wordt bereikt?

- Hoe langzaam moet de parachute openen, zodat de kracht die de parachutist van de parachute ondervindt niet te groot is?

Voor elk van de vragen kun je de modelleercyclus doorlopen, waarbij je het model steeds realistischer maakt. Doordat de luchtweerstand van de snelheid afhangt, kun je de wiskundige vergelijkingen niet exact oplossen. Door gebruik te maken van een **computermodel**, is het probleem wel op te lossen. Om te begrijpen hoe dat werkt is het handig te beginnen met een vrije val.

Dynamisch model voor een vrije val

In hoofdstuk 1 is van een vallend gewichtje een tikkerbandopname gemaakt. Voor de verschillende intervallen is de verplaatsing bepaald en daarmee de snelheid en versnelling voor elk interval (tabel 1). Met die gemiddelde versnelling en de massa van het gewichtje kun je met behulp van de tweede wet van Newton de resulterende kracht op het gewichtje berekenen voor het betreffende interval.

▼ **tabel 1** meetgegevens van een vallend gewichtje (m = 50 g)

t (ms)	x (mm)	Δx (mm)	v (m s^{-1})	a (m s^{-2})	F_{res} (N)
0	0	0			
20	2	2	0,1		
40	8	6	0,3	10	0,50
60	18	10	0,5	10	0,50
80	32	14	0,7	10	0,50

Een computermodel werkt precies andersom, uitgaande van de kracht bereken je de verplaatsing:

1 bepaal de resulterende kracht op het voorwerp: $F_{res} = \Sigma F_i$
2 uit de resulterende kracht volgt de versnelling (tweede wet van Newton): $a = \dfrac{F_{res}}{m}$
3 uit de versnelling volgt de snelheidsverandering: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, dus $\Delta v = a \cdot \Delta t$
4 de nieuwe snelheid volgt uit: $v_{nieuw} = v_{oud} + \Delta v$
5 met de nieuwe snelheid kun je de verplaatsing Δx berekenen
6 de nieuwe plaats volgt uit: $x_{nieuw} = x_{oud} + \Delta x$

De computer heeft getallen nodig om deze stappen uit te voeren, zoals het volgende voorbeeld laat zien. Een bal met massa 0,250 g valt vanuit stilstand vanaf een hoogte van 10 m. Er is geen luchtweerstand.

1 $F_{res} = F_z = -m \cdot g = -0{,}250 \times 9{,}81 = -2{,}4525$ N
2 $a = \dfrac{F_{res}}{m} = \dfrac{-2{,}4525}{0{,}250} = -9{,}81$ m s^{-2}

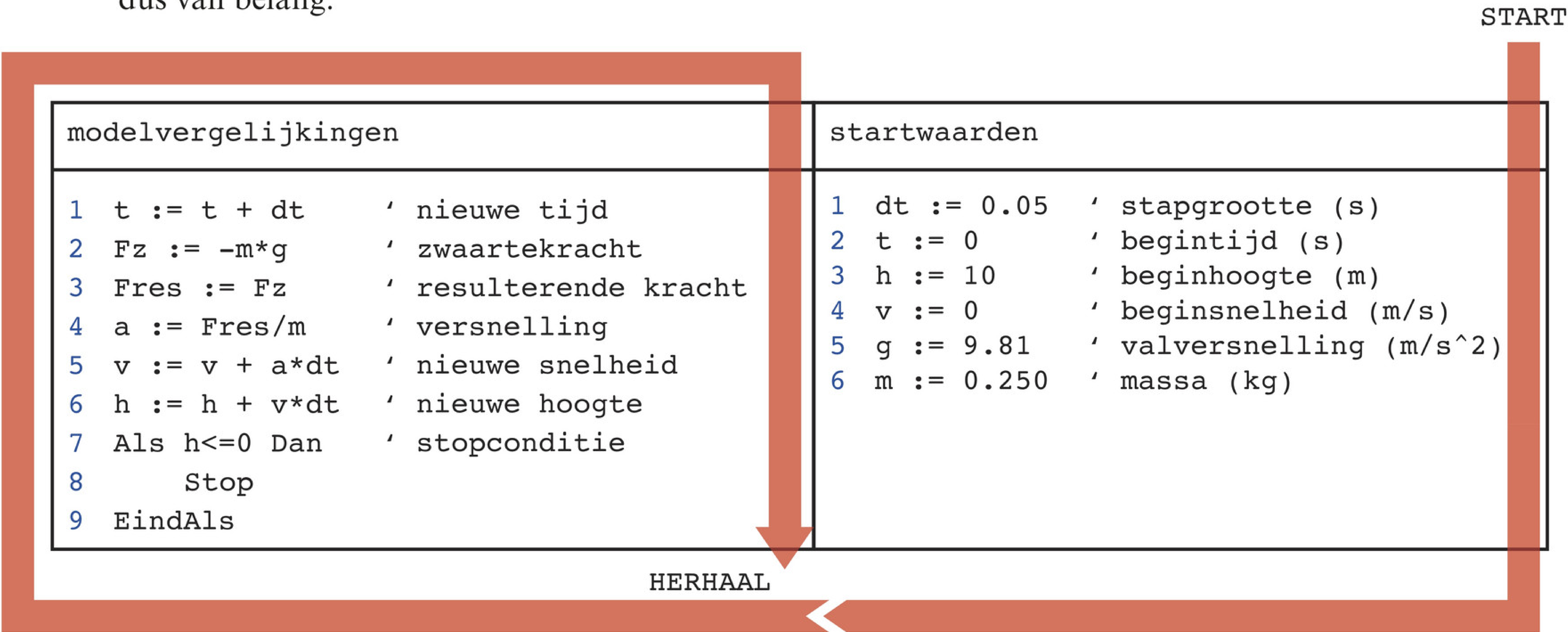
De versnelling is dus in grootte gelijk aan de valversnelling. Het is immers een vrije val.

3 De tijdsverandering Δt wordt in een computermodel de **stapgrootte** genoemd en die kun je zelf kiezen, bijvoorbeeld $\Delta t = 0{,}05$ s:
$\Delta v = -9{,}81 \times 0{,}05 = -0{,}4905$ m s^{-1}
4 $v_{nieuw} = v_{oud} + \Delta v = 0 + -0{,}4905 = -0{,}4905$ m s^{-1}. Dit is dus de snelheid op $t = 0{,}05$ s.
5 Nu is er een probleem: de verplaatsing hangt af van de snelheid, maar die is niet constant. In tabel 1 en in hoofdstuk 1 heb je daarom de gemiddelde snelheid van een interval berekend en die in het midden van het interval gezet. Dat is voor een computermodel niet handig. Een eenvoudige methode met nog redelijke resultaten is te doen alsof de bal gedurende het interval Δt met constante snelheid valt, gelijk aan de eindsnelheid van het interval:
$\Delta x = v_{nieuw} \cdot \Delta t = -0{,}4905 \times 0{,}05 = -0{,}02405$ m
6 $x_{nieuw} = x_{oud} + \Delta x = 10 + -0{,}02405 = -9{,}97595$ m

In de bovenstaande berekeningen is niet afgerond, omdat een computer dat ook niet zou doen. Het voorgaande is slechts één **rekenstap**. Om de beweging van de bal te weten te komen, moet deze rekenstap herhaald worden. Dat herhalen wordt **itereren** genoemd en het rekenen met een computermodel wordt daarom een **iteratief proces** genoemd. Je blijft de rekenstappen herhalen totdat de plaats van de bal gelijk is aan nul: de bal raakt dan de grond.

Invoeren van een computermodel

Er zijn twee methoden om met een computer te modelleren. Bij grafisch modelleren wordt het model schematisch weergegeven door een proces met pijltjes, blokjes en ballonnetjes. Bij tekstmodelleren geef je de computer instructies in de vorm van tekstregels. In *Nova* wordt gebruikgemaakt van tekstmodelleren, omdat je in die instructies de vergelijkingen kunt herkennen die je al kent. Wil je meer weten over grafisch modelleren, vraag dan je docent.
In figuur 32 zie je het tekstmodel van de vrije val die hiervoor besproken is. De regelnummers staan er alleen om naar te verwijzen: die moet je niet invoeren in de computer. De tekst achter de apostrof is een toelichting en wordt door de computer genegeerd. De computer voert eerst, van boven naar beneden, de instructies uit in de rechterkolom van figuur 32 (de startwaarden). Vervolgens voert de computer, weer van boven naar beneden, de instructies uit in de linkerkolom (de modelvergelijkingen in figuur 32). Bij de laatste modelregel aangekomen, springt de computer weer naar boven en begin van voren af aan. De volgorde waarin je de regels zet, is dus van belang.



▲ **figuur 32** model voor de vrije val

Toelichting:

- De computer kan niet rekenen met eenheden. Die worden dus niet ingevoerd. Het is verstandig om altijd alle waarden in te voeren in SI-eenheden.
- In het computermodel wordt geen komma, maar een punt gebruikt om de decimalen te scheiden van de eenheden. In tabel 2 staat nog een aantal andere speciale karakters voor wiskundige bewerkingen.
- De `:=` moet je lezen als ‘wordt’. In modelregel 1 staat dus: de nieuwe tijd wordt de oude tijd plus dt. Merk op dat het geen gelijkteken kan zijn: dan staat er onzin, want links en rechts zou `t` wegvallen en dan volgt dat `dt` gelijk is aan nul. En dat klopt niet.
- In modelregel 5 is gebruikgemaakt van $v_{nieuw} = v_{oud} + \Delta v$ en $\Delta v = a \cdot \Delta t$ (eenparig versnelde beweging).
- In modelregel 6 is gebruikgemaakt van $x_{nieuw} = x_{oud} + \Delta x$ en $\Delta x = v_{nieuw} \cdot \Delta t$ (eenparige beweging).

- Modelregels 7-9 bevatten de **stopconditie**. Zonder stopconditie voert de computer een vooraf ingesteld aantal iteraties uit. Het zou dan kunnen dat de hoogte kleiner wordt dan nul en de bal dus ‘door de grond valt’. De stopconditie zorgt ervoor dat de berekening stopt zodra de hoogte kleiner of gelijk aan 0 wordt. Een stopconditie $h = 0$ zal meestal niet werken, omdat de hoogte in het model vaak niet exact nul zal worden.

▼ **tabel 2** speciale weergave voor wiskundige bewerkingen in een tekstmodel

wiskundige bewerking	karakter in tekstmodel
vermenigvuldigen	*
delen	/
ax10^{b}	aEb
a^{b}	a^b
$\sqrt{a}$	Sqrt(a)
|a|	Abs(a)

Vallen met luchtweerstand

Het (computer)model voor een vrije val voegt nog niet zoveel toe: je wist al hoe een voorwerp valt zonder luchtweerstand. Maar dit is wel de aanpak van de modelleercyclus uit hoofdstuk 1: begin eenvoudig en maak het model later realistischer. Bovendien: doordat je weet wat de uitkomst van het computermodel zonder luchtweerstand is, kun je controleren of je geen fouten hebt gemaakt.
Het belangrijkste wat verandert als er luchtweerstand is, is de resulterende kracht. Die wordt: $F_{res} = F_z + F_{w,l}$, waarbij $F_{w,l} = ½ \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$ (paragraaf 1). De luchtweerstandskracht is positief, dus deze wijst naar boven. Dat klopt alleen wanneer de bal naar beneden beweegt! De modelregel met de resulterende kracht moet nu dus worden aangepast. Maar dan moet de computer ook weten hoe groot $F_{w,l}$ is en daarvoor zijn ook nieuwe startwaarden nodig.

Het aangepaste computermodel staat in figuur 33. De volgende modelvergelijkingen zijn nieuw of aangepast:
3 Dit is een nieuwe regel die de formule voor de luchtweerstandskracht geeft.
4 In deze regel is de resulterende kracht aangepast.

De volgende startwaarden zijn toegevoegd:
7 De luchtweerstandscoëfficiënt voor een bol (Binas tabel 28A).
8 Het frontale oppervlak voor een bol met een straal van 10 cm.
9 De luchtdichtheid op zeeniveau (Binas tabel 12).

modelvergelijkingen

```
1  t := t + dt
2  Fz := -m*g
3  Flucht := 0.5*Cw*rho*A*v^2
4  Fres := Fz + Flucht
5  a := Fres/m
6  v := v + a*dt
7  h := h + v*dt
8  Als h<=0 Dan
9      Stop
10 EindAls
```

startwaarden

```
1  dt := 0.05
2  t := 0
3  h := 10
4  v := 0
5  g := 9.81
6  m := 0.250
7  Cw := 0.47        ‘ luchtweerstandscoefficient
8  A := 0.0314       ‘ frontaal oppervlak
9  rho := 1.293      ‘ luchtdichtheid
```

▲ **figuur 33** model voor vallen met luchtweerstand

▶ **EXPERIMENT 6** Stuiteren (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Met behulp van een computermodel kun je problemen oplossen die niet exact of niet gemakkelijk op te lossen zijn.
- Een computermodel bestaat uit modelvergelijkingen en startcondities waarmee een computer de verandering van natuurkundige grootheden in de tijd kan berekenen.
- Modelvergelijkingen zijn gebaseerd op natuurkundige formules (zoals de tweede wet van Newton). Iedere natuurkundige grootheid krijgt in het model een startwaarde: de waarde van de grootheid op $t = 0$ s.
- Het doorrekenen van een computermodel is een iteratief proces: een aantal rekenstappen wordt herhaald tot een of andere stopconditie.
- De stapgrootte bepaalt de toename van een natuurkundige grootheid (meestal de tijd) tussen twee rekenstappen in het computermodel.

Opdrachten

41 Modelleren
Zet in onderstaande tekst de volgende begrippen op de goede plaats: stapgrootte, startwaarden, versnelling, stopconditie, modelregels, snelheid, iteratief proces, plaats.

Een computermodel wordt ook wel een … genoemd. De computer leest eerst een aantal … in. Vervolgens worden deze aangepast volgens bepaalde regels, die ook wel … worden genoemd. De computer berekent eerst op basis van de krachten de nieuwe …, dan de nieuwe … en vervolgens de nieuwe …. Daarbij wordt gedaan alsof de snelheid in het interval constant is. Door de … klein te kiezen, levert dat slechts een kleine fout op. Door een geschikte … toe te voegen, eindigt het computermodel.

42 Korter opschrijven
Het model in figuur 32 kan korter opgeschreven worden.
a Ga na dat je modelvergelijkingen 2 t/m 4 kunt samenvoegen tot één modelvergelijking. Schrijf de nieuwe modelvergelijking op.
b Geef een reden waarom het toch handiger is om de drie oorspronkelijke modelregels te gebruiken.

43 Vrije val
In deze paragraaf is de eerste stap van het model voor de vrije val ‘met de hand’ doorgerekend.
Herhaal de genomen stappen voor de tijdstippen $t = 0{,}10$ s en $t = 0{,}15$ s. Zet voor elk tijdstip de waarden voor x en v overzichtelijk in een tabel. Rond je tussenantwoorden af op drie decimalen.

44 Model met fouten
In figuur 34 zie je een model voor een vallende regendruppel. Er zitten echter verschillende fouten in.
Pas het model aan om de fouten te verbeteren. Alles achter een apostrof (`) wordt door de computer niet gelezen, zo kun je commentaar opnemen in je model. De notatie 2E-03 is de wetenschappelijke notatie, zoals je die ook op het scherm van je rekenmachine ziet. Hier staat dus: $2 \cdot 10^{-3}$.

modelvergelijkingen	startwaarden

`t := t + dt`
`m := rho*4/3*pi*R`
`Fw := –k*v^2`
`Fz := –m*g`
`Fres := Fz + Fw`
`a := Fres / m`
`v := v + a*dt`
`x := x + v*dt`
	`t := 0          ' starttijd`
	`h := 2000       ' beginhoogte`
	`v := 0          ' beginsnelheid`
	`dt := 0,1       ' tijdstap`
	`g := 9,81       ' valversnelling`
	`R := 2E-03      ' straal regendruppel`
	`Rho := 0,998E03 ' dichtheid water`

▲ **figuur 34** model voor een vallende regendruppel, met fouten

45 Vallen met luchtweerstand
Het model in figuur 33 houdt rekening met luchtweerstand. Vaak wordt de luchtweerstandskracht geschreven als: $F_{w,l} = k \cdot v^2$

- **a** Geef een uitdrukking voor de constante *k* door de gegeven formule te vergelijken met de formule uit figuur 33.
- **b** Leid de eenheid af van *k*.
- **c** Maak een schatting van de waarde van *k* voor een parachutist.
- **d** Schets het (*a*,*t*)-diagram van de parachutist zoals dat volgt uit het model van figuur 33. Licht je antwoord toe met behulp van modelvergelijkingen 3 t/m 5.

46 Modelleren van stuiterbal
Het model in figuur 32 is als basis te gebruiken voor het modelleren van een stuiterbal.

- **a** Pas het model aan voor een stuiterbal met een diameter van 10 cm die van een hoogte van 2,0 m valt. Zodra de stuiterbal de grond raakt, beweegt deze weer omhoog, maar met een snelheid die gelijk is aan 90% van de snelheid voor het raken van de grond.
- **b** Pas het model aan zodat je ook rekening houdt met luchtweerstand. Maak gebruik van het model in figuur 33.
  Tip: de richting van de luchtweerstand hangt af van de bewegingsrichting van de bal. Bij een beweging omhoog is de snelheid positief, bij een beweging omlaag negatief. Het teken van de snelheid (plus of min) vind je met de functie **`Teken(v)`**.

47 Een parachute ontwerpen
Het model voor vallen met luchtweerstand (figuur 33) kan gebruikt worden als hulpmiddel bij het ontwerpen van een parachute. De belangrijkste eis aan de parachute is dat een ervaren parachutist na het bereiken van de eindsnelheid tijdens de vrije val de parachute op minimaal 65 m hoogte moet kunnen openen voor een veilige landing.

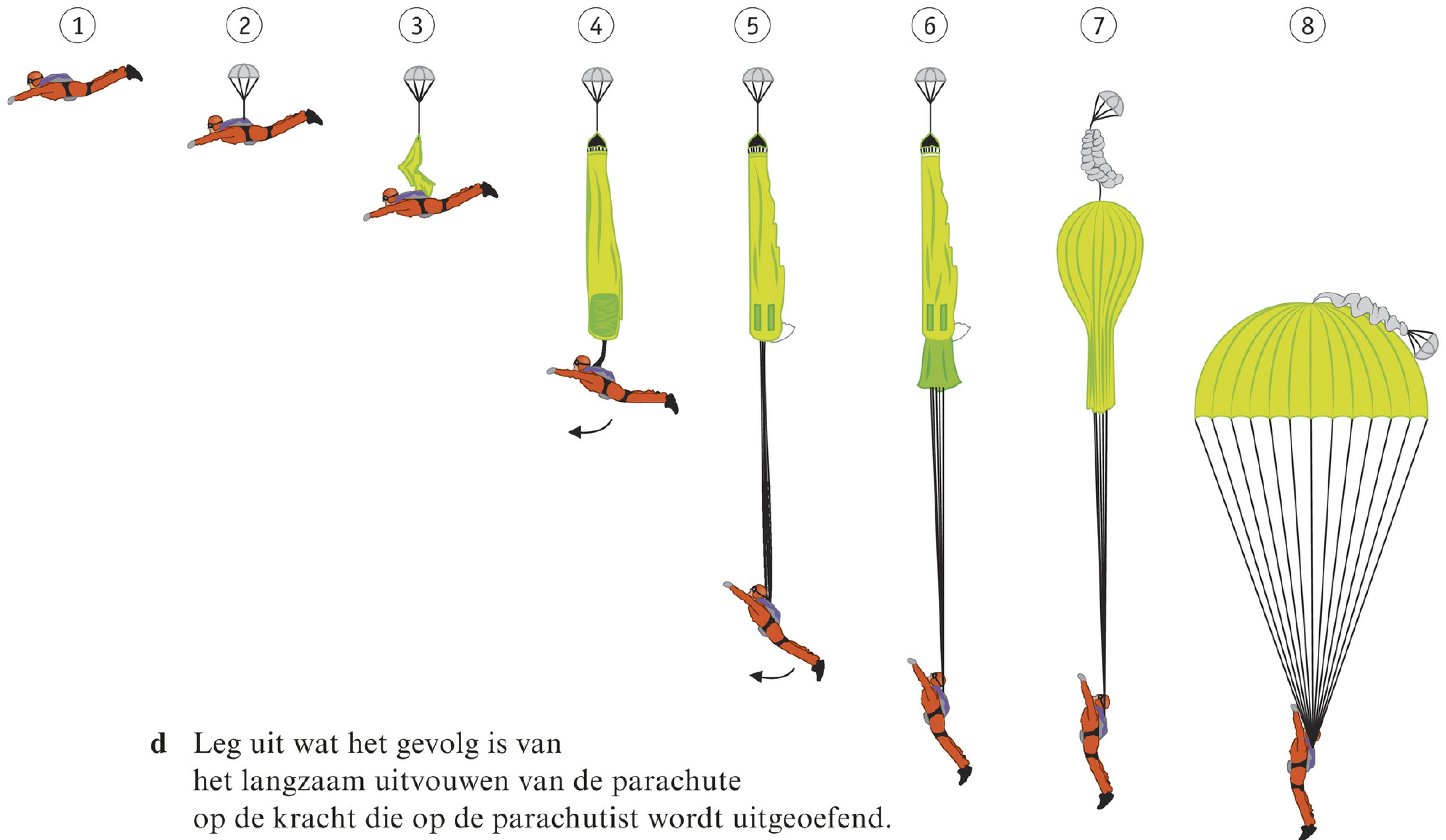
- **a** Maak voor deze eis een schatting van de maximale snelheid waarmee de parachutist veilig kan landen.
- **b** Onderzoek met behulp van de modelleercyclus en een computermodel welke kleinst mogelijke waarde van $C_w \cdot A$ voor de parachute voldoet. Ga uit van een massa van 100 kg voor de parachutist met bepakking. Neem aan dat de parachute in een keer opent. In vrije val ‘ligt’ de parachutist op zijn buik.

Een andere belangrijke eis is dat tijdens het openen de kracht van de parachute op de parachutist niet groter mag worden dan vijf keer de zwaartekracht.

- **c** Gebruik je computermodel van opdracht b om te bepalen of aan die eis wordt voldaan.

In figuur 35 zie je de verschillende stappen tijdens het openen van een parachute. De parachute opent dus niet in een keer, maar doet daar ongeveer 2-3 seconden over.

▼ **figuur 35** het openen van een parachute



d Leg uit wat het gevolg is van het langzaam uitvouwen van de parachute op de kracht die op de parachutist wordt uitgeoefend.

e Gebruik figuur 35 om je model realistischer te maken. Onderzoek daarbij of aan de twee eisen (minimale hoogte en maximale kracht) wordt voldaan. Geef als antwoord de waarde van $C_w \cdot A$.

Basejumpers halen gevaarlijke toeren uit door met een parachute van gebouwen te springen. Zo sprong Gary Connery in 2003 vanaf de zuil van Nelson (46 m hoog), een monument op Trafalgar Square in Londen.

f Gebruik de sprong van Connery om je model te evalueren. Connery opende zijn parachute vrijwel direct.

+48 Vos en haas

Een vos rent met een snelheid van 15 m s^{-1} achter een haas aan, steeds in de richting waarin hij de haas op dat moment ziet. Hij anticipeert niet op de looprichting van de haas. Als de vos op een afstand van 20 m is, begint de haas van de vos weg te rennen met een versnelling van 8,0 m s^{-2} en onder een hoek α ten opzichte van de richting waarin de vos loopt. De maximale snelheid van de haas is 16 m s^{-1}.

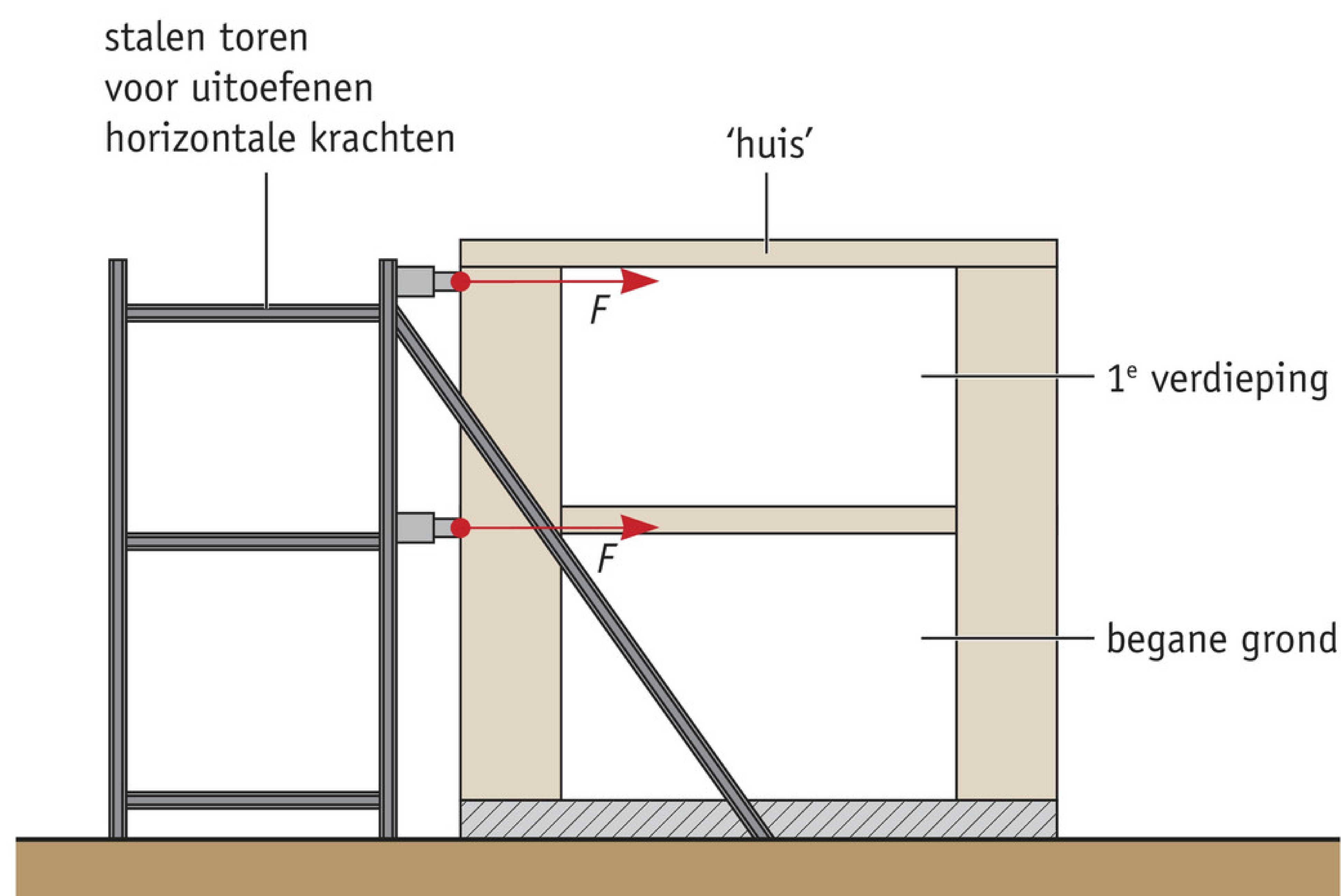
Bepaal met een computermodel de route die de vos en de haas lopen.

Eindopdracht

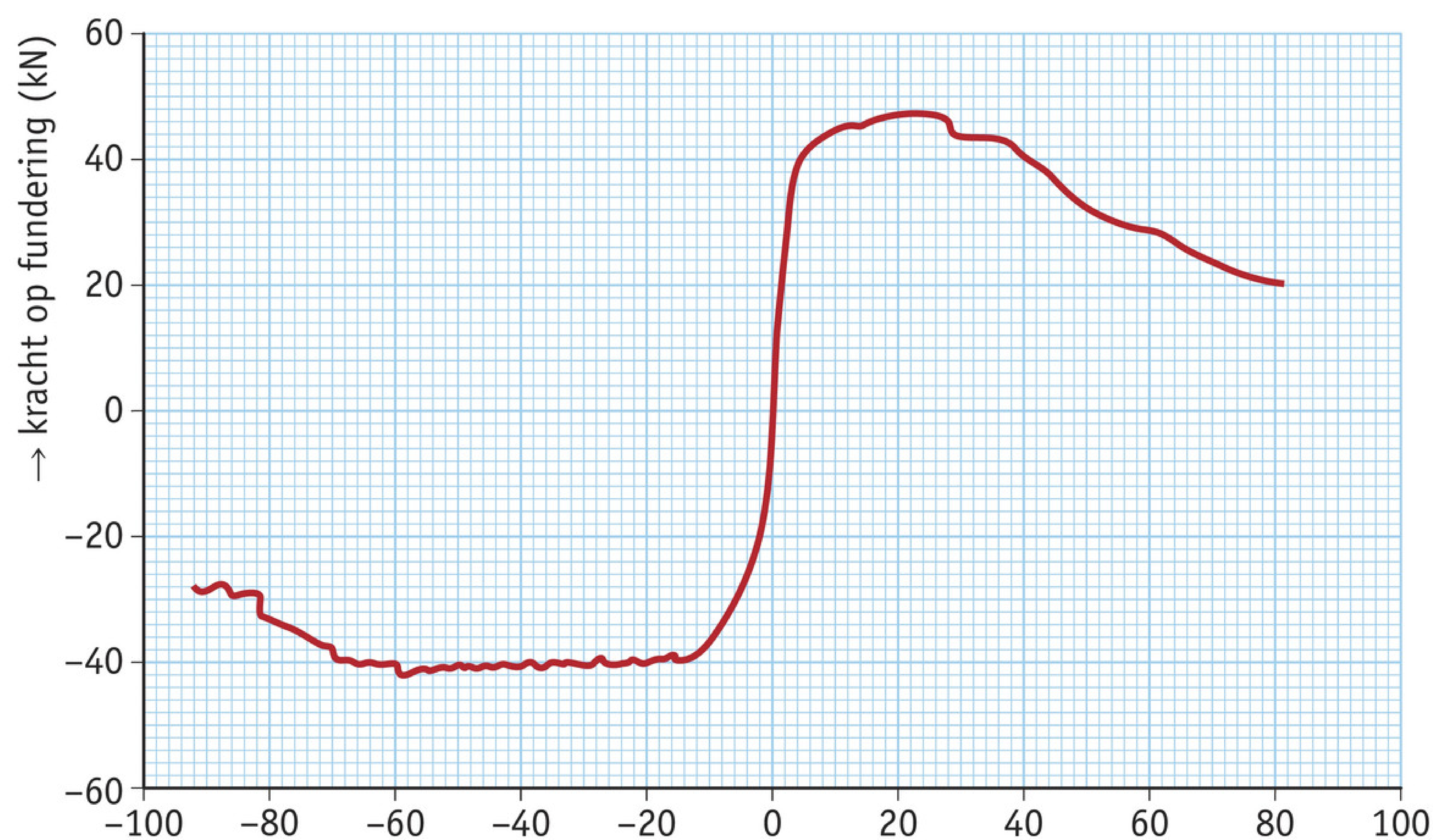
49 Aardbevingsbestendig bouwen

In het Stevin-laboratorium van de Technische Universiteit Delft wordt onderzocht hoe een typisch Gronings huis zich tijdens een aardbeving gedraagt. De meetopstelling is weergegeven in figuur 36. Op de eerste verdieping en op het dak wordt een zijwaartse kracht uitgeoefend, zodat het daar een bepaalde uitwijking krijgt. Het huis ondervindt daardoor ook op de begane grond een zijwaartse kracht. Die kracht wordt voor steeds grotere uitwijkingen

gemeten. Elke meting begint weer bij een kracht van 0 N. De resultaten staan in figuur 37. De proefopstelling is omgekeerd aan de situatie bij een aardbeving: dan wordt de fundering van het huis heen en weer bewogen door de aardbeving, terwijl de betonvloeren van het huis op hun plek 'proberen' te blijven.



▲ **figuur 36** opstelling in het Stevin-laboratorium



▲ **figuur 37** meetresultaten van het testhuis

a Noem het natuurkundige principe waardoor de betonvloeren bij een aardbeving op hun plek 'proberen' te blijven.

b Leg met behulp van figuur 37 uit tot welke uitwijking het huis zich elastisch gedraagt volgens de wet van Hooke.

Bij een kracht van ongeveer 20 kN ontstaan er scheurtjes in het gebouw.

c Leg met behulp van figuur 37 uit of daardoor de veerconstante van het gebouw af- of toeneemt.

Bij een aardbeving schudt het huis een aantal keer heen en weer.

d Leg met behulp van figuur 37 uit waarom het herhaaldelijk heen en weer schudden ervoor kan zorgen dat het huis in elkaar stort.

Het huis in figuur 36 heeft een massa van 35 ton.

e Bereken de grootte van de versnelling van de ondergrond die het dak een uitwijking van 10 mm zou geven. Bepaal hiertoe eerst met behulp van figuur 37 de grootte van de zijwaartse kracht.

Om te begrijpen hoe een huis zich bij een aardbeving gedraagt kun je een huis met twee verdiepingen als eenvoudig model voorstellen als twee op elkaar gestapelde blokken: elk met een massa van 1,0 kg. De maximale versnelling van de grond is 6,0 m s^{-2}. Het onderste blok beweegt met dezelfde versnelling mee. De schuifwrijvingscoëfficiënt tussen de blokken is 0,40.

f Laat door middel van een berekening zien dat het bovenste blok niet met dezelfde versnelling als het onderste blok gaat meebewegen.

g Bereken de versnelling die het bovenste blok zal krijgen. Leg met behulp van deze versnelling uit wat er met het 'huis' gebeurt.

Niet alleen bij aardbevingen moet een gebouw zijwaartse krachten opvangen, ook wanneer er een stevige wind blaast is dat het geval. De Rembrandttoren is met een hoogte van 150 m de hoogste wolkenkrabber van Amsterdam. Het grondvlak van het gebouw is een vierkant met zijde 20 m.

h Bereken de grootte van een aardbeving, uitgedrukt in de maximale versnelling van de ondergrond, die eenzelfde kracht op de Rembrandttoren uitoefent als de wind bij windkracht 8 (stormachtig). De Rembrandttoren heeft een massa van $2,4 \cdot 10^3$ ton. Maak zelf een schatting van de ontbrekende gegevens.

6 Practicum

EXPERIMENT 1 Blaaswedstrijd (begripspracticum)

Inleiding
Dit is een kort experiment waarin je kwalitatief ervaart hoeveel kracht nodig is om verschillende massa's te versnellen en af te remmen.

Onderzoeksvraag
Wat is het kwalitatieve verband tussen de massa van een voorwerp en de kracht die nodig is om dat voorwerp te versnellen of af te remmen?

Benodigdheden
drie rietjes; pingpongbal; houten bal; metalen bal (ongeveer even groot)

Uitvoering
- Geef drie leerlingen elk een rietje en een van de ballen.
- Leg de ballen op een tafel.
- Laat de leerlingen op hetzelfde moment met hun rietje de ballen zo snel mogelijk wegblazen.
- Herhaal de proef, maar geef de balletjes nu eenzelfde snelheid en laat de leerlingen de balletjes tot stilstand brengen.

Verwerking

1 Wie heeft de 'wedstrijd' gewonnen?
2 Wie moest het hardst blazen?
3 Welke bal kreeg de grootste versnelling?
4 Welke bal was het makkelijkst tot stilstand te brengen?

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Luchtkussenbaan (apparatuurpracticum)

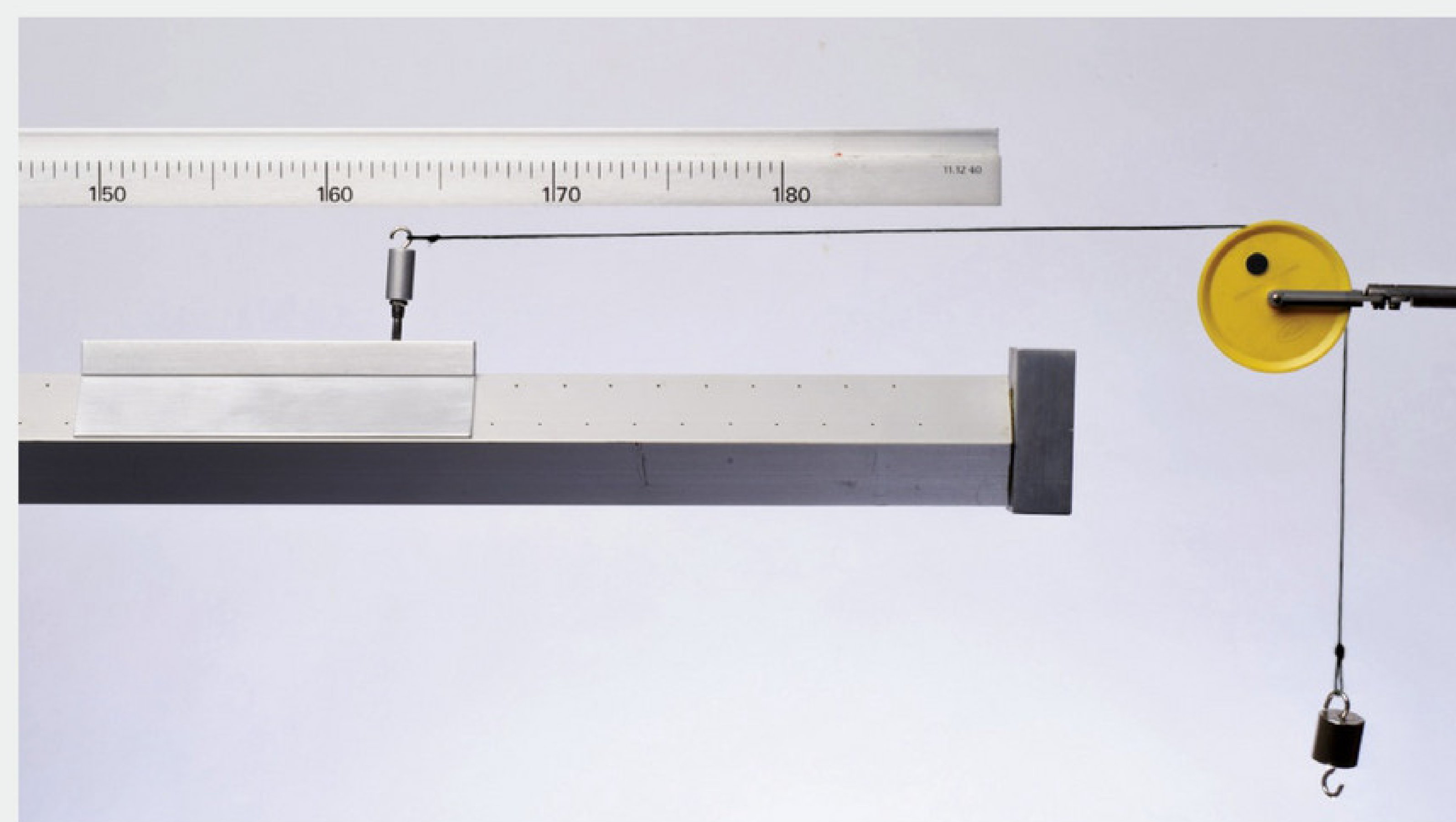
Inleiding
Een luchtkussenbaan is bedoeld om wrijvingskrachten uit te schakelen bij het onderzoeken van de tweede wet van Newton. Uit de baan komen straaltjes lucht, waardoor een glijder op de baan de baan niet raakt en heel weinig wrijving ondervindt. Hetzelfde principe wordt ook gebruikt bij air hockey.

Het doel van dit experiment is de luchtkussenbaan en lichtpoortjes te leren gebruiken om onderzoek te doen aan kracht en beweging. In het experiment wordt de glijder met massa *M* aangedreven door een kleinere massa *m* die via een draad is verbonden met de glijder en over de rand van de tafel hangt (figuur 38). De zwaartekracht op deze massa, de aandrijfmassa, is de kracht die de glijder op gang brengt.

Onderzoeksvraag
Komen kwantitatieve metingen aan een massa op een luchtkussenbaan overeen met wat je verwacht volgens de tweede wet van Newton?

Benodigdheden
gewichtjes 50 g; weegschaal; luchtkussenbaan; twee lichtpoorten, gekoppeld aan een meetcomputer

Uitvoering
- Bepaal de massa van de glijder.
- Plaats de lichtpoorten zo'n 50 cm uit elkaar over de luchtkussenbaan heen.



▲ **figuur 38** luchtkussenbaan met glijder

- Noteer de afstand tussen de lichtpoorten.
- Plaats de glijder vlak voor de eerste lichtpoort.
- Bepaal de tijd die de glijder erover doet om de tweede lichtpoort te bereiken als de 'aandrijfmassa' *m* gelijk is aan 50 g.
- Herhaal de meting voor steeds grotere massa's *m*.

Verwerking

Je gaat in de volgende opdrachten verifiëren of de uitkomsten van de meting in overeenstemming zijn met de tweede wet van Newton.

1 Leg uit dat de massa die op gang wordt gebracht, gelijk is aan $M + m$.
2 Leg uit dat de versnelling die je verwacht te krijgen, gelijk is aan $\frac{g \cdot m}{m + M}$, met $g = 9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$.
3 Bepaal de versnellingen die volgen uit je metingen en vergelijk ze met de berekende versnellingen.

Conclusie

4 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Krachten ontbinden (begripspracticum)

Inleiding

In dit experiment leer je wat het betekent om een kracht in componenten te ontbinden. Het gaat er hierbij om dat je inzicht krijgt in het kwalitatieve verband.

Onderzoeksvraag

Hoe hangt de grootte van de krachtcomponenten in een touw af van de hoek tussen de krachtcomponenten?

Benodigdheden

touw (1 m), gewicht (1 kg), twee veerunsters (tot 100 N), bordgeodriehoek

Uitvoering

- Maak aan weerszijden van het touw een lus en haak aan elke lus een veerunster. Laat elke veerunster door een leerling vasthouden.
- Hang het gewicht in het midden van het touw. Noem de hoek tussen de verticaal door het gewicht en het touw naar de linker veerunster α_L en de hoek tussen de verticaal en het touw naar de rechter veerunster α_R. Laat het gewicht recht onder beide veerunsters hangen, zodat $\alpha_L = \alpha_R = 0°$. Maak een tabel met kolommen voor α_L, α_R en de krachten in de touwen, F_L en F_R. Noteer de startwaarden.
- Maak de hoeken α_L en α_R groter, maar houd beide hoeken daarbij gelijk aan elkaar. Lees bij verschillende hoeken de veerunsters af. Noteer de meetwaarden in de tabel.
- Varieer nu de hoeken α_L en α_R zodat ze ongelijk zijn. Noteer de meetwaarden in de tabel.
- Probeer het touw horizontaal te spannen, zodat $\alpha_L = \alpha_R = 90°$.

Verwerking

1 Hoe groot is de kracht die het gewicht op het touw uitoefent? Hoe groot moet dan de resulterende kracht zijn van de spankrachten in de twee delen van het touw? De krachten die je op de veerunsters afleest zijn de krachtcomponenten van deze resulterende kracht.
2 Komen de waarden overeen met je verwachtingen voor $\alpha_L = \alpha_R = 0°$? Geldt in dit geval: $F_L + F_R = F_z$, met F_z de zwaartekracht op het gewicht?
3 Wat valt op aan de krachten wanneer de hoeken groter worden? Geldt nog steeds $F_L + F_R = F_z$? Leg uit waarom wel/niet.
4 Wanneer de hoeken ongelijk zijn: welke kracht is het grootst, die bij de grootste of kleinste hoek?
5 Kies een rij uit je tabel met meetwaarden. Controleer door middel van een constructie of de resulterende kracht van de spankrachten in de touwen gelijk is aan de zwaartekracht op het gewicht.

Conclusie

6 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 4 Massa op een helling (onderzoekspracticum)

Inleiding

In de theorie worden de volgende verbanden gegeven voor een voorwerp dat in rust op een helling staat met hellingshoek α: $F_{z,\perp} = F_z \cdot \cos \alpha$ en $F_{z,//} = F_z \cdot \sin \alpha$. Zie ook figuur 20.

In dit experiment verifieer je deze verbanden. Verifiëren betekent dat je kijkt of de experimentele uitkomsten overeenkomen met de theoretische voorspellingen. Door theoretische voorspellingen experimenteel te verifiëren worden de onderliggende theorieën getoetst.

Als het experiment niet overeenkomt met de theorie, dan is de theorie gefalsifieerd: zij blijkt onwaar.

Onderzoeksvraag
Zijn de verbanden voor de krachtcomponenten $F_{z,\perp}$ en $F_{z,//}$ voor een massa op een helling experimenteel te verifiëren?

Benodigdheden
plank (ongeveer 1 m lang, als helling); statief en klemmen (om plank onder een hoek te plaatsen); twee gelijke veerunsters; wagentje met 'trekhaak' en haak op het 'dak'; bordgeodriehoek; weegschaal

Uitvoering
- Maak een tabel met de volgende kolommen:

  α, $F_{z,\perp}$, $F_{z,//}$, $\frac{F_{z,//}}{F_z}$, $\sin\alpha$, $\frac{F_{z,\perp}}{F_z}$, $\cos\alpha$
- Weeg het wagentje. Reken de massa om naar de zwaartekracht F_z op het wagentje en schrijf beide waarden boven je tabel.
- Stel de plank met het statief stabiel op zodat je de hellingshoek nog kunt variëren.
- Bevestig één veerunster aan de 'trekhaak' parallel aan de helling. Met deze veerunster meet je $F_{z,//}$. Zorg dat het wagentje in rust is.
- Bevestig de andere veerunster aan de haak op het 'dak' loodrecht op de helling. Met deze veerunster meet je $F_{z,\perp}$. Trek daarvoor aan de veerunster zodat het wagentje net loskomt van de helling.
- Meet zo bij verschillende hellingshoeken beide krachten. Noteer je meetgegevens in de tabel.

Verwerking

1 Leg uit waarom het wagentje net los moet komen om $F_{z,\perp}$ te meten.
2 Vul de tabel verder in.
3 Maak een grafiek van $\frac{F_{z,//}}{F_z}$ uitgezet tegen $\sin\alpha$.
  Leg uit dat dit een rechte lijn door de oorsprong op moet leveren.
4 Maak een grafiek van $\frac{F_{z,\perp}}{F_z}$ uitgezet tegen $\cos\alpha$.
  Leg uit dat ook dit een rechte lijn door de oorsprong op moet leveren.
5 Leg uit waarom de grafieken uit opdracht 3 en 4 geschikt zijn om de onderzoeksvraag te beantwoorden.

Conclusie
6 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 5 Parachuutjes (onderzoekspracticum)

Inleiding
Bij een parachute die met constante snelheid daalt, geldt dat de resulterende kracht gelijk is aan nul, en dat dus de zwaartekracht op het geheel gelijk is aan de luchtweerstand. Daarbij kun je aannemen dat voor de luchtweerstand alleen van belang is hoe groot de oppervlakte A van de parachute is, en niet hoe de lucht langs de randen van de parachute stroomt. In formule krijg je dan: $m \cdot g = ½ \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$. Hieruit haal je een drietal hypotheses:

1 Een twee keer zo grote massa levert een $\sqrt{2}$ keer zo grote snelheid op. Ofwel: $m \sim v^2$.
2 Een twee keer zo grote oppervlakte levert een $\sqrt{2}$ keer zo kleine snelheid op. Ofwel: $A \sim v^{-2}$.
3 De orde van grootte van de snelheid is die van $\sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot m}{\rho \cdot A}}$

In dit experiment stel je zelf een werkplan op. Zie experiment 4 voor een voorbeeld. Wanneer je vastloopt bij de uitvoering, dan heeft je docent hints en tussenstappen beschikbaar.

Onderzoeksvraag
Tot op hoeveel procent nauwkeurig kloppen de drie hypotheses met de metingen die je doet aan zelfgemaakte parachuutjes?

EXPERIMENT 6 Stuiteren (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een (computer)model moet de werkelijkheid zo goed mogelijk benaderen. In dit experiment probeer je een zo goed mogelijk model te maken voor een stuiterende stuiterbal. Daarbij is het nodig dat je goed nadenkt over hoe de stuiterbal wordt beïnvloed en hoe je dit in het model kunt verwerken. De uitkomsten van je model verifieer je door zelfgemaakte videometingen aan een stuiterende stuiterbal. Pas voor dit experiment de modelleercyclus toe: begin dus eenvoudig, vergelijk de modeluitkomsten met je metingen en maak het model steeds realistischer.

In dit experiment stel je zelf een werkplan op. Zie experiment 4 voor een voorbeeld. Wanneer je vastloopt bij de uitvoering, dan heeft je docent hints en tussenstappen beschikbaar.

Onderzoeksvraag
Hoe nauwkeurig komt een computermodel van een stuiterende stuiterbal overeen met videometingen?

EXPERIMENT 7 Invloed van de stapgrootte (begripspracticum)

Inleiding
Wanneer je een vallende bal modelleert, bekijk je wat de bal doet in verschillende tijdstapjes Δt. Je neemt daarbij aan dat in dat tijdstapje de bal een eenparige beweging uitvoert. In werkelijkheid voert de bal een eenparig *versnelde* beweging uit. Het model maakt daar dus eigenlijk een fout. Als je het tijdstapje maar klein genoeg kiest, is die fout echter heel klein en komt het model goed overeen met de werkelijkheid.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de invloed van de stapgrootte van een computermodel op de uitkomst van dat computermodel?

ONDERZOEK Bungeejumpen

Inleiding
Wanneer er geen of nauwelijks wrijving is, vallen voorwerpen met een versnelling gelijk aan 9,81 $m\,s^{-2}$, dus met de valversnelling. Dit volgt ook uit de tweede wet van Newton.
Je hebt in dit hoofdstuk steeds situaties bekeken waarbij de massa van het voorwerp dat versnelt constant is. Bij een bungeejumper is dat niet helemaal het geval. Het elastiek waaraan de bungeejumper vastzit, wordt niet in één geheel versneld: een deel hangt stil, een deel valt met de springer mee. Dit heeft invloed op de versnelling waarmee de bungeejumper valt. Er zijn verschillende situaties waarbij de massa van het voorwerp dat versnelt niet constant is. Zoals bij een raket die opstijgt, of een tafelkleed dat van een tafel glijdt.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de valversnelling van en de resulterende kracht op een bungeejumper?

Praktisch
Gebruik voor dit onderzoek een model van een bungeejumper: bijvoorbeeld een poppetje aan een elastiek. Maak gebruik van videometen om de versnelling te meten. Probeer de situatie ook te modelleren en vergelijk de uitkomsten van het model met je metingen. Onderzoek ook de invloed van de massa van het elastiek en de massa van het poppetje dat ‘springt’.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.



HOOFDSTUK 3

Energieomzettingen

Je voelt pas hoeveel energie benzine levert als de tank van je scooter leeg is en je zelf moet duwen om vooruit te komen. Bij alles wat je doet, zet je de ene vorm van energie om in de andere. In de natuurkunde is energie een centraal begrip. In dit hoofdstuk maak je kennis met verschillende vormen van energie en hoe deze in elkaar worden omgezet. Je zult merken dat het best lastig is om energiebronnen efficiënt te gebruiken, ondanks de wet van behoud van energie.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Metro gaat slimmer om met energie

Eind 2015 presenteerde de Londense burgemeester Boris Johnson een plan voor een energiezuiniger metrosysteem. De maatregelen in dat plan zorgen ervoor dat de elektriciteitscentrales minder stroom hoeven te leveren aan het metronet en daarom minder kooldioxide zullen uitstoten. Met het plan bespaart het vervoerbedrijf van Londen ook geld, zodat de eenmalige extra investering uiteindelijk wordt terugverdiend.



De *London tube*

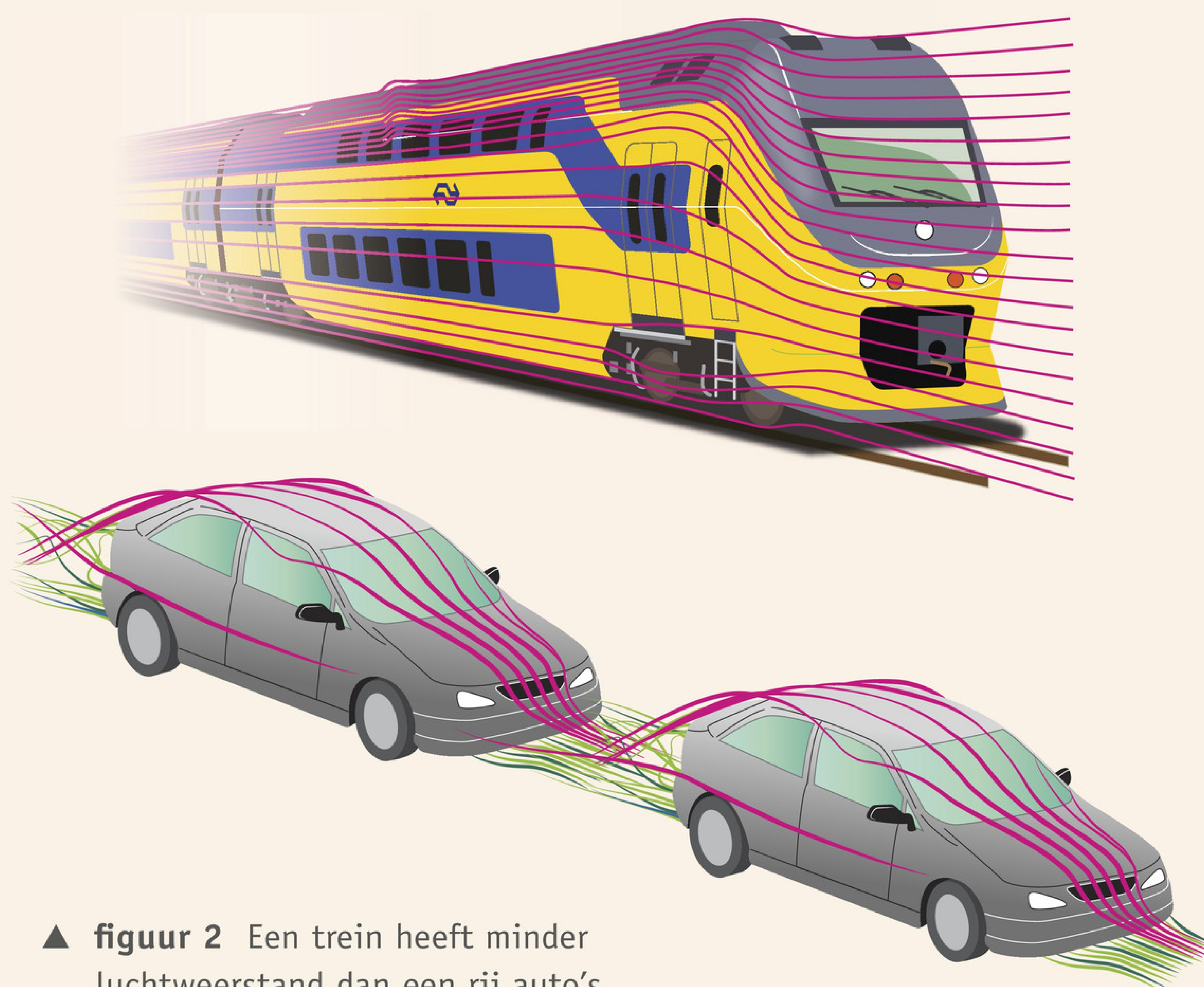
De Londense metro bestaat uit een netwerk van 275 stations die door 408 km spoor met elkaar zijn verbonden. Het netwerk bestaat uit zogenoemde *subsurface*-lijnen, die circa vijf meter onder straatniveau liggen, en *deeplevel*-lijnen, die zo'n twintig meter diep lopen. Subsurface-lijnen werden eerst uitgegraven en daarna overdekt. Dat legde een enorm beslag op de stad, waardoor men besloot nieuwe tunnels voortaan te boren: de deeplevel-lijnen. De geboorde tunnels zijn vrij smal. Daarom worden de deeplevel-lijnen ook wel *tube*-lijnen genoemd (een *tube* is een smalle buis). Beide typen lijnen kennen hun eigen specifieke problemen. De stations met (oude) subsurface-lijnen zijn nauwelijks berekend op de grote aantallen passagiers die zij te verwerken krijgen. Op bepaalde tijden wordt dan ook maar een beperkt aantal reizigers toegelaten. Voorbeelden van die stations zijn Covent Garden en Camden Town (figuur 1).



"Laat de remmen niet heet worden!"



▲ **figuur 1** Drukte bij metrostation Camden Town.



▲ **figuur 2** Een trein heeft minder luchtweerstand dan een rij auto's.

Deeplevel-stations kampen regelmatig met problemen die minder eenvoudig zijn op te lossen. Het is er vaak warm tot heet, hitte die nauwelijks kan worden afgevoerd.

Gemiddeld maken drie miljoen passagiers per dag gebruik van de metro. Op werkdagen ligt dat zo'n 10% hoger. Zonder metrovervoer zouden veel mensen niet naar hun werk kunnen, met grote economische schade tot gevolg. Het is dus belangrijk dat er zo min mogelijk treinstellen uitvallen ten gevolge van reparaties of modernisering van het metronetwerk.

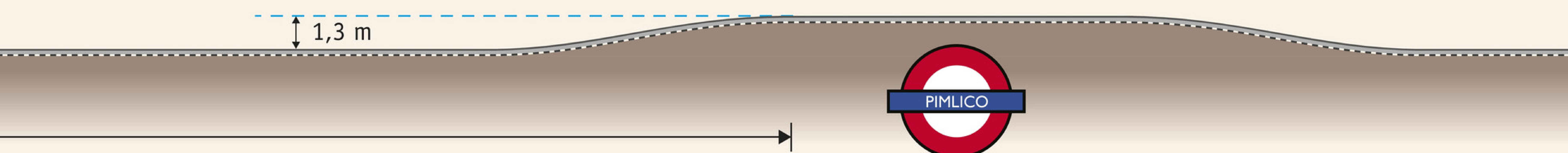
Twee vliegen in één klap

Volgens het plan voor een energiezuiniger metrosysteem wordt met één truc op twee manieren energie bespaard: de energie die vrijkomt bij het remmen voor stations zal worden omgezet in elektrische energie. Het eerste voordeel is dat de metrotrein weer op gang kan komen met deze elektrische energie. Ook kan de verlichting van de stations erop werken, of de koeling in de metrotunnels. Het tweede voordeel is dat er minder warmte ontstaat bij het afremmen. Bij het huidige systeem komt in de smalle tunnels van de metro een grote hoeveelheid warmte vrij die wordt afgevoerd door elektrische koelsystemen. In het nieuwe plan is dus minder koeling nodig. In totaal zullen de twee voordelen een besparing van ongeveer 5% opleveren van de energie die het metronetwerk nu verbruikt.

Twee voordelen van treinstellen

Metrotreinen zijn net als trams en treinen al relatief energiezuinig. De harde metalen wielen rollen gemakkelijk over de metalen rails. Er is weinig rolweerstand. Daardoor ontstaat

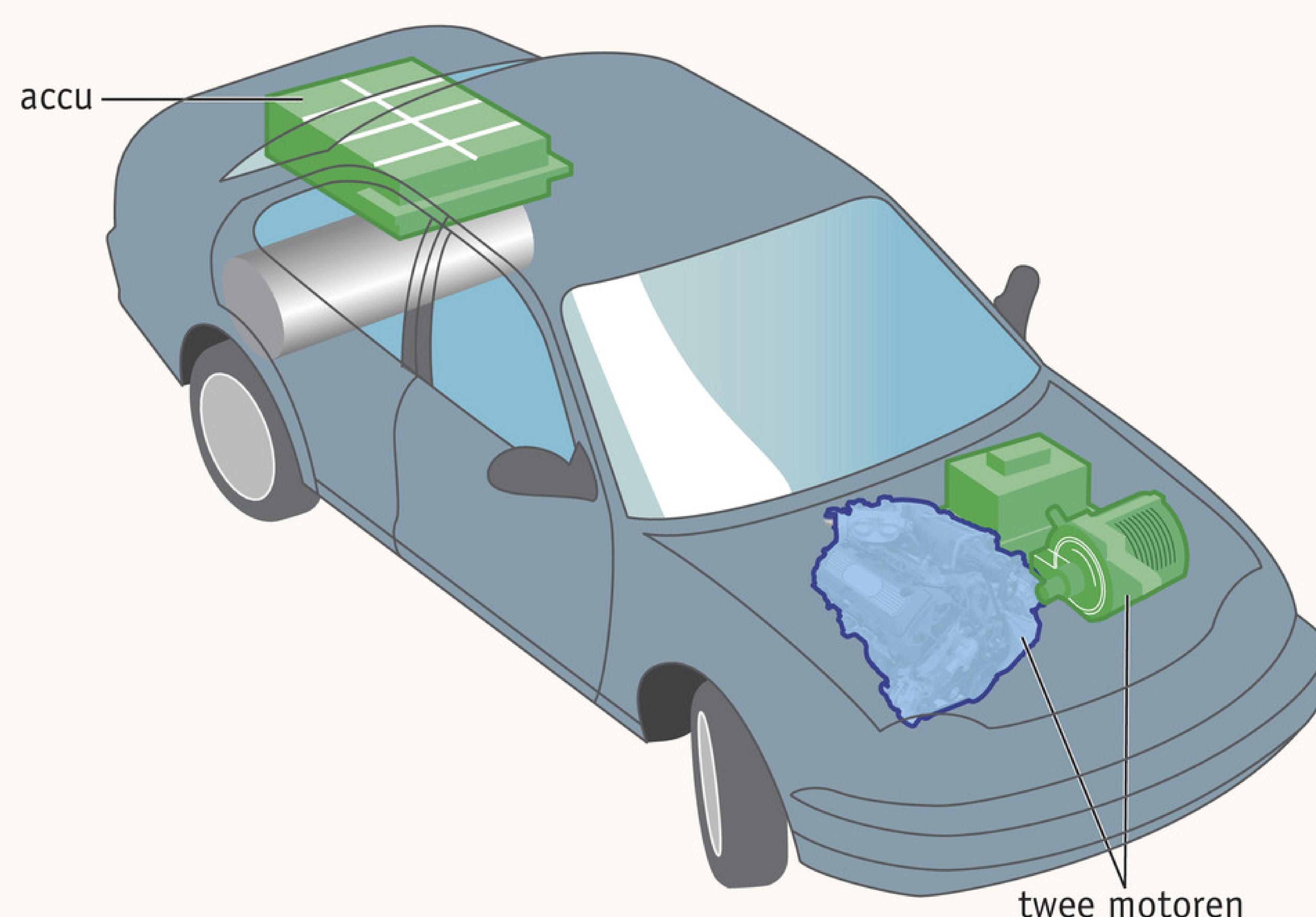
▼ **figuur 3** De stations van de Victorialijn in Londen liggen hoger dan het tussengelegen spoor.



veel minder warmte dan bij rubberen luchtbanden, die meer indeuken en meer rolweerstand hebben. Fietsen en auto's kunnen energie besparen als de banden goed zijn opgepompt, maar zo soepel als ijzeren wielen op rails kunnen luchtbanden nooit rollen. Treinen hebben per passagier ook minder luchtweerstand dan auto's. Het voordeel van een lang treinstel met veel passagiers boven een flink aantal auto's met hetzelfde aantal passagiers is dat er slechts één voorkant is met een relatief klein oppervlak. De voorkant van de trein ploegt zich door de lucht, de rest van de trein gaat daar 'gratis' achteraan, net als vogels die in V-formatie vliegen en wielrenners die in een peloton rijden. Bij een rij auto's duwt ieder zijn eigen lucht opzij (figuur 2). Treinen zijn dus niet alleen wat de rolweerstand betreft in het voordeel, maar ook wat de luchtweerstand betreft.

Toyota Prius

De Toyota Prius is een hybrideauto. Naast een efficiënte benzinemotor heeft de auto een elektromotor, die ook gebruikt kan worden als dynamo. Bij het remmen kun je zo een deel van de bewegingsenergie opslaan in de batterijen en weer gebruiken bij het optrekken. Alleen wanneer er plotseling wordt geremd, maakt de Prius gebruik van traditionele remschijven waarbij de bewegingsenergie grotendeels verloren gaat in de vorm van warmte.
Hybrideauto's maken minder gebruik van hun benzinemotor, waardoor het rijden minder geld kost en er minder CO_2 door verbranding van benzine wordt geproduceerd. In de stad stoten deze auto's veel minder uitlaatgassen uit. Over hoe 'groen' de Prius is, zijn de meningen overigens verdeeld. De productie van de batterijen kost bijvoorbeeld veel energie en veroorzaakt andere milieuproblemen. De batterijen zijn bovendien erg groot, zwaar en duur.



▲ **figuur 4** Toyota Prius

Slim ontwerp: heuvel op, heuvel af

Een metro stopt regelmatig. Na een kort stukje rijden is er weer een station. Vlak nadat elektrische energie is gebruikt om de metrotrein in beweging te zetten, wordt de bewegingsenergie alweer afgevoerd. De metro remt en staat stil langs het perron, zodat de passagiers kunnen uit- en instappen. Als de bewegingsenergie wordt omgezet in warmte, heb je er niets meer aan. Deze warmte ontstaat ook nog eens op de plaats waar de passagiers op een kluitje wachten. Zij geven ook warmte af, zodat het extra noodzakelijk is stevig te koelen.
Bij het ontwerpen van de metrostations van de Victorialijn van de Londense metro rond 1960 is al een methode bedacht waardoor er bij het remmen minder warmte ontstaat. De stations zijn hoger aangelegd dan het spoor ertussen (figuur 3). Bij het naderen van een station rolt de metrotrein een heuvel op, waardoor hij al behoorlijk afremt. Zo wordt een deel van de bewegingsenergie omgezet in zwaarte-energie. Wanneer de metro verder rijdt, rolt deze de heuvel af en wordt de zwaarte-energie weer omgezet in bewegingsenergie. De metro komt hierdoor sneller op gang. Het resultaat is dat er 5% energie wordt bespaard. Zou je deze manier van energiebesparing willen toepassen in het autoverkeer, dan zou elk kruispunt met stoplichten hoger moeten liggen dan de weg. Dat is niet erg praktisch.

Net als hybrideauto's

Het nieuwe plan voor de metro heeft overeenkomsten met het energiezuiniger maken van het autoverkeer.

Metro's remmen voor de vele stations, auto's in de stad remmen vaak voor bochten en stoplichten. De voertuigen moeten dus voortdurend bewegingsenergie kwijt, waarna ze meteen weer in beweging komen. In beide gevallen loont het de moeite de energie van het remmen terug te winnen. Zo kun je op korte afstanden relatief veel besparen. Bij treinen die lange afstanden afleggen, of vrachtwagens die langdurig op de snelweg rijden, kun je weinig winst halen uit efficiënter remmen.

De oplossing die bedacht is voor de Londense metro is vergelijkbaar met het idee achter hybrideauto's: laat geen warmte ontstaan, maar elektrische energie. De metro remt met behulp van een *dynamo*, in plaats van schijfremmen die heet worden. De stroom die uit de dynamo komt, laadt accu's op. Bij het weer optrekken gebruikt de metro een elektromotor die werkt op de accu's.
Metro's stoten tijdens het rijden geen uitlaatgassen uit, maar de elektriciteitscentrales die de stroom voor de metro produceren doen dat wel. Door de energiebesparing in het Londense plan neemt het energieverbruik van het metronetwerk af en daardoor vermindert de CO_2-uitstoot van de centrales. De nieuwe techniek kan zorgen voor een flinke besparing bij alle metrolijnen van de wereld: slimmer remmen en waardevolle elektrische energie laten ontstaan in plaats van nutteloze warmte.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Metro
De tekst gaat over energiebesparing in de Londense metro.

- **a** Geef in een schema alle energieomzettingen weer voor een treinstel dat van het ene station naar het volgende rijdt. Geef hierin ook mogelijke verliezen aan. De stations liggen hoger dan de rails ertussen, op heuveltjes. Je hoeft geen rekening te houden met het nieuwe plan om energie te besparen.
- **b** Geef het verband tussen de hoeveelheid energie die kan worden opgeslagen in de vorm van zwaarte-energie en de hoogte van de heuvels.

De maximale snelheid van de metro is 60 $km\,h^{-1}$ en de hoogte van de heuvels is 1,3 m.

- **c** Bereken de energiebesparing per keer remmen als percentage van de maximale bewegingsenergie.
- **d** Bereken de snelheidsafname van de metro als deze de helling op rolt.
- **e** Leg uit wat er met het percentage energiebesparing gebeurt bij een hogere maximale snelheid van de metro tussen de stations.
- **f** Bereken hoe hoog een heuvel zou moeten zijn om alle bewegingsenergie van deze metro die 60 $km\,h^{-1}$ rijdt op te slaan in zwaarte-energie. Ga ervan uit dat er geen verliezen zijn.

2 Well-to-wheel-onderzoek
Je kunt het energieverbruik van een elektrische auto niet direct vergelijken met het energieverbruik van een benzineauto. Daarvoor moet je rekening houden met hoe de elektrische energie is opgewekt. Ook moet je weten hoeveel energie het heeft gekost om de brandstof voor de benzineauto te produceren.
Onderzoek hoeveel energie het (totaal) kost om één kilometer te rijden met een elektrische auto en met een auto die op benzine rijdt. Houd daarbij dus rekening met het rendement waarmee de elektriciteit is opgewekt en met de energie die nodig is om een liter benzine te produceren. Dit worden *well-to-wheel*-berekeningen genoemd (van bron tot wiel).

+3 Vergelijkend onderzoek
Onderzoek hoe zuinig verschillende vormen van vervoer zijn. Gebruik als maat het energieverbruik in kWh per passagierskilometer. Eén passagierskilometer is één kilometer afgelegd door één passagier. Als je bijvoorbeeld met vier mensen in een auto 100 kilometer aflegt, dan zijn dat 400 passagierskilometers. Maak onderscheid tussen het verbruik bij maximale bezetting van het voertuig en het verbruik bij de gemiddelde bezetting. Vergelijk de volgende vormen van vervoer: fiets, trein, auto. Welke is de zuinigste vorm?

1 Stijgen en dalen

In deze paragraaf leer je:
- de definitie van de grootheid arbeid;
- berekeningen uitvoeren met kracht, verplaatsing en arbeid;
- berekeningen uitvoeren met arbeid bij stijgen en dalen.

Als je met een rugzak een berg oploopt, kost dat meer moeite als de rugzak zwaarder is en als de berg hoger is. De moeite die je moet doen, is recht evenredig met de kracht die je moet uitoefenen en met de verticale verplaatsing.

▶ **EXPERIMENT 1** Hijsen met katrollen (begripspracticum)

Arbeid

In de natuurkunde gebruik je een grootheid die preciezer is gedefinieerd dan 'de hoeveelheid moeite': de **arbeid** is gelijk aan de kracht maal de verplaatsing:

$$W = F \cdot s$$

Hierin is:
- W de arbeid in newtonmeter (N m);
- F de kracht in newton (N);
- s de verplaatsing in meter (m) in dezelfde richting als de kracht F.

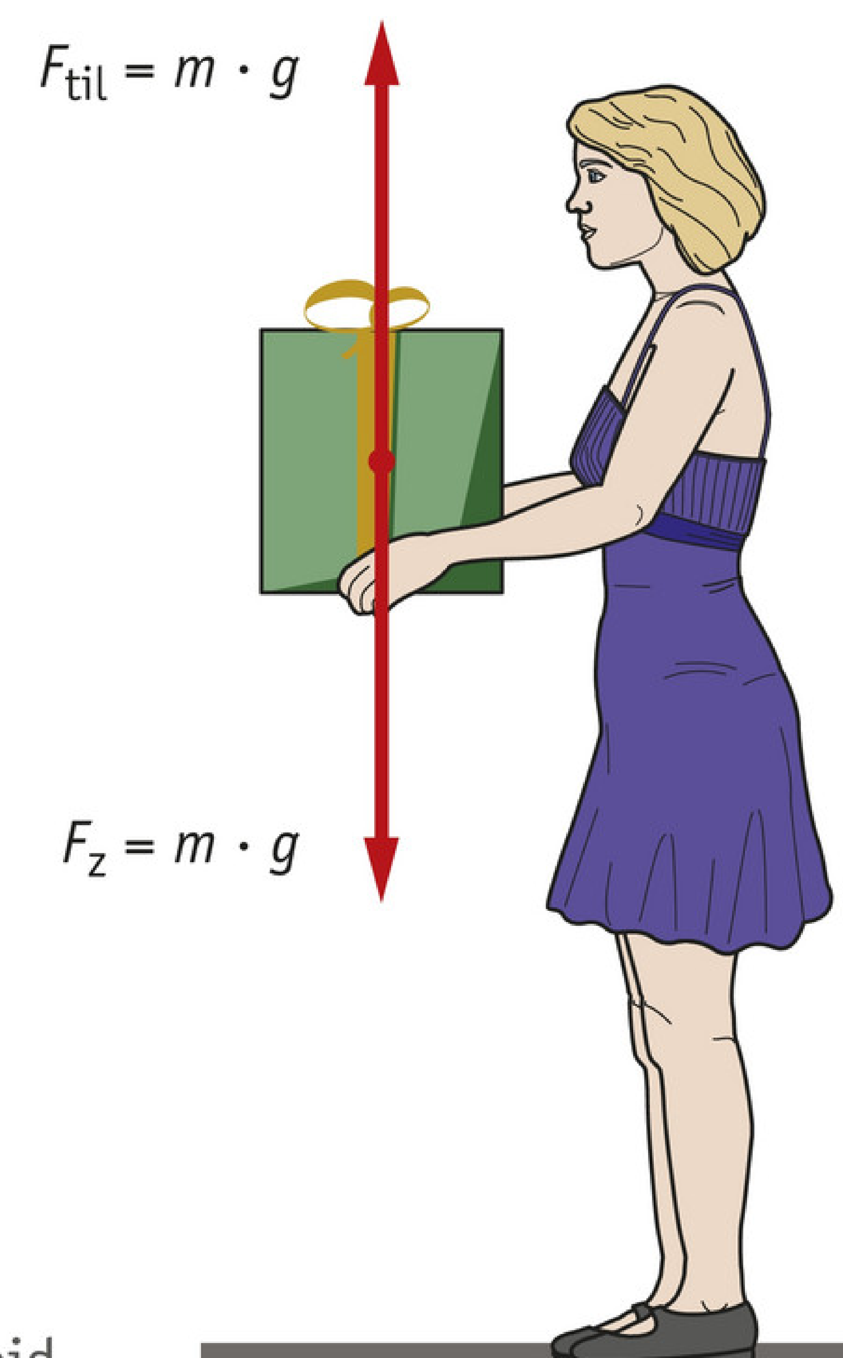
In plaats van de eenheid newtonmeter mag je ook de joule gebruiken: 1 N m = 1 J.

Arbeid bij verticaal hijsen en tillen

De arbeid die je verricht hangt af van de kracht F die je uitoefent. Op een massa m werkt een zwaartekracht $F_z = m \cdot g$. Hierin is g de valversnelling. Als je de massa met constante snelheid omhoogbrengt, oefen je een even grote kracht uit als de zwaartekracht, maar in tegengestelde richting (figuur 1). De verplaatsing s van de massa is in dit geval de hoogte h, tot waar je de massa optilt. Als je deze gegevens invult in de definitie voor arbeid, vind je:

$$W = F \cdot s = F_z \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

De arbeid die je verricht om een massa m tot een hoogte h op te tillen, is dus: $W = m \cdot g \cdot h$



▶ **figuur 1** tillen met constante snelheid

Als er wel een kracht is, maar geen verplaatsing, dan verricht deze kracht geen arbeid. De verplaatsing s is dan nul en omdat $W = F \cdot s$, is W ook nul. Stel je voor dat je een doos met boeken in je handen houdt: je moet een kracht uitoefenen, maar er is geen verplaatsing, dus wordt er ook geen arbeid verricht.

Voorbeeldopgave 1

Een doos met boeken heeft een massa van 15 kg. Je tilt de doos vanaf de grond op tot een hoogte van 75 cm.
Bereken de arbeid die je verricht.

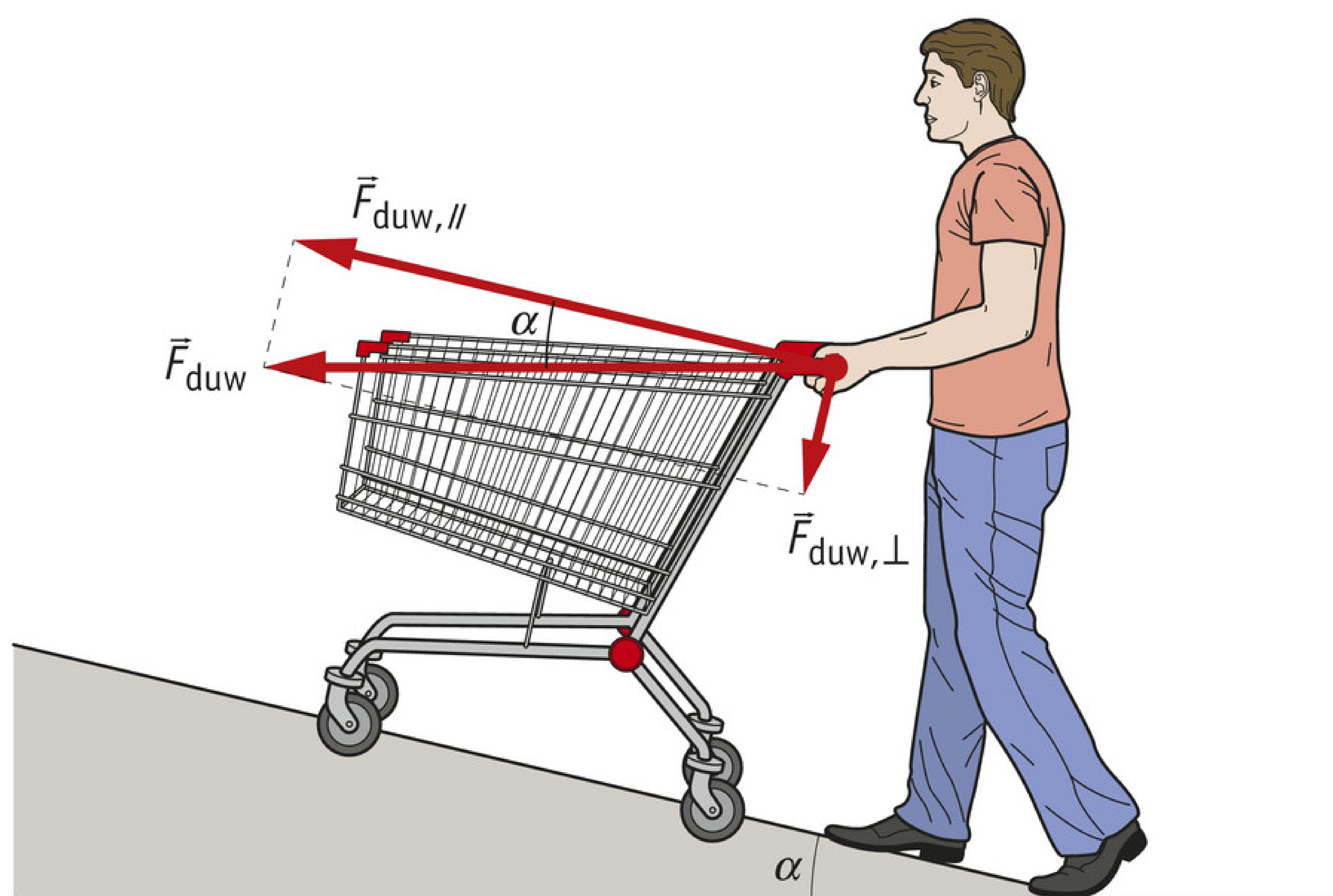
Uitwerking
Formule: $W = m \cdot g \cdot h$
Gegeven:
$m = 15$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}
$s = 0{,}75$ m
Invullen: $W = 15 \times 9{,}81 \times 0{,}75 = 1{,}1 \cdot 10^2$ N m

Kracht en verplaatsing niet in dezelfde richting

Er wordt alleen arbeid verricht wanneer er een kracht werkt *in de richting* van de verplaatsing. Denk bijvoorbeeld aan een winkelwagentje dat je een helling opduwt (figuur 2). Stel dat je een kracht uitoefent in horizontale richting. Deze kracht kun je in twee componenten ontbinden: één parallel aan het hellend vlak en één loodrecht daarop (hoofdstuk 2). Alleen de parallelle component staat in de richting van de verplaatsing. Deze parallelle component beïnvloedt de beweging van het winkelwagentje. Je had dus beter alleen in de richting langs de helling kunnen duwen. De loodrechte component van de kracht helpt het wagentje niet omhoog. Alleen de component die in dezelfde richting staat als de verplaatsing verricht arbeid. Als kracht en verplaatsing niet dezelfde richting hebben, maar onder een hoek α staan, dan wordt de component parallel aan de verplaatsing gegeven door $F_{/\!/} = F \cdot \cos \alpha$. De arbeid is dan:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Hierin is:
- α de hoek tussen de kracht F en de verplaatsing s.



▲ **figuur 2** Een winkelwagentje wordt een helling opgeduwd.

Voorbeeldopgave 2

Je duwt met constante snelheid een winkelwagen met boodschappen een helling van 20° op. Je oefent een kracht uit in horizontale richting. De rolwrijvingskracht is gelijk aan 50 N. De massa van de winkelwagen met boodschappen is 45 kg.

a Bereken de grootte van de kracht waarmee je in horizontale richting duwt.

b Bereken de arbeid die je moet verrichten om de winkelwagen 5,0 m langs de helling omhoog te verplaatsen.

Uitwerking

a De kracht waarmee je duwt, kun je berekenen met wat je in hoofdstuk 2 hebt geleerd. Omdat de winkelwagen met constante snelheid beweegt, moeten de krachten die in de richting langs de helling werken in evenwicht zijn:
$F_{duw,//} = F_{z,//} + F_w$. De component $F_{z,//}$ kun je vinden door de zwaartekracht te ontbinden in componenten parallel aan en loodrecht op de helling. In hoofdstuk 2 heb je geleerd dat $F_{z,//} = F_z \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$.
Gegeven:
$m = 45$ kg
$g = 9{,}81\ \text{m s}^{-2}$
$\alpha = 20°$
$F_w = 50$ N
Invullen: $F_{z,//} = 45 \times 9{,}81 \times \sin 20° = 151$ N
Dus $F_{duw,//} = F_{z,//} + F_w = 151 + 50 = 201$ N
In figuur 2 kun je zien dat $F_{duw,//} = F_{duw} \cdot \cos 20°$.

Daarom volgt: $F_{duw} = \dfrac{F_{duw,//}}{\cos 20°} = \dfrac{201}{\cos 20°} = 214$ N.

De hoek is gegeven in twee significante cijfers, dus het antwoord is $2{,}1 \cdot 10^2$ N.

b $W = F_{z,//} \cdot s$
Gegeven: de kracht $F_{z,//}$ die je moet uitoefenen parallel aan het oppervlak van de helling heb je bij a gevonden en is gelijk aan $2{,}01 \cdot 10^2$ N. Deze kracht werkt over een afstand van $s = 5{,}0$ m.
Invullen: $W = F_{z,//} \cdot s = 2{,}01 \cdot 10^2 \times 5{,}0 = 1{,}0 \cdot 10^3$ N m

De formule $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$ is ook geldig als de kracht F een tegenwerkende kracht is. Als een auto remt, is de richting van de remkracht tegengesteld aan de richting van de verplaatsing. De arbeid die de remkracht verricht is negatief. Dat zie je in de formule doordat cos 180° = –1.

Onthoud!

- Als een kracht F over een afstand s werkt, levert de kracht een arbeid $W = F \cdot s$. Dit geldt alleen als F en s dezelfde richting hebben.
- Als de kracht en de verplaatsing niet dezelfde richting hebben, maar onder een hoek α staan, levert de kracht een arbeid van: $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$. Een kracht die loodrecht op de verplaatsing staat, verricht dus geen arbeid.
- Als je een voorwerp met constante snelheid omhoogtilt, is de geleverde arbeid gelijk aan: $W = m \cdot g \cdot h$

Opdrachten

1 Evenredig
Toon aan dat de arbeid recht evenredig is met de kracht (bij gelijke verplaatsing) en met de verplaatsing (bij gelijke kracht).

2 Wel of geen arbeid
Geef aan of er in de volgende situaties arbeid wordt verricht en licht je antwoord toe.
a Je duwt tegen een betonnen muur.
b Een doos boeken valt van tafel.
c Je tilt een doos boeken op tafel.
d Je slingert een bal aan een touw met constante snelheid boven je hoofd in het rond. De baan van de bal is horizontaal.

3 Positief of negatief
Beschouw drie situaties: je hijst een voorwerp omhoog, het voorwerp valt, en het voorwerp ligt op tafel.
Wanneer is de arbeid *die de zwaartekracht verricht* positief? Wanneer negatief? Wanneer nul? Leg je antwoorden uit.

4 Eenheden
Druk de eenheid van arbeid uit in SI-basiseenheden. Laat zien dat die combinatie van eenheden gelijk is aan de joule.

5 Aarde en maan
Als je iets omhoogbrengt, moet je een kracht leveren die even groot is als de zwaartekracht.
a Bereken de arbeid die nodig is om een massa van 1,0 kg op de maan tot 1,0 m hoogte op te tillen.
b Doe dit ook voor de aarde en vergelijk de antwoorden.

6 Op rails rijden
Een karretje rijdt over horizontale rails. Iemand trekt het karretje voort aan een touw. Hij loopt niet recht voor het karretje, maar schuin ervoor, naast de rails, zodat het touw een hoek van 30° maakt met de bewegingsrichting. Er is een trekkracht van 100 N nodig om het karretje met constante snelheid voort te trekken.
a Maak een schematische tekening in bovenaanzicht van de situatie.
b Bereken hoeveel arbeid wordt verricht als de verplaatsing 100 m is.

Een karretje komt op je af, je gaat ervoor staan en probeert het tegen te houden. Jij levert een kracht van 1,0 kN. Het karretje staat niet meteen stil, maar als je 2,0 m achteruit bent gestapt terwijl je tegen het karretje blijft duwen, staat het karretje wel stil.
c Leg uit hoe je aan de formule voor arbeid kunt zien dat de arbeid in dit geval een negatieve waarde heeft.
d Bereken de arbeid.
e Bij welke waarden voor de hoek α tussen de kracht en de verplaatsing is de arbeid negatief?

7 Metro met hoogteverschil
In Lausanne overbruggen metrotreinstellen met massa 135 ton 336 m hoogteverschil, dat is het grootste verschil ter wereld.
a Bereken de arbeid die daarvoor nodig is.

Het blijkt dat in werkelijkheid de benodigde arbeid $7{,}0 \cdot 10^8$ J is, omdat ook de massa van de passagiers omhoog wordt gebracht.
b Bereken de massa van de passagiers.

8 Kracht niet constant

In dit hoofdstuk werd tot nu toe gewerkt met een constante stijgsnelheid. De vraag is of de totale arbeid die je verricht bij tillen verandert als dat tillen niet met constante snelheid gebeurt. In hoofdstuk 2 heb je geleerd dat een voorwerp alleen in beweging komt wanneer er een resulterende kracht op werkt. Wanneer je iets optilt, zal je spierkracht in het begin dus iets groter zijn dan de zwaartekracht. Aan het eind is de spierkracht iets kleiner dan de zwaartekracht, want het voorwerp vertraagt tot je het stil houdt op het hoogste punt. De spierkracht is dus niet constant zoals in deze paragraaf tot nu toe is aangenomen.
Stel je voor dat je een flinke stoeptegel met een massa van 10 kg optilt tot een hoogte van 1,0 m. Je spierkracht is korte tijd 80 N groter dan de zwaartekracht. De stoeptegel krijgt een verticale snelheid van 2,0 m s^{-1}.

a Bereken hoelang het duurt voordat de stoeptegel een verticale snelheid van 2,0 m s^{-1} heeft.
b Bereken de afstand die de stoeptegel dan heeft afgelegd.

Om de stoeptegel op een bepaalde hoogte stil vast te kunnen houden, moet de stoeptegel weer worden afgeremd. Daarvoor is je spierkracht korte tijd 80 N kleiner dan de zwaartekracht.

c Leg uit dat het vertragen even lang duurt als het versnellen van opdracht a, en dat de afgelegde afstand even groot is als je hebt berekend bij opdracht b.
d Bereken over welke afstand de spierkracht gelijk is aan de zwaartekracht.
e Bereken hoeveel arbeid er in totaal wordt verricht door de spierkracht tijdens het optillen van de stoeptegel. Vergelijk dit met het antwoord dat je zou vinden als je gebruikmaakt van de formule $W = m \cdot g \cdot h$.

9 Component van de kracht

Bekijk nogmaals figuur 2 waarin een man een winkelwagentje een helling opduwt.

a Laat zien dat de parallelle component van de kracht $F_{duw,//}$ gegeven wordt door $F_{duw} \cdot \cos \alpha$.
b Hoe luidt de formule voor de arbeid die deze parallelle component verricht? Vergelijk deze met de in deze paragraaf gegeven formule van arbeid, waarbij kracht en verplaatsing onder een hoek staan: $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$.

10 Twee hellingen

Het winkelwagentje uit figuur 2 wordt een helling opgeduwd. Ga uit van de volgende waarden: m = 20 kg, h = 0,50 m, F_w = 0 N en α = 5,0°.

a Bereken hoe groot de duwkracht is wanneer je parallel aan het oppervlak duwt.
b Bereken de arbeid die de duwkracht verricht.

De hoek wordt vergroot naar 15°.

c Beredeneer of je harder of minder hard moet duwen nu de hoek groter is.
d Beredeneer of er meer arbeid wordt verricht in deze nieuwe situatie.

11 Arbeid in de oudheid

De piramide van Cheops (gebouwd tussen circa 2551 en 2472 v.Chr.) heeft een hoogte van 146 m en bestaat uit blokken kalksteen van elk $2{,}3 \cdot 10^3$ kg (figuur 3). Waarschijnlijk zijn deze blokken langs een flauwe helling omhooggebracht.

a Bereken de arbeid die moet worden verricht om het ‘laatste’ blok op het puntje van de piramide te plaatsen.

Stel dat de helling een hoek heeft van α = 4,0°.

b Bereken de grootte van de kracht die dan moet worden verricht om het blok omhoog te krijgen.
c Vergelijk je antwoord op opdracht b met de kracht die nodig zou zijn als er geen helling was. Wat is je conclusie?



▲ **figuur 3** Hoe werden de blokken omhooggebracht?

+12 Naar beneden rollen
Een losgeslagen metrotrein met massa m rolt vanaf een hoogte h een helling af met hellingshoek α. Er is geen wrijving.

- **a** Maak een schematische tekening van de situatie waarin je de krachten tekent die op de metro werken.
- **b** Leg uit welke component van de zwaartekracht arbeid verricht: de parallelle of de loodrechte component.
- **c** Druk de component van de zwaartekracht die arbeid verricht uit in de massa m van de metro, de hellingshoek α en de valversnelling g.
- **d** Druk de afgelegde weg s uit in de hoogte h en de hellingshoek α.
- **e** Leid een verband af voor de hoeveelheid arbeid die de zwaartekracht heeft verricht wanneer de metro onderaan de helling is gekomen.
- **f** Van welke grootheden hangt de totale arbeid af?

2 Starten en stoppen

In deze paragraaf leer je:

- dat een positieve arbeid op een voorwerp zorgt voor een snelheidstoename en een negatieve arbeid voor een snelheidsafname;
- berekenen hoe de snelheid verandert bij een gegeven arbeid op een bekende massa;
- de benodigde arbeid berekenen bij een gegeven verandering van snelheid.

Bij de start van een bobslee rennen de atleten zo lang mogelijk mee. Ze duwen de slee aan met hun spierkracht en na de aanloop springen ze erin. De eindsnelheid van een voorwerp dat op gang wordt gebracht, hangt van drie dingen af: de grootte van de aandrijfkracht; de massa van het voorwerp; en de afstand waarop de kracht blijft werken.

Verband tussen arbeid en snelheidsverandering

In paragraaf 1 is beschreven dat de op een voorwerp verrichte *arbeid* gelijk is aan het product van de kracht en de afstand waarover die kracht werkt: $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$. De grootheid arbeid bepaalt ook welke snelheid een voorwerp met massa m krijgt.

In het eenvoudigste geval is de kracht constant en versnelt het voorwerp vanuit rust. Met de informatie uit de voorgaande hoofdstukken is het verband af te leiden tussen arbeid en snelheidsverandering. Je maakt gebruik van:

- Als op een voorwerp met massa m een constante kracht F werkt, is de versnelling gelijk aan $a = \frac{F}{m}$. Dit is de tweede wet van Newton.
- De afgelegde afstand op tijdstip t is $s = ½ \cdot a \cdot t^2$
- De snelheid op tijdstip t is $v = a \cdot t$

In voorbeeldopgave 3 wordt hiermee in een concreet geval de eindsnelheid berekend. Daarna volgt de afleiding van een algemene formule voor het verband tussen arbeid en snelheid.

Voorbeeldopgave 3

Een bobslee moet aan het begin van een wedstrijd worden aangeduwd (figuur 4).

a Bereken de eindsnelheid van een slee met massa 200 kg, waarop een kracht van 600 N werkt, als de aanloop 10 m lang is.
b Bereken de eindsnelheid als de aanloop 20 m lang is.
c Hoeveel keer zo groot is de eindsnelheid als de aanloop tweemaal zo lang is: 2 keer of $\sqrt{2}$ keer?

Uitwerking

a Formules: Je kunt de eindsnelheid berekenen met $v = a \cdot t$.
Gegeven:
F = 600 N
m = 200 kg
s = 10 m
Invullen:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{600}{200} = 3{,}00 \text{ m s}^{-2}$$

Nu weet je a in $s = ½ \cdot a \cdot t^2$: $10 = ½ \times 3{,}00 \cdot t^2$
dus $10 = 1{,}5 \cdot t^2$
Oplossen: $t = \sqrt{6{,}666} = 2{,}58$ s
$v = a \cdot t$ wordt dan: $v = 3{,}00 \times 2{,}58 = 7{,}7 \text{ m s}^{-1}$



▶ **figuur 4** aanduwen van een tweemansbobslee

b De kracht is even groot en de afstand is twee keer zo groot. De stappen zijn hetzelfde als bij opgave a, je komt op:
$20 = 1{,}5 \cdot t^2$
$t = \sqrt{13{,}3} = 3{,}65$ s
$v = a \cdot t$ wordt dan: $v = 3{,}00 \times 3{,}65 = 11 \text{ m s}^{-1}$
c Na een tweemaal zo lange aanloop ga je $\sqrt{2}$ keer zo snel.

Voor een willekeurige constante kracht F die werkt op een massa m over een afstand s gelden de volgende stappen:
- $W = F \cdot s$
- Met $F = m \cdot a$ en $s = v_{gem} \cdot t$ volgt $W = m \cdot a \cdot v_{gem} \cdot t$
- Omdat $v_{gem} = ½ \cdot v_{eind}$ en $a \cdot t = v_{eind}$ volgt $W = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2$

Het voorgaande is een bewijs voor $W = ½ \cdot m \cdot v^2$ in het geval van op gang komen vanuit stilstand als gevolg van een constante kracht. Er zijn aanpassingen nodig voor andere situaties:
1 afremmen;
2 versnellen of vertragen als het voorwerp in het begin al een snelheid heeft;
3 niet-constante krachten.

1 Bij afremmen is de arbeid negatief. Kracht en verplaatsing zijn namelijk tegengesteld gericht. De hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing is $\alpha = 180°$, de cosinus daarvan is gelijk aan –1, zodat de uitkomst van $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ negatief is.
Als je de remkracht even groot neemt als de stuwkracht, duurt het remmen tot stilstand even lang als het op gang komen. Zo wordt dezelfde afstand afgelegd tijdens het remmen als tijdens het op gang komen en ook de gemiddelde snelheid is gelijk. Arbeid $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ heeft dan dezelfde grootte als bij het op gang komen, alleen met een minteken ervoor. De waarde van $½ \cdot m \cdot v^2$ neemt tijdens het remmen af van een positieve waarde tot nul.
De algemene formule voor een beweging met een beginsnelheid en een eindsnelheid is: $W = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$. Je kunt zien dat dit klopt, zowel voor optrekken vanuit stilstand als voor afremmen tot stilstand: bij het optrekken staat links (W) en rechts een positieve waarde ($v_{begin} = 0$). Bij het afremmen staat links (W) en rechts een negatieve waarde ($v_{eind} = 0$).
2 De algemene formule is ook geldig als je bijvoorbeeld met een beginsnelheid van 100 $km\,h^{-1}$ rijdt en wilt optrekken tot 120 $km\,h^{-1}$.
3 Bij niet-constante krachten blijft het resultaat geldig. Je moet wel meer moeite doen om de totale arbeid uit te rekenen. Als de kracht een paar keer verandert van de ene constante waarde naar de andere, kun je voor de verschillende stukken $W = F \cdot s$ toepassen en de resultaten optellen om de totale arbeid uit te rekenen. In paragraaf 3 volgt een methode voor het geval dat de kracht voortdurend varieert.
Om aan te geven dat de verschillende bijdragen van verschillende krachten aan de arbeid W bij elkaar worden opgeteld, gebruik je de Griekse hoofdletter Σ (Sigma). De notatie wordt dan $\Sigma W = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$

Onthoud!

- Als op een voorwerp met massa m arbeid W wordt verricht, geldt:
$\Sigma W = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$

Opdrachten

13 Parachutist
Een parachutist daalt een kilometer met constante snelheid.
a Leg met behulp van de formule $\Sigma W = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$ uit dat de totale arbeid verricht op de parachutist gelijk moet zijn aan nul.
b Welke kracht verricht positieve arbeid?
c Welke kracht verricht negatieve arbeid?

14 Bobslee
Op een startende bobslee van 600 kg werkt een constante kracht van 4,5 kN.
- **a** Bereken de snelheid van de slee na 12 m duwen met behulp van de formules $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ en $v = a \cdot t$
- **b** Bereken de snelheid van de slee na 12 m duwen met behulp van de formule $W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- **c** Controleer of de antwoorden op opdracht a en b gelijk zijn.
- **d** Schrijf bij elke methode op hoeveel stappen je moest doorlopen tot je het antwoord had.

15 Metrotreinstel
Een metrotreinstel met een massa van 60 ton trekt op vanuit stilstand. Na 20 m is de snelheid 10 km h^{-1}. Verwaarloos de wrijving.
- **a** Bereken de gemiddelde motorkracht.

Deze metro rijdt even later 50 km h^{-1}, de remkracht is 120 kN.
- **b** Bereken de remweg.

16 Kogeltje
Een kogeltje met een massa van 50 g valt van 10 m hoogte. De luchtweerstand is te verwaarlozen.
- **a** Bereken de arbeid die de zwaartekracht hierbij verricht.
- **b** Bereken de snelheid waarmee het kogeltje neerkomt.
- **c** Bereken de eindsnelheid voor een kogeltje dat van 20 m hoogte valt.

17 Speerwerper
Een speerwerper houdt tijdens de aanloop de speer zo ver mogelijk achter zich (figuur 5). Aan het eind beweegt hij zijn arm van helemaal naar achteren naar zo ver mogelijk voor zich.
Leg met behulp van de 'formule voor arbeid en eindsnelheid' uit dat dit 'zo ver mogelijk uitstrekken van de arm naar achteren en naar voren' helpt als je de speer ver weg wilt gooien.



▲ **figuur 5** speerwerpen

18 Slee
Op een slee met massa van 200 kg die begint vanuit stilstand werkt 18 m lang een kracht van 50 N. Daarna werkt nog 35 m lang een kracht van 20 N.
- **a** Laat met een berekening zien dat de snelheid aan het eind van het eerste deel van de beweging gelijk is aan 3,0 m s^{-1}.
- **b** Bereken met behulp van de arbeid in het tweede deel hoe de snelheid verandert in dat tweede deel.

c Bereken de totale arbeid die op de slee is verricht.
d Bereken met $\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$ in één keer de snelheidsverandering vanaf het beginpunt.
e Leg uit wat het voordeel is van de tweede methode.

19 Afremmende auto
Bereken hoe groot de remkracht moet zijn als een auto van 1000 kg binnen 40 m afremt van 120 km h^{-1} tot 90 km h^{-1}.

20 Airbag
Als een auto tegen een boom botst, staat in de eindsituatie alles stil. Het lichaam van de bestuurder wordt afgeremd door de kracht die een airbag erop uitoefent. Als er geen airbag zou zijn, zou het stuur de remkracht op het lichaam uitoefenen.
Leg met behulp van $\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$ uit dat de kracht op het lichaam in het laatste geval veel groter is dan in het eerste geval.

+21 Horizontale raket
Een auto met raketmotor versnelt over een afstand van 1000 m op een zeer gladde zoutvlakte. De stuwkracht is constant, wrijving is te verwaarlozen.
a Leg uit dat wanneer de massa constant zou blijven, de snelheid na 1000 m ongeveer 1,4 maal zo groot zou zijn als na 500 m.
b Leg met behulp van een formule uit of die factor groter of kleiner is dan 1,4 als je rekening houdt met het feit dat de massa afneemt doordat de brandstof opraakt.

3 Spannen en ontspannen

In deze paragraaf leer je:
- de arbeid bepalen uit een grafiek van de kracht tegen de plaats;
- berekenen hoeveel arbeid nodig is om een veer in te drukken of uit te rekken.

Een boog van een boogschutter lijkt op een veer: hoe verder je de pees van de boog uitrekt, hoe groter de kracht is die je moet uitoefenen. Het uitrekken van een veer is een speciaal geval van een niet-constante kracht.

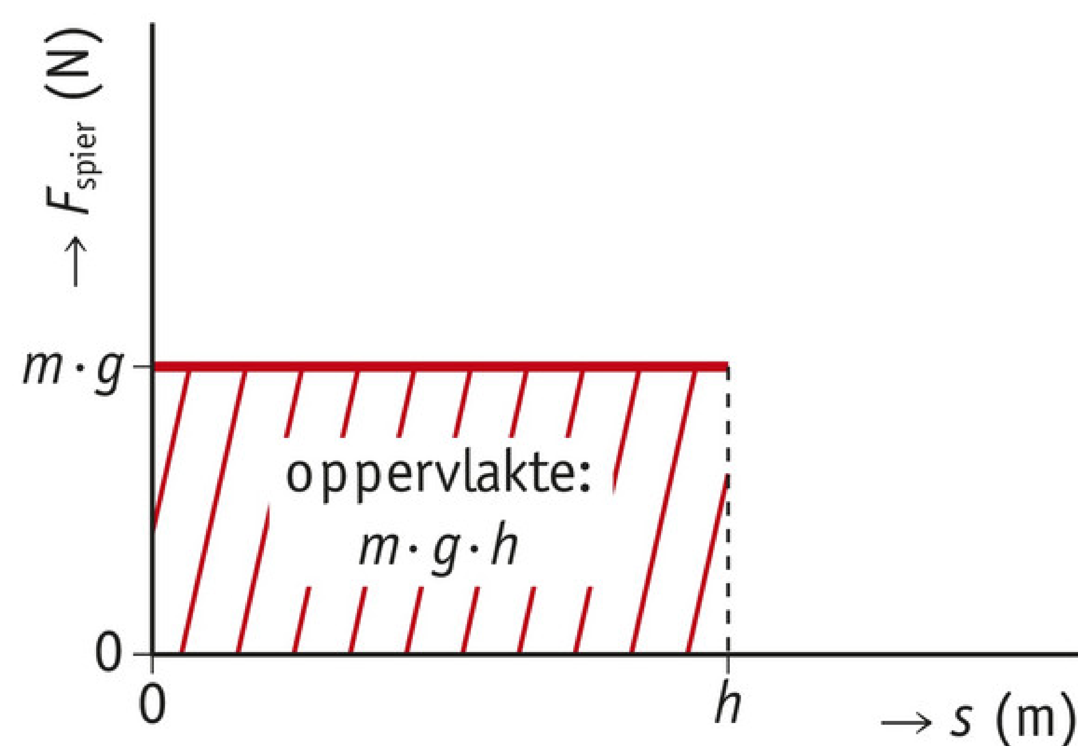
Arbeid grafisch bepalen

Als de veer aan de wet van Hooke voldoet, is de veerkracht F_v recht evenredig met de uitrekking u:

$$F_v = C \cdot u$$

Hierbij is C de veerconstante (zie ook hoofdstuk 2). Verende systemen komen veel voor, van traptrede tot bungeejumpelastiek en zelfs in moleculaire bindingen.
Wanneer je een veer uitrekt, oefen je een kracht uit over een bepaalde afstand. De verplaatsing s is in dit geval gelijk aan de uitrekking u van de veer. Je verricht dus arbeid bij het uitrekken van een veer. Maar de kracht die je uitoefent, is niet constant. De arbeid die een niet-constante kracht verricht, kun je grafisch bepalen uit het **(F,s)-diagram**.

Bekijk het (F,s)-diagram voor het optillen van een massa (figuur 6). De spierkracht die je uitoefent, is gelijk aan de zwaartekracht. Arbeid is de kracht maal de verplaatsing. Omdat de spierkracht constant is voor de hoogte waarover je tilt, is $F \cdot s$ precies de oppervlakte van een rechthoek met hoogte $m \cdot g$ en breedte h. De arbeid wordt dan gegeven door $m \cdot g \cdot h$. Dat was de conclusie van paragraaf 1.



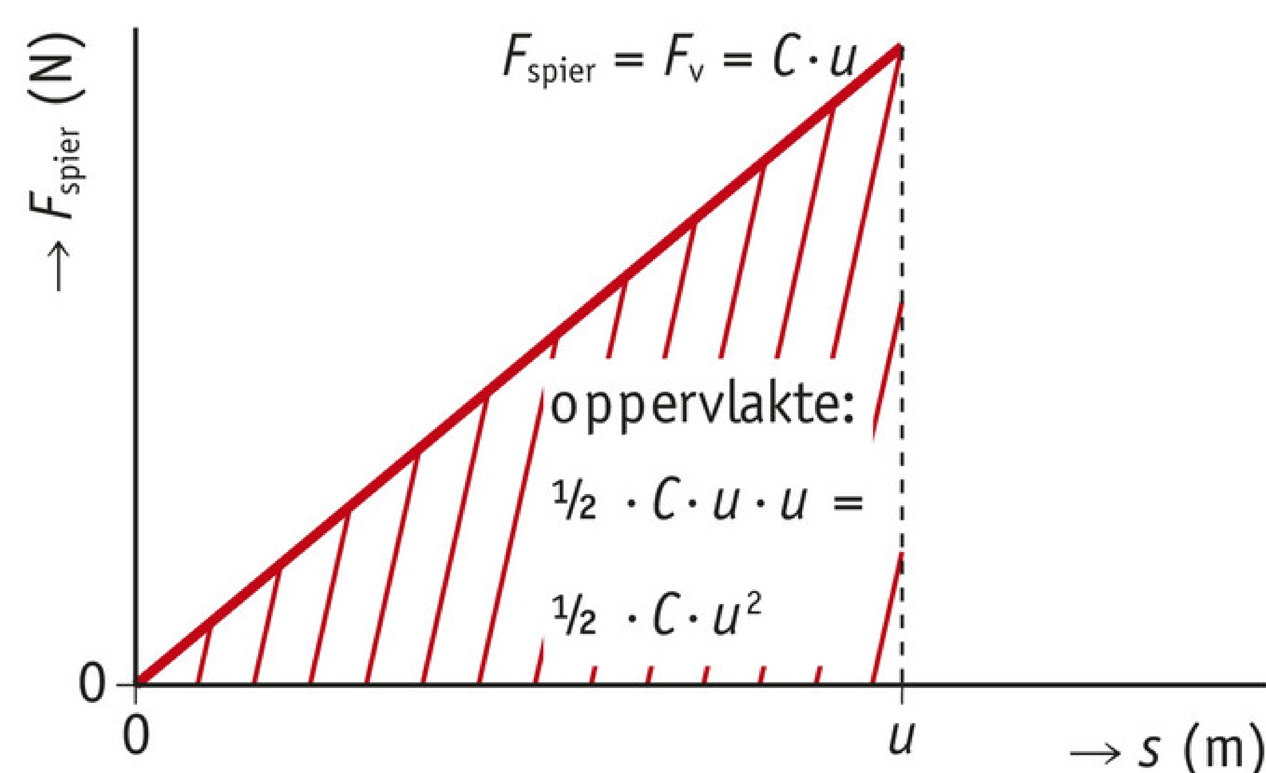
▲ **figuur 6** (F,s)-diagram voor het optillen van een massa

In het algemeen geldt dat de arbeid die een kracht F verricht, gelijk is aan de oppervlakte onder het (F,s)-diagram. Zo kun je altijd *grafisch* de arbeid *bepalen*, zelfs wanneer de kracht verandert als de positie verandert. Voorwaarde is wel dat de kracht F in de richting van de verplaatsing s werkt.

In figuur 7 staat het (F,s)-diagram voor een veer: verticaal is de spierkracht F_{spier} weergegeven die nodig is om de veer een uitrekking u te geven. De spierkracht is gelijk aan de veerkracht. De arbeid die je moet verrichten om een veer uit te rekken, kun je berekenen door de oppervlakte onder de grafiek te bepalen. De figuur onder de grafiek is een driehoek. De oppervlakte van een driehoek kun je berekenen met: ½ × basis × hoogte. De arbeid om een veer vanuit de ruststand een uitrekking u te geven, is daarom:

$$W = ½ \cdot C \cdot u \cdot u = ½ \cdot C \cdot u^2$$

De arbeid hangt dus af van het *kwadraat* van de verplaatsing (uitrekking). Als je een veer *twee* keer zo ver uitrekt, verricht je *vier* keer zoveel arbeid. Vergelijk dit met de arbeid om een massa op te tillen: $W = m \cdot g \cdot h$. Til je een massa *twee* keer zo hoog, dan verricht je ook *twee* keer zoveel arbeid.



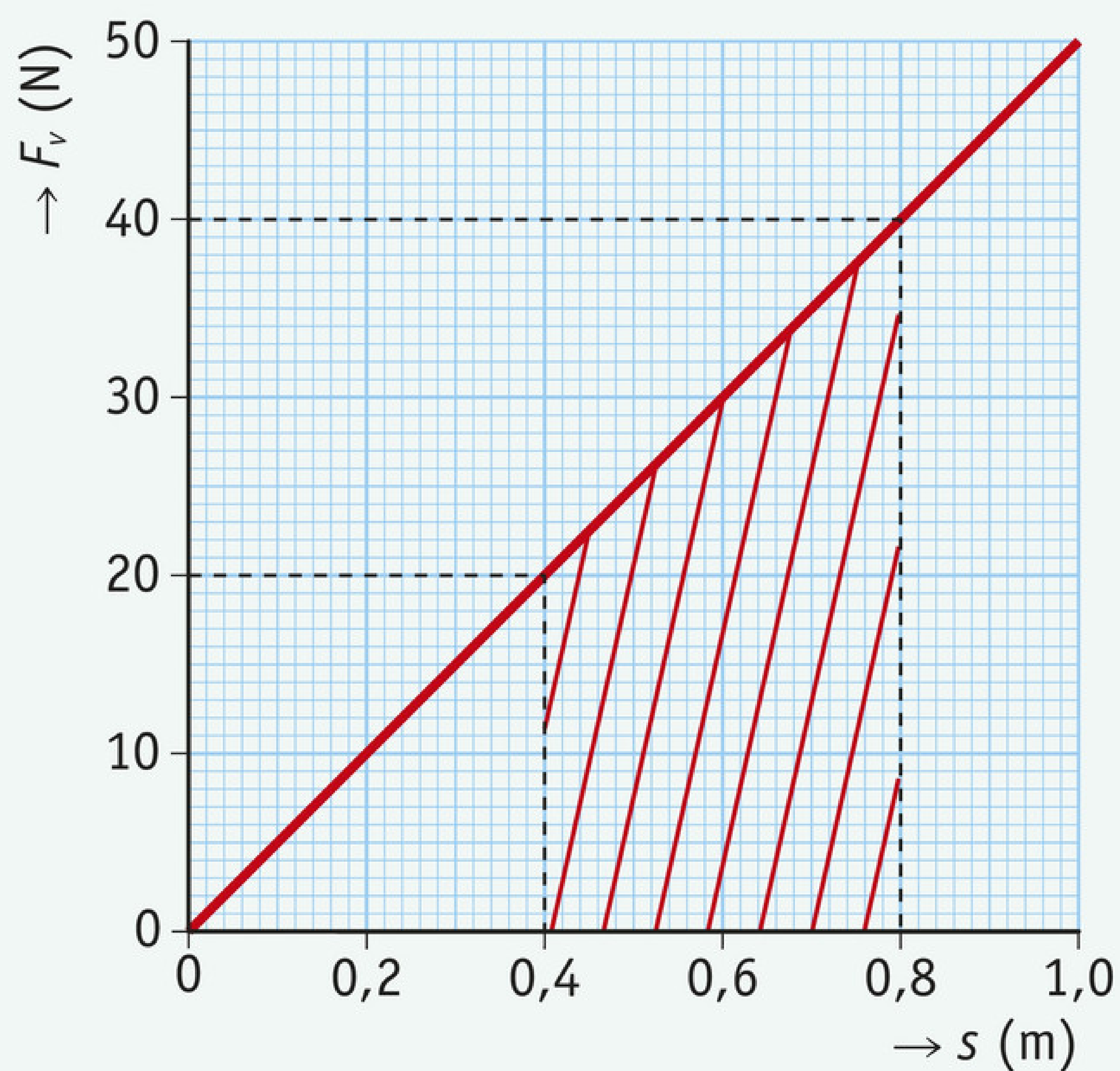
▲ **figuur 7** (F,s)-diagram voor het uitrekken van een veer

Voorbeeldopgave 4

Een veer heeft een veerconstante van 50 N m^{-1} en is 40 cm uitgerekt.
Bereken hoeveel arbeid je moet verrichten om de veer verder uit te rekken tot 80 cm.

Uitwerking
Er zijn twee uitwerkingen die op hetzelfde neerkomen:

I Je kunt de arbeid bepalen door de oppervlakte te bepalen onder het (F,s)-diagram tussen u = 0,40 m en u = 0,80 m (figuur 8). Deze oppervlakte kun je berekenen door eerst de oppervlakte van de driehoek tot aan u = 0,80 m te berekenen en daar de oppervlakte van de driehoek tot aan u = 0,40 m van af te trekken. Je vindt dan:
$W = ½ \times 0{,}80 \times 40 - ½ \times 0{,}40 \times 20 = 16 - 4{,}0 = 12$ N m

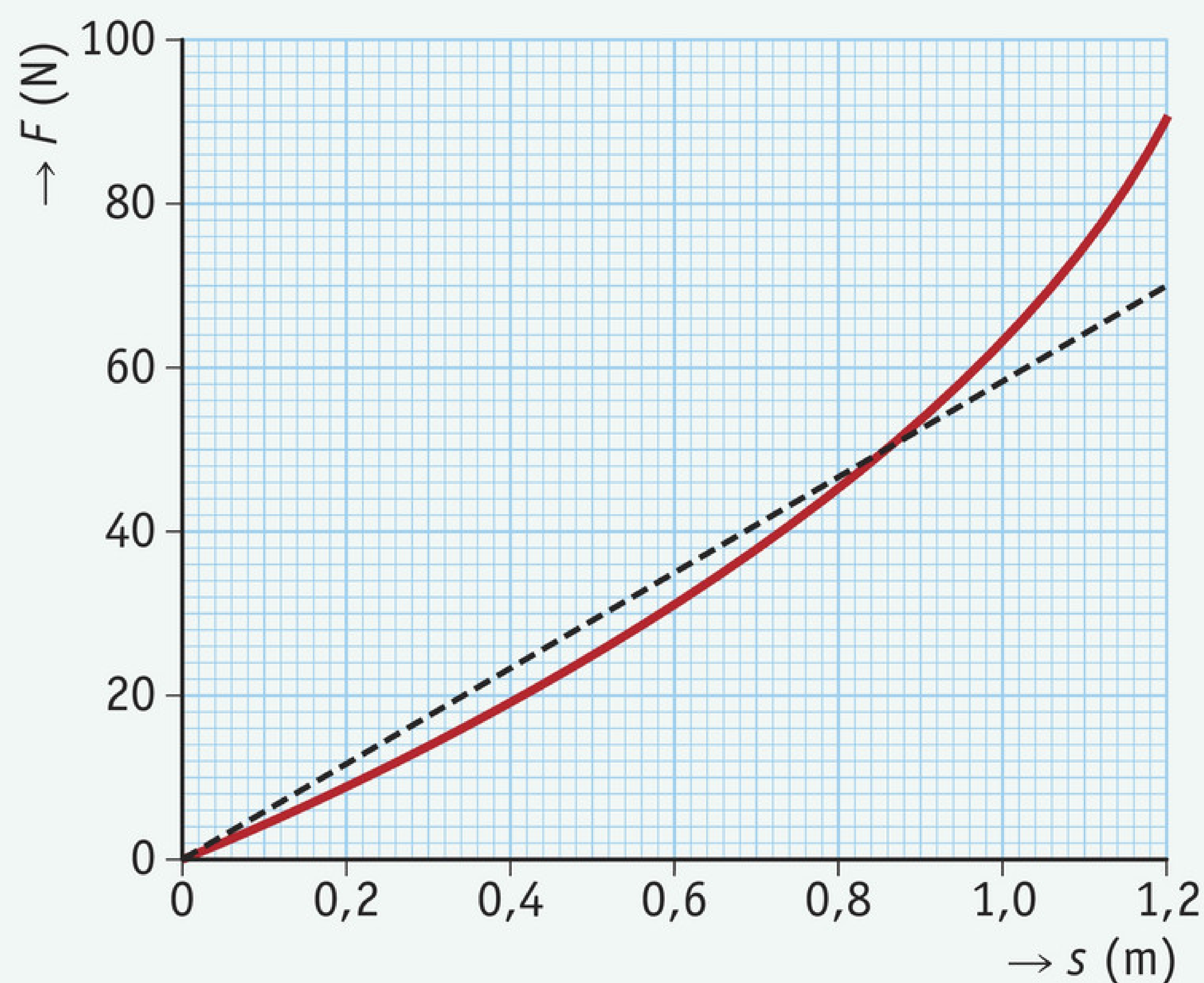


▲ **figuur 8** De arbeid om een veer van 40 cm tot 80 cm uit te rekken, is gelijk aan de gearceerde oppervlakte.

II Je kunt de arbeid ook berekenen met behulp van de formule $W = ½ \cdot C \cdot u^2$. Bereken eerst de arbeid om de veer uit te rekken tot 80 cm. Daar trek je dan de arbeid van af om de veer uit te rekken tot 40 cm, aangezien de veer al zo ver was uitgerekt. De arbeid is dan:
$W = ½ \times 50 \times (0{,}80)^2 - ½ \times 50\ (0{,}40)^2 = 16 - 4{,}0 = 12$ N m

Voorbeeldopgave 5

In figuur 9 zie je een (F,s)-diagram.
Bepaal de arbeid die in totaal wordt verricht.



◀ **figuur 9** een niet-constante kracht

Uitwerking
Je moet de oppervlakte onder de kromme bepalen. De gestippelde rechte lijn ligt links hoger dan de echte waarde en rechts lager. Op het oog is er net zoveel oppervlakte te veel gerekend (links, waar de stippellijn hoger ligt dan de echte grafiek) als te weinig (rechts). Onder de stippellijn is de oppervlakte ½ × 1,2 × 70 = 42 N m.

Ontwerpen van een boog

Je kunt gebruikmaken van deze kennis bij het ontwerpen van een boog die voldoet aan de wensen en mogelijkheden van de gebruiker. Een boogschutter wil een pijl met zo groot mogelijke snelheid afschieten. Daarvoor is het nodig dat de boogschutter zoveel mogelijk arbeid verricht bij het spannen van de boog. Diezelfde arbeid kan de pees dan bij het schieten op de pijl verrichten.
Om een schatting te maken van de arbeid die een boogschutter maximaal kan verrichten, moet je weten welke kracht hij maximaal kan uitoefenen en over welke afstand. Het blijkt dat een sterke man maximaal een kracht van 360 N met zijn arm kan uitoefenen. Als je naar figuur 10 kijkt, zie je dat de afmetingen van het menselijk lichaam de afstand beperken waarover deze maximale kracht kan worden uitgeoefend: ongeveer 0,60 m. Als de boogschutter de hele tijd zijn maximale kracht zou uitoefenen, zou de arbeid W_{max} = 360 × 0,60 = 216 N m zijn.

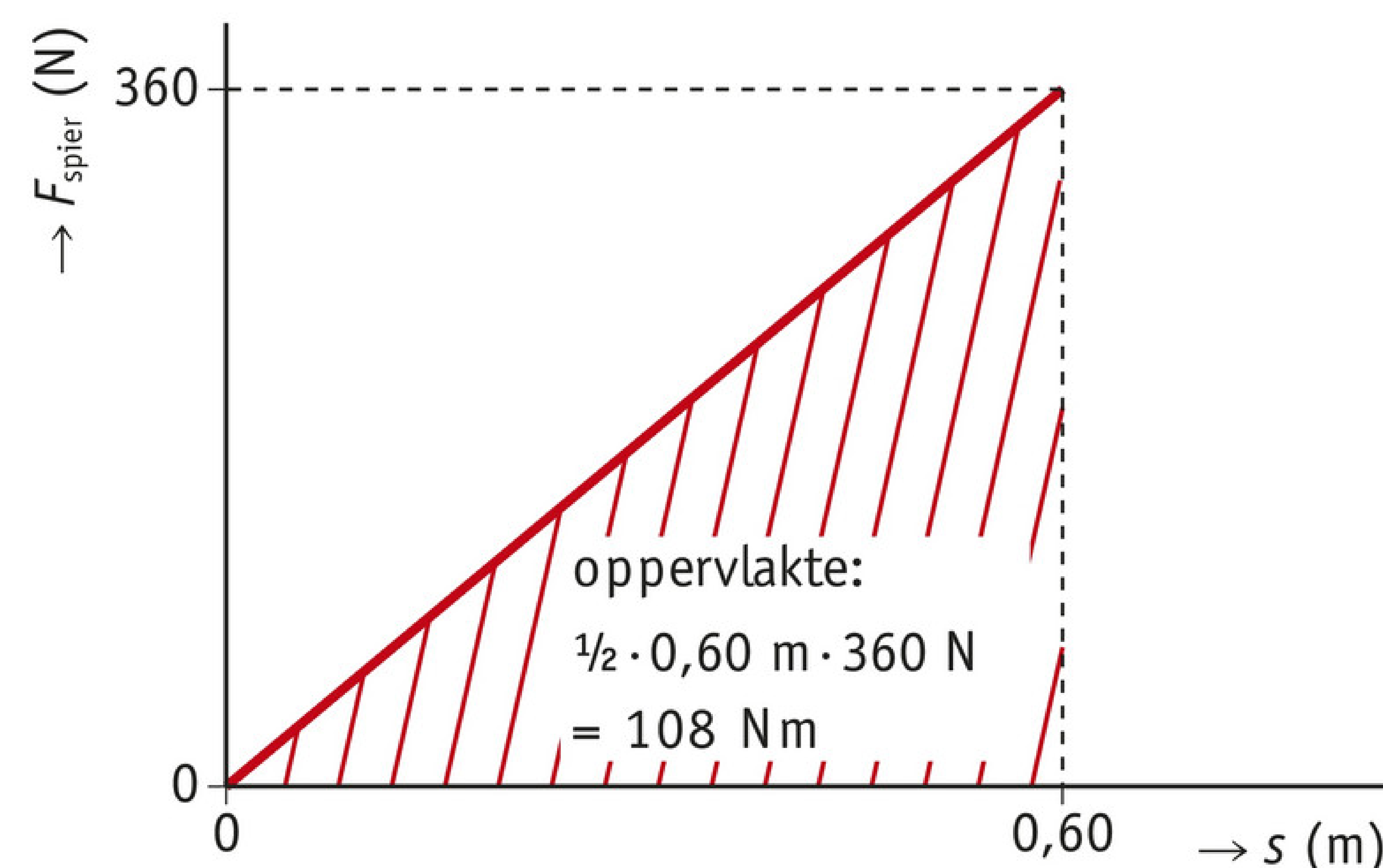


▶ **figuur 10** De boogschutter kan de pees van de boog niet verder uitrekken (dan zou zij langere armen moeten hebben).

Je kunt een pees bij benadering zien als een veer: de kracht is recht evenredig met de uitrekking. Stel dat op de pees een kracht werkt van 0 N als hij ontspannen is. En stel dat de boog zo gemaakt is dat bij een uitrekking van 0,60 m de kracht gelijk is aan 360 N. Je kunt de arbeid dan bepalen door te kijken naar de oppervlakte onder het (*F*,*s*)-diagram (figuur 11). De oppervlakte onder de grafiek is gelijk aan:

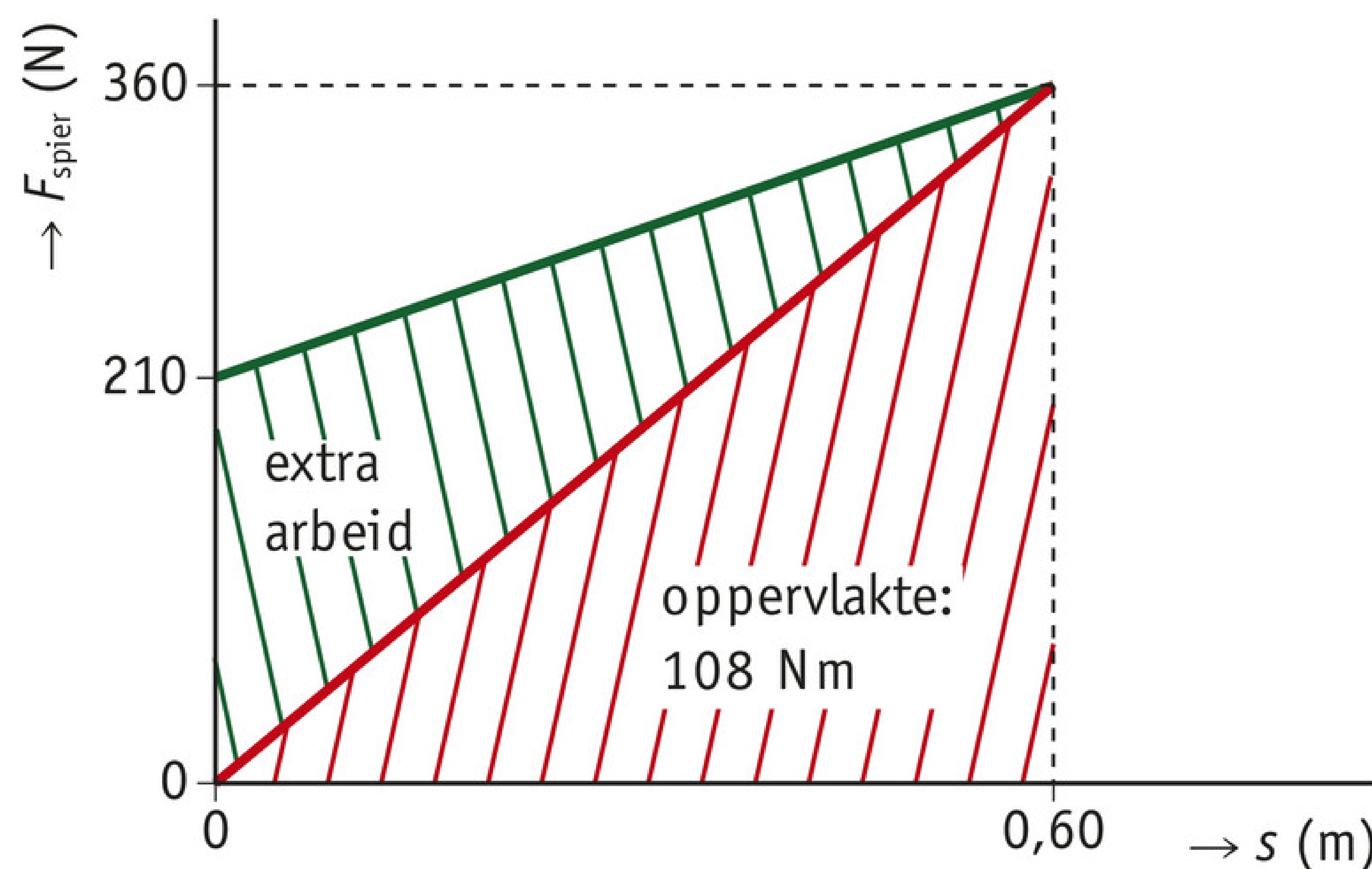
½ × 0,60 × 360 = 108 N m

Dat is slechts de helft van de arbeid die een mens maximaal kan uitoefenen! Dat komt doordat je gedurende het uitrekken van de boog niet steeds de maximale kracht uitoefent.



▲ **figuur 11** (*F*,*s*)-diagram voor een boog

Wil je meer arbeid op de boog verrichten, dan kun je niets veranderen aan de uitrekking: die wordt beperkt door de lengte van je arm. Je moet zorgen dat je bij het uitrekken van de boog een gemiddeld grotere kracht uitoefent. Dat kun je doen door de pees voor te spannen. Er is dan al een kracht nodig om de boog vanuit rust uit te rekken. Het (F,s)-diagram ziet er dan uit zoals in figuur 12. De maximale kracht is nog steeds 360 N, maar de oppervlakte onder de groene lijn in de grafiek is groter. De arbeid bij het uitrekken is dus ook groter. Pijlen die je afschiet met een voorgespannen boog zullen verder komen dan pijlen afgeschoten met een niet-voorgespannen boog.



▲ **figuur 12** (F,s)-diagram voor een voorgespannen boog

Onthoud!

- De arbeid die je moet verrichten om een voorwerp dat aan de wet van Hooke voldoet (zoals een veer) een uitrekking u te geven, is gelijk aan: $W = ½ \cdot C \cdot u^2$
- De arbeid van een kracht die niet constant is, kun je bepalen door de oppervlakte onder het (F,s)-diagram te bepalen. F moet dan wel in de richting van s werken.

Opdrachten

22 Pees
Bij het spannen van een boog neem je aan dat de pees te benaderen is door een veer. Stel dat bij een uitrekking van 0 m de kracht gelijk is aan 0 N en bij een uitrekking van 0,60 m gelijk is aan 360 N.
- **a** Bereken de veerconstante C.
- **b** Bereken hoeveel arbeid je verricht als je de pees van 0 m uitrekt tot 0,60 m.

23 Voorspannen
Stel dat een boog voorgespannen is, zodat er bij een uitrekking van 0 m een kracht van 210 N op de boog werkt. Neem aan dat de kracht lineair toeneemt met de uitrekking en gelijk is aan 360 N bij een uitrekking van 0,60 m.
- **a** Bereken de veerconstante C.
- **b** Teken het (F,s)-diagram voor deze situatie.
- **c** Bepaal de oppervlakte onder het diagram en daarmee de arbeid.
- **d** Druk de arbeid die je bij opdracht c hebt gevonden uit in het percentage van de maximale arbeid die een mens zou kunnen verrichten bij het spannen van een boog.

24 Uitrekken
Je rekt een veer met een veerconstante van 45 N m^{-1} uit.
- **a** Bereken de arbeid die je verricht wanneer je de veer uitrekt van 0 tot 10 cm.
- **b** Bereken de arbeid die je verricht wanneer je de veer uitrekt van 0 tot 20 cm.

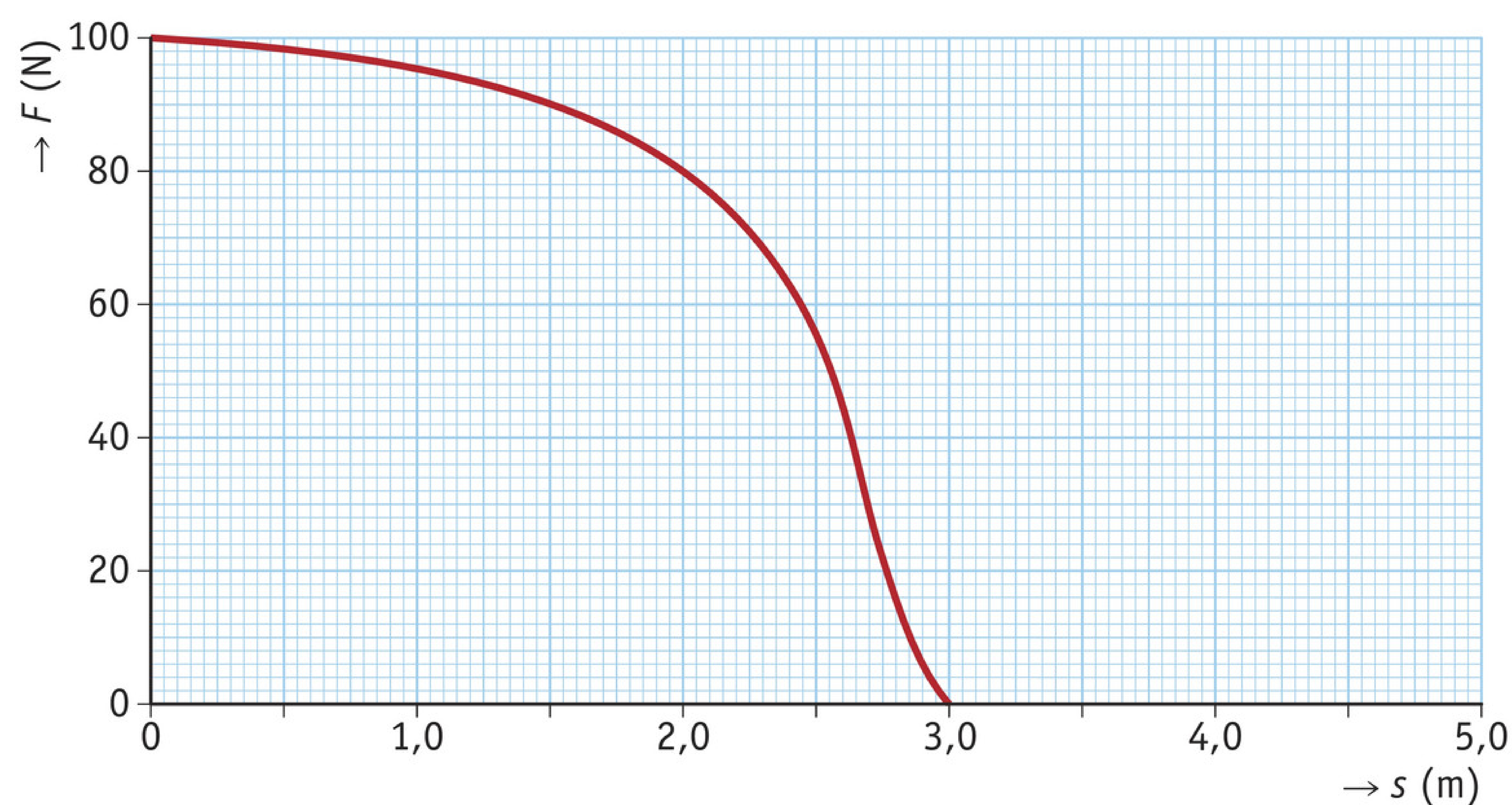
c Beredeneer hoeveel arbeid je verricht wanneer je de veer uitrekt van 10 tot 20 cm.
d Geef de antwoorden van a t/m c weer in een (F,u)-diagram.

25 Indrukken
Een veer die je kunt indrukken, voldoet ook aan de wet van Hooke. Een veer heeft een lengte van 10 cm en bestaat uit vijftien windingen van elk 2 mm dik.
a Leg uit dat de veer bij een bepaalde indrukking niet meer aan de wet van Hooke zal voldoen.
b Bereken deze indrukking.

Neem aan dat de veer aan de wet van Hooke voldoet tot de indrukking die je bij b hebt berekend. Je moet een kracht van 35 N uitoefenen om de veer volledig in te drukken.
c Bereken de veerconstante van de veer bij indrukken.

De veer heeft dezelfde veerconstante bij uitrekken.
d Bereken de arbeid die je moet verrichten om de veer vanuit de ruststand uit te rekken tot een lengte van 15 cm.

26 Afnemende kracht
In figuur 13 zie je een (F,x)-diagram van een kracht die steeds kleiner wordt.
Bepaal de arbeid die deze kracht verricht tussen $x = 0$ m en $x = 3{,}0$ m.

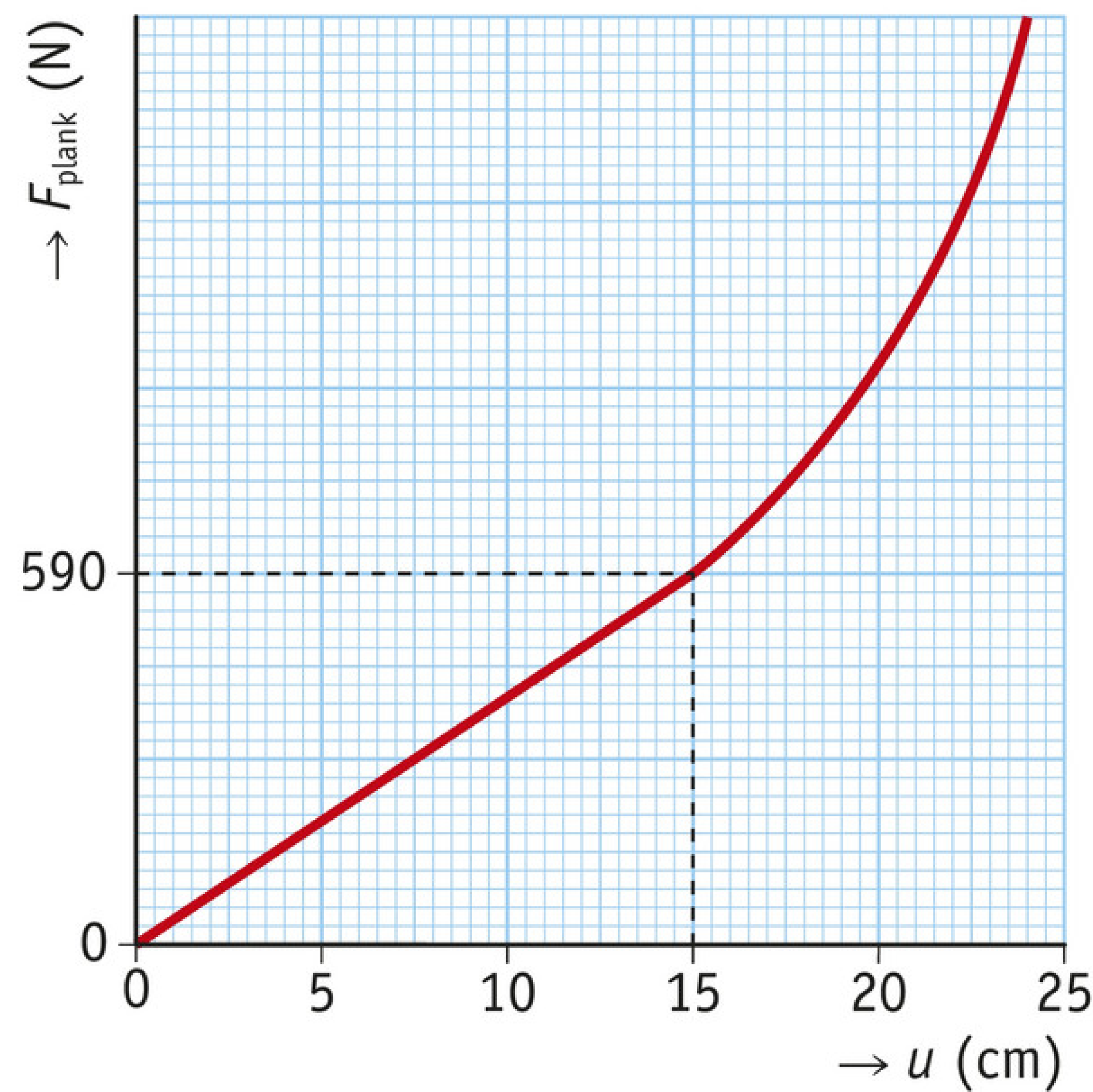


▲ **figuur 13** afnemende kracht

27 Duikplank
Een duikplank in een zwembad kun je bij benadering zien als een veer. Op een duikplank staat een meisje met een massa van 60 kg. De duikplank is aan het uiteinde 15 cm doorgebogen.
a Bereken de arbeid die hiervoor is verricht.

In figuur 14 staat het (F,u)-diagram voor de duikplank.
b Geef een verklaring voor de vorm van de grafiek.

Als je de duikplank 20 cm laat doorbuigen, heb je meer arbeid verricht dan bij een doorbuiging van 15 cm.
c Leg uit of de arbeid precies $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$ maal zo groot is als bij een doorbuiging van 15 cm, of minder dan $\frac{16}{9}$ maal zo groot, of meer.



▲ **figuur 14** (F,u)-diagram voor een duikplank

28 Flipperkast

Een flipperkastballetje met een massa van 80 g wordt door een veer met veerconstante 55 N m^{-1} afgeschoten. De veer wordt 5,0 cm ingedrukt. De helling van de flipperkast is 10°.

a Bereken hoeveel arbeid de veer verricht op het balletje wanneer de veer weer ontspant.

b Bereken hoeveel arbeid de zwaartekracht tijdens het ontspannen van de veer op het balletje heeft verricht.

c Bereken de arbeid die er in totaal op het balletje is verricht.

Je gebruikt nu een balletje van 50 g.

d Hoe veranderen je antwoorden bij opdracht a tot en met c?

29 Stootblok bij metro

Als een metrolijn eindigt, staat er aan het eind van de rails een ‘stootblok’ om een doorschietend metrotreinstel tegen te houden (figuur 15). Er zijn verschillende typen. Sommige werken met wrijvingskracht. Het blok schuift dan achteruit over de rails. Sommige werken met veerkracht. De metro duwt de veer in.

a Leg uit bij welk type de grootste afstand nodig is om de trein af te remmen, aangenomen dat de *maximale* remkracht in beide gevallen gelijk is.

b Leg uit dat een stootblok niet uit *alleen maar* een veer kan bestaan, dat er dan een ongewenst effect zou zijn.

Een stootblok dat werkt met wrijvingskracht geeft 12 m mee en kan 2,0 MJ arbeid leveren.

c Bereken de grootte van de wrijvingskracht.



▲ **figuur 15** stootblok

+30 Twee veren
Je hebt twee veren, elk met een veerconstante van 24 N m^{-1}. Je bevestigt de veren naast elkaar aan een statief. Je hangt één gewicht tegelijkertijd aan beide veren (figuur 16). De veren rekken 5,0 cm uit.

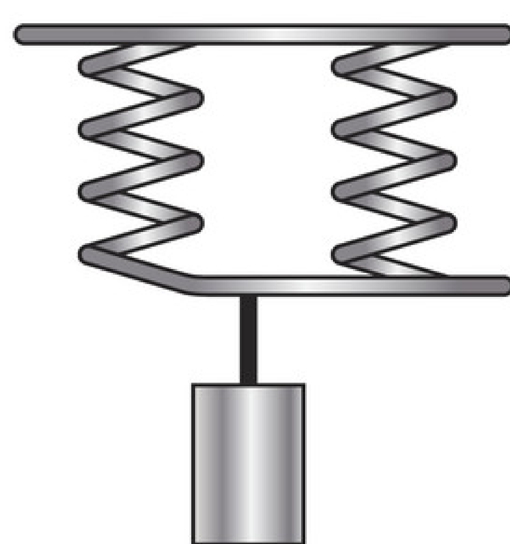
a Bereken de door het gewicht verrichte arbeid.
b Bereken de veerconstante van beide veren samen.

Vervolgens bevestig je de veren aan elkaar en hang je het geheel weer aan het statief. Je hangt er een ander gewicht aan zodat de veren opnieuw samen 5,0 cm uitrekken.

c Bereken hoe groot het gewicht nu moet zijn.
d Bereken opnieuw de veerconstante van beide veren samen.

Je verricht 10 N m arbeid om de onder elkaar hangende veren een bepaalde uitrekking te geven.

e Beredeneer hoeveel arbeid je moet verrichten om de veren eenzelfde uitrekking te geven wanneer ze naast elkaar zijn bevestigd.



▲ **figuur 16** één gewicht aan twee veren

4 Behoud van energie

In deze paragraaf leer je:
- de formules voor veerenergie, kinetische energie en zwaarte-energie;
- dat de totale energie in een gesloten systeem behouden is;
- berekeningen uitvoeren met de wet van behoud van energie;
- wat de stappen van de ontwerpcyclus zijn.

Door arbeid te verrichten kun je een veer spannen, iets op gang brengen, of iets naar een hogere positie brengen. Dat is in de vorige paragrafen van dit hoofdstuk beschreven. Al deze dingen kunnen ook achtereenvolgens plaatsvinden. Bijvoorbeeld als een boogschutter een pijl omhoogschiet (figuur 17). Daarbij verrichten verschillende krachten na elkaar arbeid. De hoeveelheid arbeid is steeds gelijk. Als een voorwerp arbeid kan verrichten, zeg je dat het *energie* heeft.

Energiesoorten

Bij het omhoogschieten van een pijl kun je de volgende stappen onderscheiden:
- De boogschutter verricht arbeid op de pees tot deze is uitgerekt.
- Bij het ontspannen verricht de pees dezelfde hoeveelheid arbeid op de pijl. De snelheid op het moment van het loskomen van de pees, dus de beginsnelheid van de afgeschoten pijl, wordt bepaald door $W = ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$



◀ **figuur 17** spierkracht, veerkracht en zwaartekracht verrichten na elkaar arbeid

- Tijdens het stijgen verricht de zwaartekracht negatieve arbeid op de pijl. In het hoogste punt is de snelheid gelijk aan 0. Voor de opwaartse beweging geldt dat de door de zwaartekracht verrichte arbeid gelijk is aan de verandering van $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, dus:
  $W = F \cdot s = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{begin}$
  Als je de beginsnelheid van de pijl weet en ook de grootte van de zwaartekracht, kun je berekenen hoe hoog de pijl komt.

Enkele nieuwe begrippen zijn nuttig bij het doen van berekeningen. Bij elke stap wordt een *energiesoort* omgezet in een andere energiesoort: van veerenergie naar kinetische energie naar zwaarte-energie:

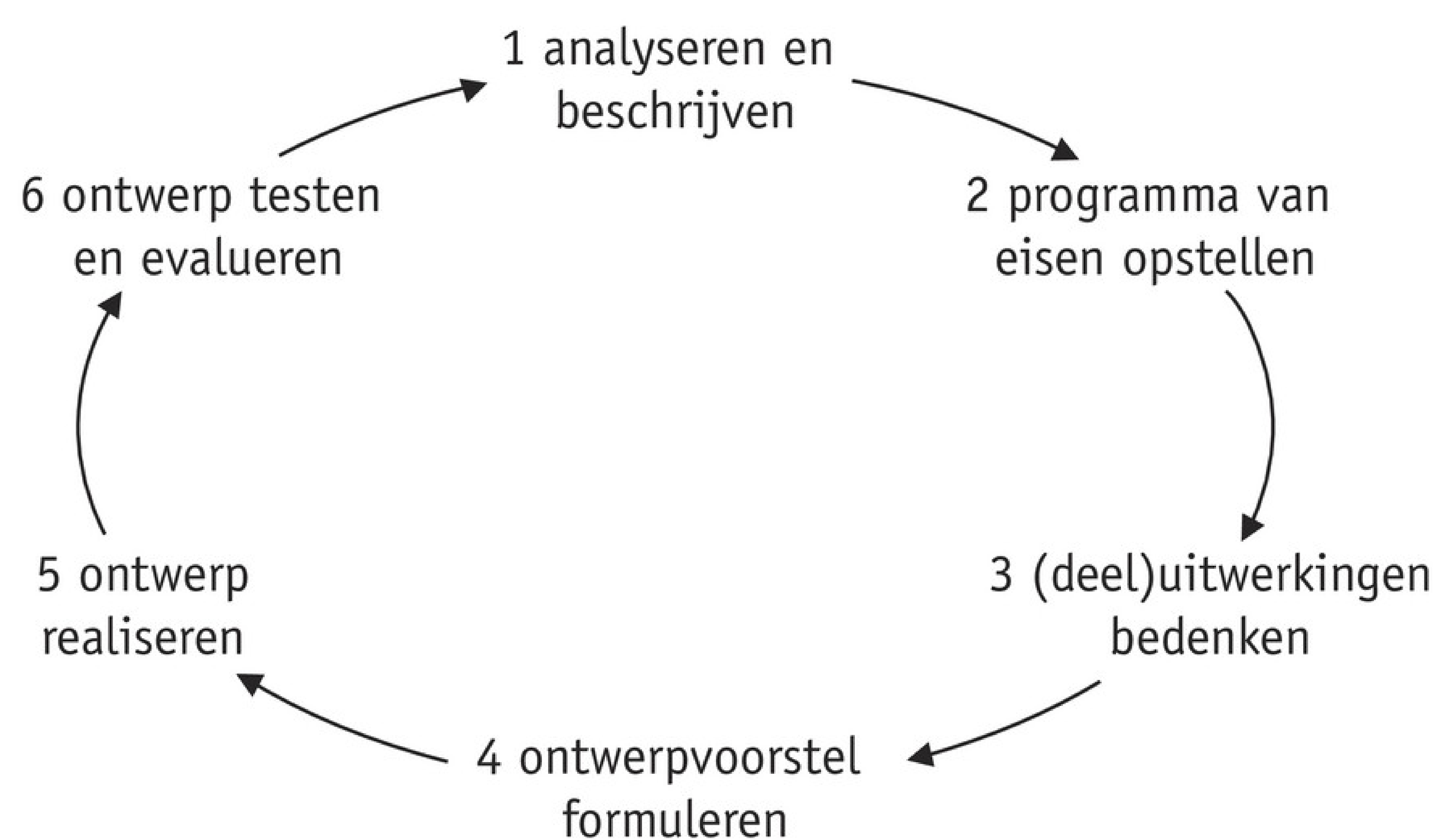
- De **veerenergie** die is opgeslagen in een gespannen veer is groter als de uitrekking groter is en als de veer stugger is (dus een grotere veerconstante C heeft). Het aantal opgeslagen joules is gelijk aan het aantal joules arbeid dat je erin moet stoppen om de veer te spannen. Die hoeveelheid is gelijk aan $E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$
- De **kinetische energie** (de naam komt van het Griekse woord *κινητικός*, bewegend) van een voorwerp is groter als de massa groter is en als de snelheid groter is. De arbeid die je moet verrichten om een voorwerp een bepaalde snelheid te geven, laat zien hoeveel joule er in deze energievorm is opgeslagen: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Deze energievorm wordt ook wel bewegingsenergie genoemd.
- Als een voorwerp op een bepaalde hoogte is, heeft het **zwaarte-energie**. Hoe hoger het voorwerp en hoe groter de massa, hoe meer zwaarte-energie. De hoeveelheid zwaarte-energie is gelijk aan de arbeid die je moet verrichten om het voorwerp naar die hoogte te brengen: $E_z = m \cdot g \cdot h$

Deze drie energiesoorten noem je gezamenlijk **mechanische energie**, omdat ze allemaal met krachten en beweging te maken hebben. De zwaarte-energie en de veerenergie zijn allebei voorbeelden van **potentiële energie**. Dat is een verzamelnaam voor soorten energie die afhangen van de positie van het ene voorwerp ten opzichte van het andere: in de genoemde voorbeelden een massa ten opzichte van de aarde en de windingen van de veer ten opzichte van elkaar.
Als arbeid wordt verricht, wordt de ene energiesoort omgezet in een andere, maar de totale energie blijft constant. Dit heet de **wet van behoud van energie**. Als er geen energie bij komt (uit bijvoorbeeld brandstof) en er geen energie verloren gaat (bijvoorbeeld in de vorm van warmte), dan is het systeem een **gesloten systeem**. Daarbinnen is de totale mechanische energie constant.

De regel die geldt voor op gang komen en remmen kun je korter schrijven nu je weet dat $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ de kinetische energie wordt genoemd. In $\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{eind} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{begin}$ staat de eindwaarde min de beginwaarde van deze grootheid, dat is dus de verandering van de kinetische energie. De korte notatie wordt: $\Sigma W = \Delta E_k$

Het ontwerpproces

Er bestaan veel apparaten die de ene energievorm omzetten in de andere en er worden ieder jaar weer nieuwe systemen bedacht. Stel dat je een idee hebt voor een nieuw remsysteem voor metro's. Voordat je dat kunt gaan bouwen, maak je eerst een ontwerp. Bij het ontwerpen van een apparaat of systeem kun je gebruikmaken van wat je weet over energiesoorten. Die kennis helpt bij het bereiken van het doel waarvoor je het apparaat wilt gebruiken.
Als je een product ontwerpt, doorloop je bijna dezelfde stappen als wanneer je een (computer)-model (zie hoofdstuk 1 en 2) opstelt of als je een onderzoek doet. Belangrijk is dat je in plaats van een onderzoeksvraag een aantal wensen (of eisen) hebt van de gebruiker van het product. Daarna kun je een divergente en een convergente fase onderscheiden. In de divergente fase probeer je creatief te zijn en los te komen van bestaande voorbeelden. Je denkt 'out of the box': het is belangrijk dat je komt met echt nieuwe oplossingen voor het probleem van de opdrachtgever. Daarna volgt een convergente fase, waarbij je het idee kiest dat het best haalbaar is, of het goedkoopst, en dat het best zal voldoen aan de ontwerpeisen. Alleen dat ene idee ga je werkelijk uitvoeren.



▲ **figuur 18** ontwerpcyclus

In figuur 18 zie je een schema van de ontwerpcyclus. Het is een cyclisch proces, omdat ook een werkend prototype nieuwe wensen oproept en er verbeterslagen volgen. Alexander Graham Bell bouwde een werkende telefoon. Daarna wilde men draagbare toestellen hebben en nu kunnen we met onze smartphone veel meer doen dan bellen alleen. Thomas Alva Edison onderzocht verschillende materialen op geschiktheid als gloeidraad en bouwde een werkende gloeilamp. Nieuwere lampen, zoals ledlampen, gaan langer mee en zijn energiezuiniger. Zo voldoen ze beter aan de wensen van consumenten.

Onthoud!

- In een systeem kan mechanische energie zijn opgeslagen in de vorm van:
  - veerenergie: $E_v = ½ \cdot C \cdot u^2$
  - kinetische energie: $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$
  - zwaarte-energie: $E_z = m \cdot g \cdot h$
- Potentiële energie is een verzamelnaam voor energiesoorten waarbij de positie van voorwerpen ten opzichte van elkaar van belang is. Voorbeelden zijn veerenergie en zwaarte-energie.
- Voor een gesloten systeem geldt: Als een kracht arbeid verricht, verandert de ene energiesoort in de andere, maar het totaal van veerenergie, kinetische energie en zwaarte-energie blijft constant.
- Voor deze drie energiesoorten geldt de wet van behoud van energie.
- Bij het ontwerpproces doorloop je een cyclus, waarbij de wensen van de gebruiker belangrijk zijn.

Opdrachten

31 Potentiële energie
Er zijn verschillende soorten potentiële energie.
a Geef een voorbeeld van een vorm van potentiële energie.
b Leg uit dat kinetische energie geen vorm van potentiële energie is.

32 Basketbal
De massa van een basketbal is 630 g. Je gooit de bal recht omhoog. Op het moment van loslaten is de snelheid 10 $m\,s^{-1}$.
a Bereken de kinetische energie van de basketbal.
b Bereken de hoogte die de basketbal bereikt.

Een volleybal heeft een massa van 260 g.
c Bereken de snelheid die een volleybal heeft als hij dezelfde kinetische energie heeft als de basketbal van opdracht a.

33 Trampoline
Een persoon met massa 60 kg springt in de gymles vanaf een kast op een trampoline. De beginhoogte is 1,4 m. Daar is de snelheid 0 $m\,s^{-1}$. Op 60 cm hoogte raakt hij de trampoline.
a Bereken de snelheid die de persoon op dat moment heeft.

De trampoline deukt nog 20 cm in voordat de persoon is afgeremd tot snelheid 0 $m\,s^{-1}$.
b Laat met een berekening zien dat de veerconstante van de trampoline gelijk is aan $C = 2{,}9 \cdot 10^4$ $N\,m^{-1}$. Tip: gebruik alleen zwaarte-energie en veerenergie.

34 Pijl
Een boogschutter oefent 170 N m arbeid uit op de pees van een boog. Hij schiet een pijl met een massa van 300 g recht omhoog.
a Bereken de snelheid waarmee de pijl de boog verlaat.
b Bereken hoe hoog de pijl komt.

35 Stuiterbal
Een stuiterbal met massa 200 g valt van 1,5 m hoogte. Op het moment dat hij de grond raakt, begint hij in te deuken. De snelheid neemt af tot het moment waarop de stuiterbal snelheid nul heeft (net als bij de skippybal in figuur 19). Op dat moment is hij maximaal ingedeukt. Daarna veert de bal terug. De snelheid neemt toe in verticale richting, de bal is minder en minder ingedeukt en komt weer los van de grond. Ga ervan uit dat er geen energieverlies is, dus dat de bal perfect stuitert. Ga ook uit van een heel kleine stuiterbal, waarbij de straal zo klein is dat tijdens het indeuken de zwaarte-energie nauwelijks verandert, en ook zo klein dat je er geen rekening mee hoeft te houden dat het zwaartepunt iets boven de grond blijft.



◀ **figuur 19** De skippybal links is op het laagste punt maximaal ingedeukt en heeft verticale snelheid 0.

a Bereken de zwaarte-energie in het hoogste punt.
b Bereken de snelheid op het moment dat de bal de grond raakt.
c Leg uit hoe groot de veerenergie is op het moment dat de bal maximaal is ingedeukt.
d Leg uit wat er met de veerenergie, de kinetische energie en de zwaarte-energie gebeurt tijdens het weer omhoog bewegen van de stuiterbal.
e Teken de stuiterbal in zijn onderste punt, halverwege, en bovenaan. Zet erbij welke energiesoorten aanwezig zijn.

36 Polsstok
Bij polsstokhoogspringen neemt de atleet een aanloop met in zijn handen een flexibele polsstok. Aan het eind van de aanloop is zijn snelheid 10,5 $m\,s^{-1}$. Zijn kinetische energie wordt niet direct omgezet in zwaarte-energie, maar eerst in een andere vorm van energie.
a In welke vorm van energie wordt de kinetische energie in eerste instantie omgezet?
b Bereken hoeveel het zwaartepunt van de atleet omhoog zal gaan als al zijn kinetische energie uiteindelijk wordt omgezet in zwaarte-energie.
c Bereken hoe hoog een polsstokhoogspringer op de maan zou kunnen komen, als zijn aanloop met dezelfde snelheid zou gaan als op aarde.
d Leg uit waarom je voor deze opdracht de massa van de atleet niet hoeft te weten.

37 Kopstation
Een metro rijdt een station binnen met een snelheid van 27 $km\,h^{-1}$. De motor is uit, de bestuurder remt niet. Stel dat er geen enkele wrijvingskracht is. De metro rijdt 2,0 m omhoog tijdens dit binnenrollen.
a Haalt de metro het tot bovenaan? Geef je antwoord in een berekening. Bereken, als de metro het niet haalt, op welke hoogte hij tot stilstand komt. Bereken, als de metro het wel haalt, met welke snelheid hij bovenaan arriveert.

Een metrobestuurder valt in slaap en remt niet aan het eind van een metrolijn. De baan is vlak, de metrotrein botst tegen het uiteinde, waarbij hij tot stilstand komt. Je kunt deze situatie vergelijken met een val van een bepaalde hoogte, waarbij dezelfde snelheid wordt gehaald.
b Bereken welke hoogte overeenkomt met een snelheid van 60 $km\,h^{-1}$.
c Leid een formule af die de overeenkomstige hoogte geeft als functie van de snelheid.

38 Muizenvallanceerinstallatie
In figuur 20 zie je een muizenval. In de veer zit energie opgeslagen, die je wilt gebruiken om een voorwerp zo hoog mogelijk te laten komen. Je mag zelf een voorwerp kiezen. Je mag bijvoorbeeld een knikker een helling op laten rollen of een pijltje recht omhoog lanceren, de enige voorwaarde is dat je de energie van de muizenval gebruikt.
a Met welke stap in de ontwerpcyclus ben je bezig als je noteert: ‘de snelheid van het voorwerp moet aan het begin zo groot mogelijk zijn’?
b Leg uit of de massa van het voorwerp belangrijk is.



◀ **figuur 20** muizenval

Fabian bedenkt dat hij een voorwerp horizontaal wil wegschieten, waarna het een helling op rolt.

c Noem twee eisen waaraan de helling moet voldoen en twee eisen waar het voorwerp aan moet voldoen.

39 Babymobile

Boven de wieg van een baby hangt vaak een speeltje dat beweegt. Soms werkt het op batterijen, vaak komt de energie van een opgewonden veer. Het is belangrijk dat de beweging lang blijft duren.

Ontwerp zo'n speeltje. Gebruik daarbij de stappen van de modelleercyclus, in ieder geval tot en met het maken van een bouwtekening. Denk ook aan veiligheidseisen. Als inspiratie voor ideeën betreffende de energie kun je iets opzoeken over 'staartklokken', of op YouTube kijken naar 'Lauf der Dinge' (maar gebruik van vuur is uiteraard geen goed idee).

40 Galilei

Galilei (1564–1642) liet ballen van een helling rollen. Uit de snelheid v die de ballen onderaan de helling krijgen, kun je de waarde van de valversnelling g bepalen. De helling heeft een lengte l en een hoogte h. De ballen hebben massa m en straal r. Verwaarloos wrijving. Ga er in eerste instantie van uit dat de enige energieomzetting van zwaarte-energie naar kinetische energie is.

a Leid een formule af waarmee je g kunt berekenen uit de andere grootheden.

Niet alleen de beweging van het massamiddelpunt van de ballen is van belang. Naast de gewone kinetische energie gaat er ook energie zitten in het draaien van de bal. Stel dat je de valversnelling berekent uit de eindsnelheid zonder dat je rekening houdt met deze draaiing.

b Leg uit of de waarde die je vindt voor g dan te laag is, precies goed, of te hoog.

+41 Kantelen?

Een kubusvormig blok met een grootte van L bij L bij L cm en een massa van 10 kg glijdt over een glad oppervlak. Hoek D botst tegen een klein vastzittend blokje S aan (zie figuur 21). Het hangt van de snelheid af of het blok kantelt en in de positie terechtkomt die rechts is getekend en dan verder schuift. Als de snelheid te laag is, komt het blok niet voorbij S.

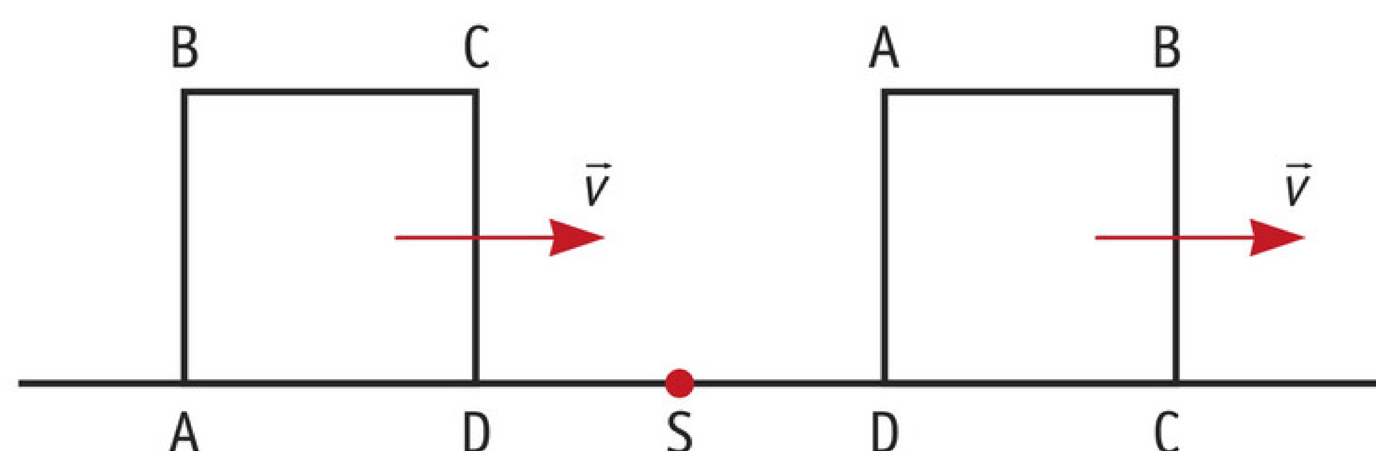
a Van welke energiesoort heeft het blok méér gekregen als het half is gekanteld en op zijn punt D staat?

b Leid een verband af tussen de extra energie en de lengte L.

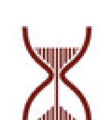
c Leid een verband af tussen de beginsnelheid die minimaal nodig is om voorbij het blokje S te komen en de afmeting L.

d Controleer dat deze uitdrukking klopt wat de eenheden betreft.

e Bereken hoeveel keer zo snel een 2× zo zwaar blok van hetzelfde materiaal moet gaan, om voorbij blokje S te komen.



▲ **figuur 21** Een blok glijdt tegen een klein obstakel.

 **+42** Hoogtepuzzel

Van een 40 meter hoge toren wordt een steen met een snelheid v_0 verticaal omlaag gegooid. Op 30 m hoogte blijkt de zwaarte-energie gelijk te zijn aan de kinetische energie. Ga ervan uit dat op de grond de de zwaarte-energie nul is.

Bereken de grootte van de beginsnelheid v_0.

5 Energie om arbeid te verrichten

In deze paragraaf leer je:
- berekeningen doen aan hoeveelheden elektrische energie;
- berekeningen doen aan hoeveelheden chemische energie;
- hoe je deze energiesoorten moet meerekenen als je de wet van behoud van energie gebruikt.

Een belangrijke conclusie van paragraaf 4 is dat de energie behouden blijft in een gesloten systeem. Wanneer er arbeid wordt verricht, wordt energie van de ene soort in de andere omgezet; de totale hoeveelheid energie blijft behouden. In het dagelijks leven verrichten apparaten en mensen arbeid. Ze moeten dus energie bezitten om arbeid te kunnen verrichten. In deze paragraaf bekijk je waar die energie vandaan komt.

Lift

Een elektrische lift die mensen van de begane grond naar een bepaalde verdieping brengt, verricht arbeid (figuur 22). De zwaarte-energie van de lift die omhooggaat, neemt toe. De energie waarmee de lift de arbeid van het omhooggaan kan verrichten, komt uit het elektriciteitsnetwerk. Alleen als je zowel de lift als het netwerk bekijkt, heb je te maken met een gesloten systeem.
De lift werkt op een bepaalde spanning U. Om de lift omhoog te bewegen, gaat een elektromotor draaien. Daarvoor moet er een stroom I lopen door de elektromotor. Het elektrisch vermogen is dan: $P_{el} = U \cdot I$
Dit verband ken je uit de onderbouw. Het wordt uitgebreid herhaald in hoofdstuk 4. Je weet dat de **elektrische energie** gegeven wordt door $E_{el} = P \cdot t$. Met deze twee formules samen kun je de elektrische energie vinden met: $E_{el} = U \cdot I \cdot t$. Deze elektrische energie wordt door de lift voor een deel omgezet in zwaarte-energie.



▲ **figuur 22** Een lift krijgt de benodigde energie uit het elektriciteitsnet.

Voorbeeldopgave 6

Een elektrische lift werkt op een spanning van 230 V. De lift gaat van de derde naar de vierde verdieping en doet hier 4,5 s over. Er loopt een stroom van 40 A.
Bereken de elektrische energie die de lift verbruikt.

Uitwerking
De elektrische energie kun je berekenen met: $E_{el} = U \cdot I \cdot t$
Gegevens:
$U = 230$ V
$I = 40$ A
$t = 4{,}5$ s
$E_{el} = 230 \times 40 \times 4{,}5 = 4{,}1 \cdot 10^4$ J

Auto

In een auto met verbrandingsmotor wordt brandstof verbrand om vooruit te komen. Bij de verbranding wordt een gas verwarmd dat uitzet en de motor in beweging brengt. De brandstof bevat energie die vrijkomt door een chemisch proces: verbranding. De energie die in de brandstof zit, wordt daarom **chemische energie** genoemd. Deze energie wordt uitgedrukt in de **stookwaarde** *r*: de hoeveelheid energie per liter of per kilogram van de brandstof. De chemische energie bereken je als volgt:

$E_{ch} = r_V \cdot V$
$E_{ch} = r_m \cdot m$

Hierin is:
- r_V de stookwaarde ofwel de hoeveelheid energie per *volume* brandstof, in joule per kubieke meter ($J\,m^{-3}$);
- V het volume van de brandstof in kubieke meter (m^3);
- r_m de stookwaarde ofwel de hoeveelheid energie per *massa* brandstof, in joule per kilogram ($J\,kg^{-1}$);
- m de massa van de brandstof in kilogram (kg).

Voorbeeldopgave 7

Een fonduestel wordt warm gehouden door het verbranden van spiritus. In het brandertje past 25 mL spiritus.
a Bereken hoeveel energie er bij de verbranding vrijkomt.
b Bereken hoeveel arbeid wordt verricht bij het verbranden van de spiritus.
c Stel je kunt arbeid verrichten met alle energie die vrijkomt en daarmee til je een massa van 100 kg op.
Bereken hoe hoog de massa komt.

Uitwerking
a Formule: $E_{ch} = r_V \cdot V$
Gegevens:
Zoek in Binas tabel 28B de stookwaarde van spiritus op: $r_V = 18 \cdot 10^9\ J\,m^{-3}$
$V = 25\ mL = 25 \cdot 10^{-3}\ L = 25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}\ m^3 = 25 \cdot 10^{-6}\ m^3$
$E_{ch} = 18 \cdot 10^9 \times 25 \cdot 10^{-6} = 4{,}5 \cdot 10^5$ J
b Er wordt geen arbeid verricht! Het doel van het verbranden van de spiritus is het omzetten van de chemische energie in warmte.

c Formule: $E_z = m \cdot g \cdot h$, dus $h = \dfrac{E_z}{m \cdot g}$
Gegevens:
Als je wel arbeid met de energie van 25 mL spiritus zou verrichten om een massa van 100 kg op te tillen, dan zou deze massa $4{,}5 \cdot 10^5$ J zwaarte-energie krijgen.
$m = 100$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}

$$h = \frac{E_z}{m \cdot g} = \frac{4{,}5 \cdot 10^5}{100 \cdot 9{,}81} = 4{,}6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Sporter

Een sporter moet een flinke prestatie kunnen leveren en, natuurkundig gezien, veel arbeid kunnen verrichten. Deze energie haalt hij uit voedsel (figuur 23). Je kunt het lichaam zien als een soort verbrandingsmotor. Het voedsel dat je eet, wordt langzaam verbrand. Als je minder energie verbruikt dan je binnenkrijgt, zul je in gewicht aankomen. Voor sporters is het belangrijk goed op hun voeding te letten om een topprestatie te kunnen leveren. De energie in voedsel wordt uitgedrukt in de eenheid kilojoule of kilocalorie. Eén calorie is de hoeveelheid warmte die nodig is om één gram (zuiver) water één graad Celsius in temperatuur te doen stijgen.



▲ **figuur 23** Een sporter krijgt energie uit voedsel.

Onthoud!

- Elektrische energie, $E_{el} = U \cdot I \cdot t$, is in veel toepassingen de energiesoort die voor een deel wordt omgezet in mechanische energie.
- Stoffen bevatten chemische energie die voor een deel vrijkomt bij verbranding. De energie die bij verbranding vrijkomt is de stookwaarde: $E_{ch} = r_V \cdot V$, of $E_{ch} = r_m \cdot m$, waarbij r_V de hoeveelheid energie per kubieke meter stof is, en r_m de hoeveelheid energie per kilogram stof.

Opdrachten

43 Naar het werk

In Binas tabel 28B kun je de stookwaarden van verschillende stoffen vinden.

a Controleer dat de verbrandingswarmte van benzine (99 octaan) gelijk is aan $r_m = 46\ \mathrm{MJ\,kg^{-1}}$.

In Nederland wordt voor woon-werkverkeer gemiddeld 22 km enkele reis gereden. Een bepaalde personenauto rijdt 15 km op 1,0 L benzine.

b Bereken hoeveel arbeid je maximaal kunt verrichten met een liter benzine.

c Bereken hoeveel energie het kost om op en neer met deze auto naar het werk te gaan voor een gemiddelde rit.

Bij autorijden in de stad is veel energie nodig voor het steeds opnieuw op gang komen.

d Maak een beredeneerde schatting van de hoeveelheid benzine die nodig is om een personenauto een snelheid van $50\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ te geven.

44 Optrekkende metro

Een metrotrein van 180 ton trekt in 0,50 min op tot $72\ \mathrm{km\,h^{-1}}$. De spanning op de bovenleiding is 0,75 kV.

a Bereken de gemiddelde stroomsterkte die door de motoren loopt.

Stroomdraden worden heet als er een grote stroom door loopt.

b Leg uit wat het voordeel is van de hoge spanning waarop metro's rijden.

45 Boeing

Een Boeing 747 met een massa van 442 250 kg stijgt op met snelheid $300\ \mathrm{km\,h^{-1}}$.

a Bereken hoeveel liter kerosine verbrand moet worden om deze snelheid te bereiken. Ga ervan uit dat 100% van de chemische energie wordt omgezet in kinetische energie.

De Boeing stijgt naar een hoogte van 10 670 m.

b Bereken hoeveel liter kerosine het kost om die hoogte te bereiken.

Op die hoogte is de snelheid $918\ \mathrm{km\,h^{-1}}$.

c Laat met een berekening zien wat groter is, de kinetische energie of de zwaarte-energie.

Een personenauto met één persoon erin legt met 1 L benzine ongeveer 20 km af. Een Boeing 747 legt met 460 mensen aan boord een afstand af van maximaal 14 815 km. In de tanks past 243 120 L kerosine.

d Laat met een berekening zien welke vorm van vervoer de meeste energie per kilometer per passagier kost.

+46 Raket

Een Ariane-raket heeft bij de start een massa van 710 ton. De maximale kracht die de motor levert is 10,6 MN. In enorme tanks gaat 26 ton waterstof en 130 ton zuurstof mee. De raket gaat recht omhoog. Hij gaat steeds sneller tot de brandstof op is. Daarna remt de zwaartekracht hem af, in het hoogste punt is de snelheid nul.

a Bereken hoeveel energie vrijkomt bij de verbranding van alle brandstof.

Ruud berekent hoe hoog een massa van 710 ton komt met de hoeveelheid energie van opdracht a.

b Voer Ruuds berekening uit.

c Leg uit dat de raket in werkelijkheid hoger komt dan Ruud heeft berekend. (Eén reden heeft te maken met het kleiner worden van de zwaartekracht op grotere hoogte. Uitleg hierover volgt in klas 5. Geef hier een *andere* reden waarom de raket hoger komt dan Ruud denkt.)

47 Klimmen

Een volwassen man heeft per dag ongeveer 2500 kcal nodig, een volwassen vrouw 2000 kcal.

a Gebruik Binas en reken deze hoeveelheden om naar joule.

In een omgeving op kamertemperatuur verliest een man per seconde ongeveer 100 J aan warmte, een vrouw ongeveer 70 J.

b Bereken voor zowel mannen als vrouwen hoeveel energie dit per dag is.

c Bereken hoeveel energie overblijft om arbeid te verrichten. Geef dit aan voor zowel mannen als vrouwen.

d Bereken hoe hoog jij hiermee zou kunnen klimmen. Ga uit van je eigen massa en of je man of vrouw bent.

48 Voedsel

Bekijk de etiketten in figuur 24 van de volgende drie producten: een reep pure chocolade, een pak koekjes en een pak suiker.

a Hoeveel joule energie zit er in 100 g van elk van deze producten?

b Hoe hoog zou je een massa van 100 kg op kunnen tillen met de energie in 100 g van elk van deze producten?

Een man heeft per dag 2500 kcal nodig, een vrouw 2000 kcal.

c Bereken hoeveel chocolade een man en een vrouw zouden moeten eten om aan hun dagelijkse energiebehoefte te voldoen.

Valeurs Nutritionnelles pour / Voedingswaarden per / Nährwertangabe je / Výživové hodnoty	100 g	25 g	% GDA* - 25g
Valeur énergétique / Energie / Energie / Energetická hodnota	2495 kJ / 600 kcal	624 kJ / 150 kcal	8%
Protéines / Eiwitten / Eiweiß / Bílkoviny	7.1 g	1.8 g	4%
Glucides / Koolhydraten / Kohlenydrate / Sacharidy	32.0 g	8.1 g	3%
dont sucres / waarvan suiker / davon Zucker / z nich cukry	28.0 g	7.0 g	8%
Lipides / Vetten / Fett / Tuky	46.5 g	11.5 g	17%
dont acides gras saturés / waarvan verzadigde / davon gesättigte Fettsäuren / z něho nasycené mastné kyseliny	29.0 g	7.2 g	36%
Fibres alimentaires / Voedingsvezels / Ballaststoffe / Vláknina	11.0 g	2.7 g	11%
Sodium / Natrium / Natrium / Sodík	0.01 g	< 0.01 g	<1%

25g 150 kcal 8% GDA*

*GDA = Repères Nutritionnels Journaliers pour un adulte sur base d'un apport moyen de 2000 kcal. Pour plus d'information : www.cotedor.com / *GDA = Dagelijkse Voedingsrichtlijn voor een volwassene op basis van een gemiddelde behoefte van 2000 kcal. Voor meer informatie: www.cotedor.com / *GDA = Richtwert für die Tageszufuhr basierend auf einer ausgewogenen Ernährung eines durchschnittlichen Erwachsenen von täglich 2.000 kcal. Ausführliche Informationen zu GDA unter www.cotedor.com / *GDA = DDM = Doporučené denní množství představuje přibližný obsah energie a živin pro průměrného dospělého člověka přepočítaný na příjem 2000 kcal. Více informací naleznete na www.cotedor.com

(a)

12 stuks per 2 verpakt — 210 gram ℮

Voedingswaarde per 100 g		Voedingswaarde per stuk 18 g	
Energie	1912 kJ/455 kcal	Energie	335 kJ/80 kcal
Eiwit	6,4 g	Eiwit	1,1 g
Koolhydraten	70,0 g	Koolhydraten	12,3 g
waarvan suikers	31,8 g	waarvan suikers	5,6 g
Vet	16,6 g	Vet	2,9 g
waarvan verzadigd vet	4,0 g	waarvan verzadigd vet	0,7 g
enkelvoudig onverzadigd vet	9,2 g	enkelvoudig onverzadigd vet	1,6 g
meervoudig onverzadigd vet	2,3 g	meervoudig onverzadigd vet	0,4 g
Trans	0,8 g	Trans	0,1 g
Voedingsvezel	1,1 g	Voedingsvezel	0,2 g
Natrium	0,4 g	Natrium	0,07 g
Mineralen		Mineralen	
calcium	(=50% ADH) 400 mg	calcium	(=9% ADH) 70 mg
ijzer	(=50% ADH) 7,4 mg	ijzer	(=9% ADH) 1,3 mg
Vitamine B6	(=55% ADH) 1,1 mg	Vitamine B6	(=10% ADH) 1,1 mg

ADH = Aanbevolen Dagelijkse Hoeveelheid — Eén koekje bevat 80 kcal.

(b)

Voedingswaarde per 100 gram	
Energie	1683 kJ (396 kcal)
Eiwitten	0 g
Koolhydraten	99 g
Vetten	0 g

Een theelepel bevat 2 gram Witte Basterdsuiker (= 8 kcal)

(c)

▲ **figuur 24** etiketten van (a) een reep pure chocolade, (b) een pak koekjes en (c) een pak suiker

49 Batterij

Een batterij van 1,5 V bevat 12 kJ energie. Een speelgoedautootje met twee van deze batterijen heeft een massa van 450 g.

Bereken hoe hoog dit autootje kan komen als alle energie uit de batterijen zou worden omgezet in zwaarte-energie.

50 Omzettingen
Een kolengestookte energiecentrale verbrandt steenkool om met stoom een turbine in beweging te zetten. De turbine is aangesloten op een dynamo die elektriciteit opwekt. De elektriciteit wordt via hoogspanningskabels getransporteerd naar woningen en bedrijven. In een winkelcentrum wordt met de elektriciteit een lift bediend.
Beschrijf met behulp van een schema de energieomzettingen die in voorgaande tekst ter sprake komen. Geef in het schema aan waar arbeid wordt verricht en welke energiesoorten een rol spelen.

51 Roltrap
Een roltrap in een winkel brengt mensen van de begane grond naar de eerste verdieping, 4,0 m hoger. Er staat een gezin op de roltrap: vader, moeder en twee kinderen. Het gezin heeft een totale massa van 190 kg.
a Bereken hoeveel elektrische stroom er minimaal moet lopen om dit gezin in 6,0 seconden boven te krijgen. Neem aan dat de spanning gelijk is aan U = 230 V.
b Leg uit waarom in werkelijkheid de stroom groter zal zijn.
c Leg uit wat er gebeurt met de stroom wanneer de spanning groter is.
d Leg uit wat er bij gelijke spanning met de stroom gebeurt wanneer de roltrap sneller gaat.
e Leg uit wat er bij gelijke spanning met de stroom gebeurt wanneer er meer mensen op de roltrap staan.

+52 Energiedichtheid
De stookwaarde r_m kun je ook zien als de energiedichtheid van een stof: de hoeveelheid energie per kilogram van een bepaalde stof. Hoe groter de energiedichtheid, hoe minder je van de brandstof mee hoeft te nemen om een bepaalde afstand af te leggen.
Bereken welk van de genoemde stoffen in Binas tabel 28B de grootste energiedichtheid heeft. (Je kunt dit niet voor alle stoffen berekenen omdat voor sommige stoffen gegevens ontbreken.)

6 Warmte en rendement

In deze paragraaf leer je:
- dat warmte ontstaat als er wrijvingskrachten zijn;
- dat de wet van behoud van energie geldig blijft als je ook de hoeveelheid warmte die ontstaat erbij betrekt.

In alle voorbeelden in de vorige paragrafen was de totale energie behouden. Voor een vallende regendruppel lijkt dat niet het geval te zijn. Als alle zwaarte-energie van een druppel op 2 km hoogte zou worden omgezet in kinetische energie, zou de snelheid vlak voor het neerkomen 200 m s^{-1} zijn. Gelukkig komt de druppel met een lagere snelheid op je hoofd. De enorme hoeveelheid zwaarte-energie wordt niet geheel omgezet in kinetische energie.

Vallende meteoroïde

Bij een steen die uit de ruimte komt zie je duidelijk welk soort energie ontstaat. Als bij het vallen van de meteoroïde (figuur 25) alle zwaarte-energie zou worden omgezet in kinetische energie, dan zou dat leiden tot een eindsnelheid van 11,2 km s^{-1}. Echter, een groot deel van de zwaarte-energie van een meteoroïde wordt opgebruikt bij het warm worden en het verdampen

van het materiaal. Een ander deel wordt omgezet in warmte bij het in beweging zetten van de lucht, die door de steen opzij wordt geduwd. Uiteindelijk stijgt de luchttemperatuur daardoor een beetje, maar die warmte wordt verdeeld over heel veel lucht, dus dat is niet merkbaar. Eenmaal bij de aarde is er meestal geen steen meer over. Heel soms, als de meteoroïde erg groot is, blijft er een klein brokje over dat de aarde bereikt. Er is dan een beetje kinetische energie over, maar veruit de meeste energie is omgezet in warmte.



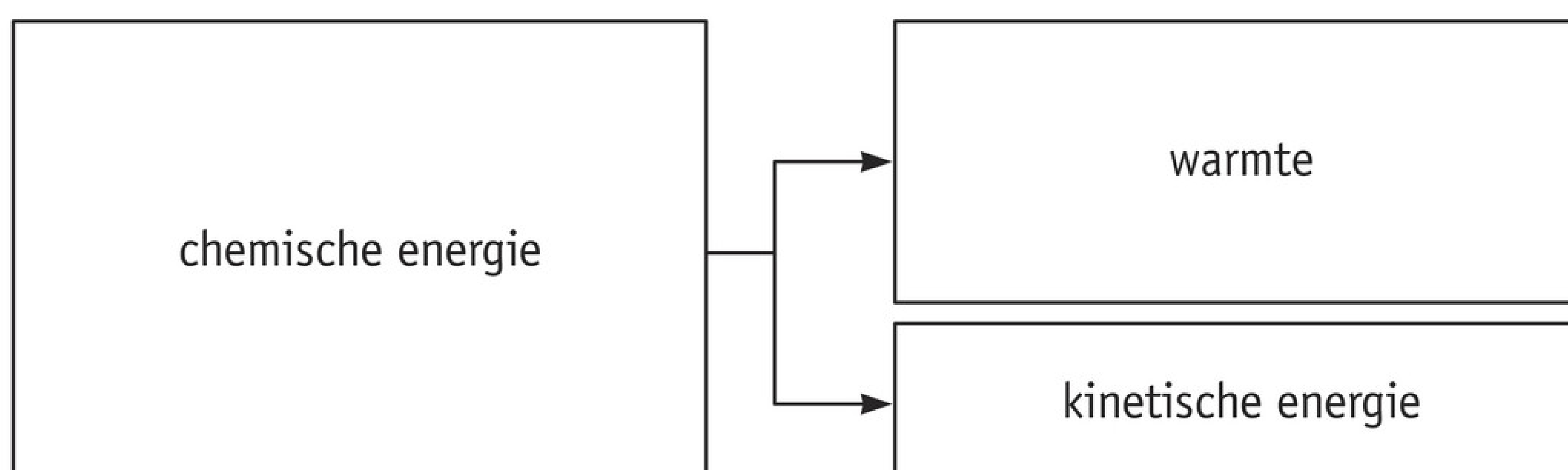
▲ **figuur 25** Een meteoroïde schiet langs de hemel: er ontstaan licht en warmte.

Warmte meetellen

In de eerdere voorbeelden van dit hoofdstuk werden verschillende soorten mechanische energie in elkaar omgezet: veerenergie, kinetische energie en zwaarte-energie. Later bleek dat elektrische energie uit het stopcontact, en de energie die vrijkomt bij verbranding van brandstoffen ook een rol spelen bij energiebehoud. Vaak begin je met energie in de vorm van elektrische energie of chemische energie (in brandstoffen) en zet je die om in mechanische energie. Alle energiesoorten, die je 'in het proces' stopt, moeten worden meegeteld als je de wet van behoud van energie toepast.
Nu blijkt dat ook de energiesoort meetelt die ontstaat als iets heet wordt, namelijk **warmte**. Als je warmte meerekent, dan geldt de wet van behoud van energie nog steeds.

Wrijving door luchtweerstand en rolweerstand

De wrijving tussen de meteoroïde en de lucht is de oorzaak van het ontstaan van warmte. Als er wrijving is, ontstaat er warmte.
Een andere situatie waarbij **luchtweerstand** een rol speelt, is in het verkeer. Een auto op gang brengen van 0 tot 100 $km\,h^{-1}$ kost nog geen 0,02 L benzine. Als je in de stad rijdt, moet je steeds opnieuw op gang komen, waarbij de totale hoeveelheid kinetische energie die je met benzine moet maken, oploopt. In figuur 26 zie je een schema van de energiestroom bij het begin van een rit.



▲ **figuur 26** schema van hoe de chemische energie wordt gebruikt bij het begin van een autorit

Bij een rit op de snelweg hoeft dat op gang komen maar één keer te gebeuren. Op de snelweg ben je het grootste deel van de tijd bezig met het overwinnen van de luchtweerstand. Je besteedt per honderd kilometer snelweg ongeveer tweehonderd miljoen joule aan het opzijduwen van lucht, dat is de energie-inhoud van ongeveer 6 L benzine.
Een auto heeft ook een klein beetje **rolweerstand**. De banden worden daardoor warm, dus ook bij dat deel van het verlies aan mechanische energie ontstaat warmte. Als je aan het eind van de rit afremt en je auto parkeert, heb je als nettoresultaat van de hele rit de energiesoort chemische energie uit benzine omgezet in de energiesoort warmte. De kinetische energie van de auto is inmiddels weer nul geworden.
De hoeveelheid warmte die ontstaat, is gelijk aan de wrijvingskracht maal de afstand waarover die wrijvingskracht werkt.
De energiesoort warmte wordt meestal met een hoofdletter Q aangegeven. Er geldt: $Q = F_w \cdot s$.
De ontstane hoeveelheid warmte reken je positief.
De arbeid die de wrijvingskracht op de auto verricht is negatief, doordat de kracht en de verplaatsing tegengesteld gericht zijn. Als de motor niet werkt, wordt de auto door de wrijvingskracht afgeremd. Er wordt dan kinetische energie omgezet in warmte. Als de motor wel werkt, zorgt de negatieve arbeid van de wrijvingskracht ervoor dat de snelheid niet eindeloos blijft toenemen, ondanks de positieve arbeid die de stuwkracht verricht. De chemische energie wordt niet omgezet in extra kinetische energie, maar in warmte.

Elektrische weerstand

Net als de meteoroïde en de autobanden worden ook stroomdraden warm. Een elektrische gelijkspanning is voor een elektron net zoiets als de zwaartekracht voor een meteoroïde. De meteoroïde wordt naar de aarde getrokken, het elektron naar de pluspool. Net zoals een meteoroïde zonder luchtweerstand op het aardoppervlak zou inslaan, zou het elektron inslaan op de pluspool als het geen weerstand zou ondervinden. Als het elektron door een vacuüm beweegt, gebeurt dat inderdaad. Zo werkt een röntgenbuis: het elektron slaat met hoge snelheid in op de elektrode. In het materiaal wordt de kinetische energie uiteindelijk omgezet in röntgenstraling.
In een stroomdraad moet het elektron zich door een rooster van trillende metaalatomen met onregelmatigheden worstelen. De verhoudingen zijn anders dan die bij de meteoroïde in de lucht, want het elektron is veel lichter dan de metaalionen, terwijl een meteoroïde veel zwaarder is dan de luchtmoleculen. Toch kun je deze situaties met elkaar vergelijken: elektron en meteoroïde zouden als ze niet gehinderd werden allebei versnellen, maar ze botsen voortdurend op obstakels. En net zoals een meteoroïde zichzelf en de lucht heet maakt als er luchtweerstand is, zo maakt het elektron de stroomdraad heet als er elektrische weerstand is. Ook hier ontstaat warmte.

Rendement

In de meeste situaties is vrijkomende warmte ongewenst. Je laat geen automotor draaien met de bedoeling dat deze de lucht verwarmt. Ook de warmte die ontstaat in schakelingen van een computer is ongewenst. Het deel van het geheel dat wel wordt omgezet in de gewenste energievorm, noem je het **rendement** (η). De definitie van rendement is: het percentage van de energie die ergens ingaat (E_{in}) dat vrijkomt in de vorm die je wilt hebben. De gewenste vrijkomende energie wordt **nuttige energie** (E_{nuttig}) genoemd. Het rendement bereken je met:

$$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} \cdot 100\%$$

Soms wordt de 100% weggelaten; het rendement is dan een getal tussen 0 en 1. Het rendement heeft geen eenheid. Dit komt doordat je twee energieën, beide uitgedrukt in joule, door elkaar deelt.

Onthoud!

- Door wrijvingskracht ontstaat warmte. Deze energiesoort moet je meetellen als je berekeningen doet met de wet van behoud van energie.
- De hoeveelheid warmte wordt gegeven door: $Q = F_w \cdot s$
- Meestal is warmte ongewenst. De gewenste energie is een percentage van de verbruikte energie. Dit percentage noem je het rendement: $\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} \cdot 100\%$

Opdrachten

53 Opstijgende raket
Een raket verbrandt tijdens het opstijgen brandstof, meestal waterstofgas.
a Hoe heet de energiesoort die wordt verbruikt?
b Welke drie energiesoorten ontstaan bij het opstijgen?

54 In de lucht schieten
In bepaalde landen schieten mensen soms met geweren in de lucht bij feestelijke gebeurtenissen, zoals een bruiloft. Als je geraakt wordt door een terugvallende kogel, is dat minder gevaarlijk dan wanneer je van korte afstand met hetzelfde geweer wordt neergeschoten. Kennelijk heeft de terugvallende kogel minder kinetische energie dan hij had toen hij het geweer verliet.
Omschrijf alle energieomzettingen die een rol spelen bij het in de lucht schieten met een geweer en leg uit waarom een terugvallende kogel minder gevaarlijk is dan een kogel die je raakt direct nadat hij uit een geweer komt.

55 Heet metrostation
Stel dat een metrotrein van 200 ton afremt van 72 km h^{-1} tot stilstand, dat de remmen heet worden, en dat de warmte uiteindelijk wordt afgegeven aan de lucht in het metrostation. Het perron is 200 m lang, de tunnel is 4,0 m hoog en 10 m breed. Het kost ongeveer 1 kJ om 1 kg lucht met 1 °C op te warmen.
a Bereken hoe groot de temperatuurstijging van de lucht in het station is per keer dat zo'n metro remt.
b Geef twee redenen waarom de temperatuurstijging in werkelijkheid minder groot zal zijn.

56 Remmen bij afdaling
Als een automobilist al remmend een berg afrijdt, worden de remmen heet.
a Bereken hoeveel *extra* warmte ontstaat als een auto 200 kg extra bagage aan boord heeft, bij een afdaling vanaf 500 m hoogte.

Bij afdalingen zijn zogenaamde grindbakken aangelegd, waarin een auto tot stilstand kan komen als de remmen het niet meer doen. Een internationaal vrachtwagenchauffeur zegt hierover: "Als m'n remmen het niet meer doen, en ik rij met 140 die berg af (want dat is een goeie afdaling), dan moet ik toch een goeie coureur zijn om hem nog in de grindbak te mikken. Ik vraag me dan ook af of die grindbak van 30 meter mijn vrachtwagen van circa 40 ton met 140 km h^{-1} wel stopt."
b Bereken hoe groot de gemiddelde wrijvingskracht tussen het grind en de banden moet zijn om deze vrachtwagencombinatie te stoppen.

57 Droogmalen

De Schermer, de Haarlemmermeerpolder en de Flevopolders stonden ooit onder water. De Schermer is drooggemalen met behulp van windmolens, de Haarlemmermeerpolder met stoomgemalen en voor de Flevopolders werd diesel (ook gasolie genoemd) als brandstof voor de gemalen gebruikt.
Stel je voor dat een dijk wordt aangelegd en dat iemand steeds 2 m omhoogloopt met twee emmers water van elk 10 L, de emmers leeggooit in de ringvaart achter de dijk en weer terugloopt.

a Welke energiesoort geef je het water bij dit proces?
b Bereken de hoeveelheid energie die het water krijgt, per keer lopen.

Iemand komt op het idee dat de persoon beter beneden kan blijven en de emmers water door middel van een constructie met touwen en katrollen omhoog kan takelen, waarbij de emmers bovenaan automatisch geleegd worden doordat ze ondersteboven komen te hangen.

c Leg uit dat het rendement van dit proces ongeveer vijf keer zo groot is als in het geval van de man die steeds met zijn emmertjes omhoogloopt.

Een getraind iemand kan per seconde ongeveer 200 J energie leveren.

d Maak een schatting van het aantal jaar dat het zou kosten totdat iemand met een veertigurige werkweek de Haarlemmermeerpolder (17 000 hectare, 5 m diep) heeft leeggeschept.
e Maak een schatting van de hoeveelheid diesel die nodig was om de Flevopolders (6× zo groot als de Haarlemmermeerpolder) leeg te pompen.

58 Pijl met wrijving

Met een boog schiet je een pijl van 200 g recht omhoog. De veerconstante van de boog is 3,0 kN m^{-1}. De uitrekking is 20 cm. De snelheid waarmee de pijl de boog verlaat is 30 m s^{-1}. De pijl komt 35 m hoog.

a Bereken het rendement van de energieomzetting van veerenergie naar kinetische energie. Druk je antwoord uit in procenten.
b Bereken hoeveel warmte bij dat proces ontstaat.
c Bereken het rendement van de energieomzetting van kinetische energie naar zwaarte-energie. Druk je antwoord uit in procenten.
d Bereken de gemiddelde wrijvingskracht op de pijl tijdens het opstijgen.
e Bereken het rendement van het hele proces: de omzetting van veerenergie naar zwaarte-energie.
f Leg uit hoe je dit antwoord uit de antwoorden op opdracht a en c kunt verkrijgen.

59 Vrachtwagen over heuvel

Een vrachtauto die inclusief lading een massa heeft van 30 ton rijdt een heuvel op die 100 m hoog is. Dit blijkt 2,0 L diesel (gasolie) meer te kosten dan het afleggen van dezelfde afstand op een vlakke weg.

a Bereken het rendement van de motor van die vrachtwagen.

Bij het dalen moet de chauffeur voortdurend remmen om dezelfde snelheid te houden.

b Bereken de hoeveelheid warmte die ontstaat.

Stel dat dit een hybride vrachtwagen is: bij het dalen wordt de zwaarte-energie omgezet in elektrische energie, die later kan worden gebruikt.

c Leg uit dat de besparing minder dan 2,0 L diesel bedraagt.

60 Roltrap

Een roltrap werkt op een spanning van 750 V. Op een drukke dag transporteert de roltrap elke 10 s twintig mensen met een gemiddelde massa van 70 kg over een afstand van 4,0 m naar boven. Op dat moment is de stroomsterkte door de draden 10 A.
Bereken het rendement van de energieomzetting.

7 Vermogen

In deze paragraaf leer je:
- de definitie van vermogen;
- berekeningen uitvoeren met arbeid, tijd en vermogen;
- hoe bij constante snelheid het vermogen afhangt van de geleverde kracht en de grootte van de snelheid;
- berekeningen uitvoeren met snelheid, kracht en vermogen.

Een trap oprennen is een grotere prestatie dan dezelfde trap rustig oplopen. Bij het verrichten van arbeid maakt het uit in hoeveel *tijd* je die arbeid verricht. Dit wordt uitgedrukt door de grootheid vermogen.

Vermogen

Het vermogen P (denk aan het Engelse woord *power*) kun je uitrekenen met:

$$P = \frac{W}{t}$$

Hierin is:
- P het vermogen in watt (W);
- W de arbeid in joule (J);
- t de tijd waarin de arbeid wordt geleverd in seconde (s).

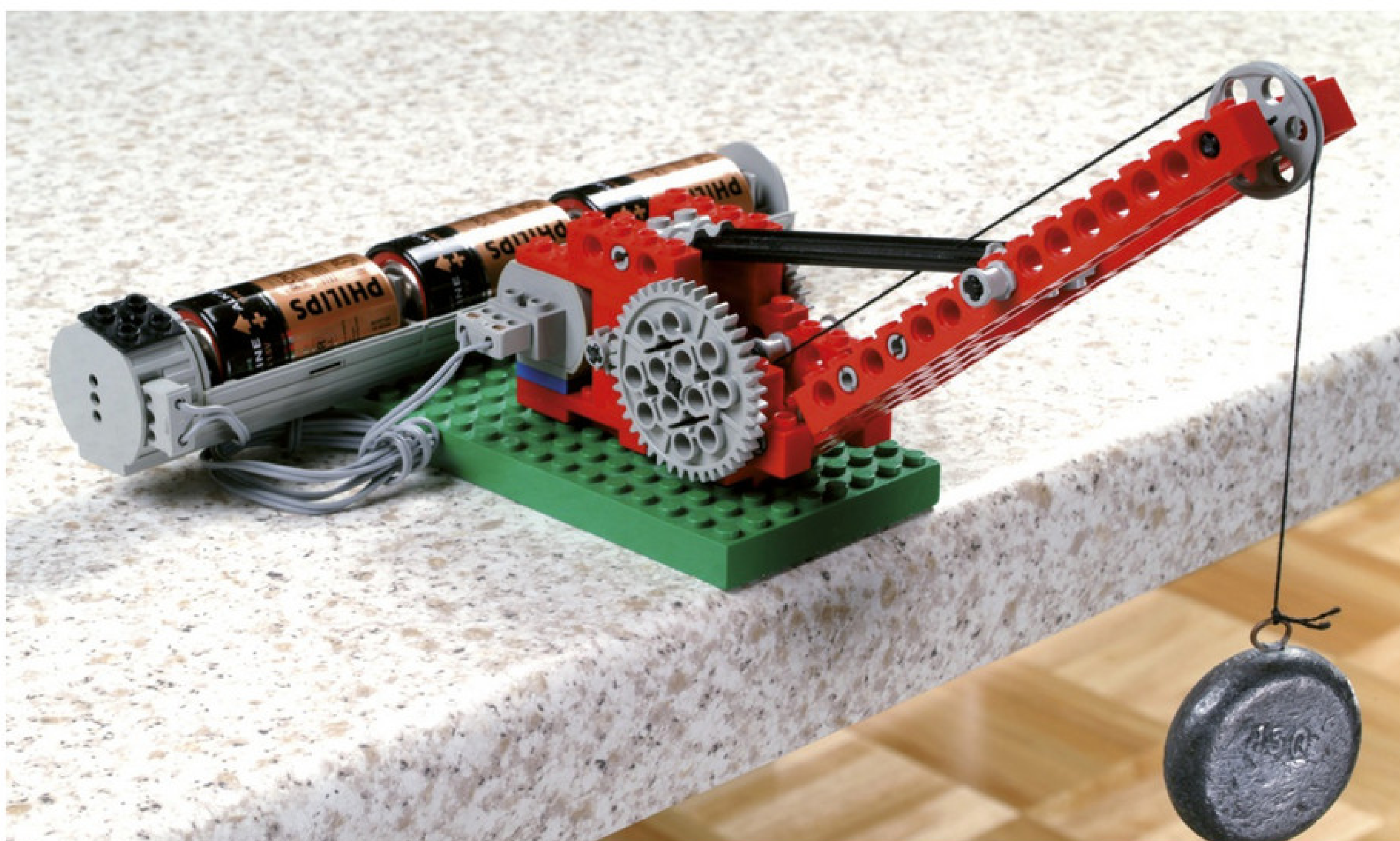
Uit deze formule kun je aflezen dat de eenheid watt gelijk is aan joule per seconde: $1\ \text{W} = 1\ \text{J s}^{-1}$

Vermogen en rendement

Vermogen ben je al tegengekomen in paragraaf 5. Daar ging het over *elektrisch* vermogen. Om het verschil tussen de soorten vermogen duidelijk te maken, kun je kijken naar het ophijsen van een massa met een elektromotor (figuur 27). Het elektrisch vermogen van de elektromotor bereken je met $P_{el} = U \cdot I$. Dit is het **toegevoerde vermogen**, ofwel de energie die de elektromotor per seconde van het elektriciteitsnet of een batterij opneemt. Het resultaat van de elektromotor is dat een massa tot een bepaalde hoogte wordt opgetild. Dit kost arbeid: $W = m \cdot g \cdot h$

Het vermogen dat daarbij hoort, is $P = \frac{W}{t}$. Dit is niet gelijk aan het elektrisch vermogen P_{el}.

Een elektromotor gebruikt namelijk niet al het opgenomen vermogen om de massa op te tillen. Een deel van de energie komt vrij als warmte (dat is niet-nuttige energie). Die warmte kun je vaak goed voelen.



◀ **figuur 27** Een massa wordt opgehesen met een elektromotor.

Je zou kunnen zeggen dat $P = \frac{W}{t}$ het minimale vermogen is dat een mens of apparaat nodig heeft bij het omzetten van energie. Dit is het nuttig geleverde vermogen wanneer het rendement 100% is. In de praktijk zal het rendement lager zijn. Een deel van het vermogen wordt omgezet in warmte. In paragraaf 6 heb je het rendement berekend met energie E. Omdat $E = P \cdot t$ kun je ook het rendement uitrekenen met vermogen P:

$$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} \cdot 100\% = \frac{P_{nuttig} \cdot t}{P_{in} \cdot t} \cdot 100\% = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

In het geval van de elektromotor die een massa ophijst, is het nuttig vermogen gelijk aan $P_{nuttig} = \frac{W}{t}$ en het opgenomen vermogen P_{in} gelijk aan $P_{el} = U \cdot I$

Voorbeeldopgave 8

Een elektrisch hijskraantje tilt in 3,0 s een gewichtje van 200 g over een hoogte van 1,0 m omhoog. Het hijskraantje is aangesloten op een spanningsbron van 12 V. Er loopt een stroom van 60 mA.
Bereken het rendement van het kraantje.

Uitwerking
Het nuttig vermogen bereken je door de toename van de zwaarte-energie te delen door de tijd waarin het gewichtje omhoog wordt getild:

$$P_{nuttig} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{0{,}200 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}0}{3{,}0} = 0{,}654 \text{ W}$$

Het vermogen dat wordt toegevoerd is gelijk aan het elektrisch vermogen:
$P_{in} = P_{el} = U \cdot I = 12 \times 60 \cdot 10^{-3} = 0{,}72$ W

Het rendement is dan: $\eta = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{0{,}654}{0{,}72} \times 100\% = 91\%$

▶ **EXPERIMENT 2** Elektrisch hijsen (apparatuurpracticum)

Vermogen en snelheid

In de eerste paragraaf van dit hoofdstuk is de arbeid W gedefinieerd als $W = F \cdot s$. Als je dit invult in de formule voor vermogen, dan krijg je: $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t}$. Merk op dat je $\frac{s}{t}$ ook kunt zien als de gemiddelde snelheid. Als je de verplaatsing in een heel korte tijd bekijkt, dan is $\frac{s}{t}$ de snelheid op dat moment (zie ook hoofdstuk 1). Je kunt het vermogen dus ook als volgt berekenen:

$$P = F \cdot v$$

Hierin is:
- P het vermogen in watt (W);
- F de (gemiddelde) kracht in newton (N);
- v de (gemiddelde) snelheid in meter per seconde ($m\,s^{-1}$).

Dit kun je gebruiken bij het bepalen van het vermogen dat je moet leveren om de luchtwrijving te overwinnen (bijvoorbeeld op de fiets of met een auto). De luchtweerstandskracht is evenredig met het kwadraat van de snelheid (zie ook paragraaf 2.1):

$F_{w,l} \sim v^2$ (ook wel $F_{w,l} = k \cdot v^2$)

Het vermogen is dan evenredig met de derde macht van de snelheid:

$P = F_{w,l} \cdot v \sim v^3$

Dus als je *twee* keer zo hard rijdt, moet je *acht* keer zoveel vermogen leveren. Het vermogen dat een mens, auto, vliegtuig, trein, enzovoort kan leveren, is vaak een vast gegeven. Het hangt bijvoorbeeld af van hoe fit en getraind je bent. Daarmee ligt bijvoorbeeld ook je maximale snelheid op de fiets vast.

Voorbeeldopgave 9

Een raceauto met een massa van 850 kg versnelt vanuit stilstand met een constante versnelling van 8,0 m s^{-2}.
Bereken het nuttig vermogen van de auto na 10 s.

Uitwerking
Het vermogen dat nuttig geleverd wordt, kun je vinden met $P = F \cdot v$, waarbij je voor de kracht de resulterende kracht op de auto invult.
De resulterende kracht vind je met $F_{res} = m \cdot a = 850 \times 8{,}0 = 6{,}8 \cdot 10^3$ N
Nu moet je nog de snelheid van de auto weten na 10 s.
Die vind je met $v = a \cdot t = 8{,}0 \times 10 = 80$ m s^{-1}
Invullen van de kracht en de snelheid geeft: $P = 6{,}8 \cdot 10^3 \times 80 = 5{,}4 \cdot 10^5$ W

▶ **EXPERIMENT 3** Het vermogen van een mens (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Het vermogen wordt gegeven door: $P = \frac{W}{t}$
- Het rendement kun je uitdrukken in het toegevoerde vermogen P_{in} en het nuttig vermogen P_{nuttig}: $\eta = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\%$
- Het vermogen kun je ook berekenen met: $P = F \cdot v$

Opdrachten

61 Paardenkracht
Vroeger werd het vermogen van auto's uitgedrukt in 'paardenkracht'. Een vermogen van 1 paardenkracht is wat een paard ongeveer kan presteren. De definitie: een paardenkracht komt overeen met het vermogen om een massa van 150 kg in 1 min 30,0 m omhoog te hijsen.
a Leg uit waarom 'paardenkracht' een misleidende naam voor deze eenheid is.
b Laat met een berekening zien dat 1 paardenkracht = 736 W.

62 Minder efficiënt
Een verbrandingsmotor kan een rendement leveren van 25%.
a Bereken de arbeid die de motor kan leveren met een liter benzine.

Je kunt aan de uitlaat van een auto merken dat het rendement van de motor niet gelijk is aan 100%.
b Leg uit hoe je dat kunt merken.

63 Rendement roltrap
Een roltrap werkt op een spanning van 230 V. Er loopt een stroom van 4,77 A. Op de roltrap staat een gezin met een massa van 190 kg. De verticale snelheid van de roltrap is 0,50 m s^{-1}.
a Bereken het rendement van de elektromotor in de roltrap.
b Bereken hoeveel warmte gemiddeld per seconde wordt geproduceerd.

64 Wielrenner
Over de beklimming van de Alpe d'Huez door wielrenners vind je de volgende gegevens:
Recordhouder: Contador (37 min 30 s); Alpe d'Huez hoogteverschil: 1071 m; Lengte van de klim: 14,3 km; Gemiddelde snelheid: 22,8 km h^{-1}; Gewicht fietser: 63 kg; Fiets: 7 kg; Arbeid voor hoogteverschil ($m \cdot g \cdot h$) = 70 × 10 × 1071 = 749 700 J; Gemiddeld uitwendig vermogen: 333 watt.
Ga met een berekening na of het opgegeven vermogen klopt.

65 Arbeid mens
Een volwassen man heeft per dag ongeveer 2500 kcal nodig, een volwassen vrouw 2000 kcal. Het vermogen dat een man verliest aan warmte is ongeveer 100 W. Voor een vrouw is dit ongeveer 70 W.
Stel dat je de energie die niet wordt omgezet in warmte volledig in arbeid kunt omzetten en je die arbeid in 16 uur levert.
Bereken het vermogen dat je dan levert.

66 Motoren van de metro
De (gemiddelde) stuwkracht die de motor van een bepaalde metrotrein levert is 135 kN, de afstand 1,0 km en de reisduur 1,0 min.
a Bereken de arbeid die de motor verricht.
b Bereken het (gemiddelde) nuttig vermogen.
c De motor van de locomotief heeft een rendement van 90%. Bereken het (gemiddelde) opgenomen vermogen.

Een langere, zwaardere metrotrein heeft een groter vermogen nodig.
d Leg uit dat het vermogen dat nodig is voor op gang komen en voor stijgen evenredig is met de massa, maar het vermogen dat nodig is voor met constante snelheid op een recht stuk rijden niet.
e Beredeneer hoeveel maal zo groot het benodigde vermogen is als een metro 1,5 maal zo snel rijdt op een recht stuk, waarbij alleen luchtweerstand hoeft te worden overwonnen.

67 Remmende krachten op auto
Een auto heeft een topsnelheid van 200 km h^{-1} en bij deze snelheid een vermogen van 92 kW.
a Bereken de totale wrijvingskracht wanneer de auto op topsnelheid rijdt.

De c_w-waarde van de auto is 0,290 en de grootte van het frontaal oppervlak is 2,30 m^2.
b Bereken hoe groot de rolweerstand van de auto is. Ga ervan uit dat er alleen lucht- en rolweerstand is.

Wanneer de auto 100 km met een snelheid van 100 km h^{-1} rijdt, wordt er 6,2 L benzine verbrand.

c Bereken het rendement van de auto. Ga ervan uit dat de rolweerstand voor alle snelheden hetzelfde is.

Als je met een auto een steile helling afrijdt, moet je voortdurend remmen. De remmen worden daarbij heet. Ga uit van steeds dezelfde snelheid van 20 km h^{-1}.

d Leg met behulp van de formule $P = F \cdot v$ uit dat de remmen heter worden bij een steilere helling.

e Leg dit ook uit met behulp van de formule $E_z = m \cdot g \cdot h$

68 Mechanische doping

Een wielrenner levert een constant vermogen van 200 W op een recht stuk weg van 2,0 km lengte. Ga ervan uit dat de luchtweerstand de enige tegenwerkende kracht is en dat die wordt gegeven door $F_{w,l} = 0{,}2 \cdot v^2$

a Bereken de snelheid van de wielrenner.

De wielrenner gaat vals spelen: hij heeft een elektromotortje in zijn fiets (dat wordt mechanische doping genoemd). Dat motortje levert 40 W vermogen bovenop de normale 200 W.

b Bereken hoeveel tijdwinst de wielrenner boekt op een stuk van 2,0 km lengte.

69 Model voor op gang komen

Bij het op gang komen van een motorfiets is er een maximale kracht en een maximaal vermogen. De maximale kracht heeft te maken met de grip van de banden op de weg, het maximale vermogen heeft te maken met de werking van de benzinemotor.

a Leg uit dat direct na de start de kracht de beperkende factor is en later het vermogen. Gebruik in je uitleg een formule.

Een aantal gegevens wordt verwerkt in een computermodel (figuur 28). Behalve de snelheid v en de positie x worden ook drie energiewaarden bijgehouden, de kinetische energie E_{kin}, de totale energie $E_{gebruikt}$, en de opwarming van de lucht door wrijving Q. Volgens het model ontstaat in de motor geen warmte en is de rolweerstand gelijk aan nul.

b Vul de regels 3, 7, 8 en 9 in figuur 28 aan.

c Geef een andere formule waarmee je ook de warmte Q die aan de lucht wordt afgegeven kunt uitrekenen.

d Leg uit dat de motor uiteindelijk een constante eindsnelheid zal bereiken.

e Voer het model uit en bepaal de eindsnelheid.

modelvergelijkingen

```
1  Als v < vgrens Dan Fmotor := Fmax
2  Anders Fmotor := Pmax/v EindAls
3  Flucht := ...*v^2
4  Fres := Fmotor - Flucht
5  a := Fres/m
6  v := v + a*dt
7  x := ...
8  Ekin := ...
9  Egebruikt := Egebruikt + ...*v*dt
10 Q := Q + Flucht*v*dt
11 t := t + dt
```

startwaarden

```
1  t := 0
2  dt := 0.1
3  x := 0
4  v := 0
5  m := 300
6  vgrens := 10
7  Fmax := 1200
8  Pmax := Fmax*vgrens
9  k := 0.1
10 Egebruikt := 0
11 Q := 0
12 Ekin := 0
```

▲ **figuur 28** model voor een motorfiets die start

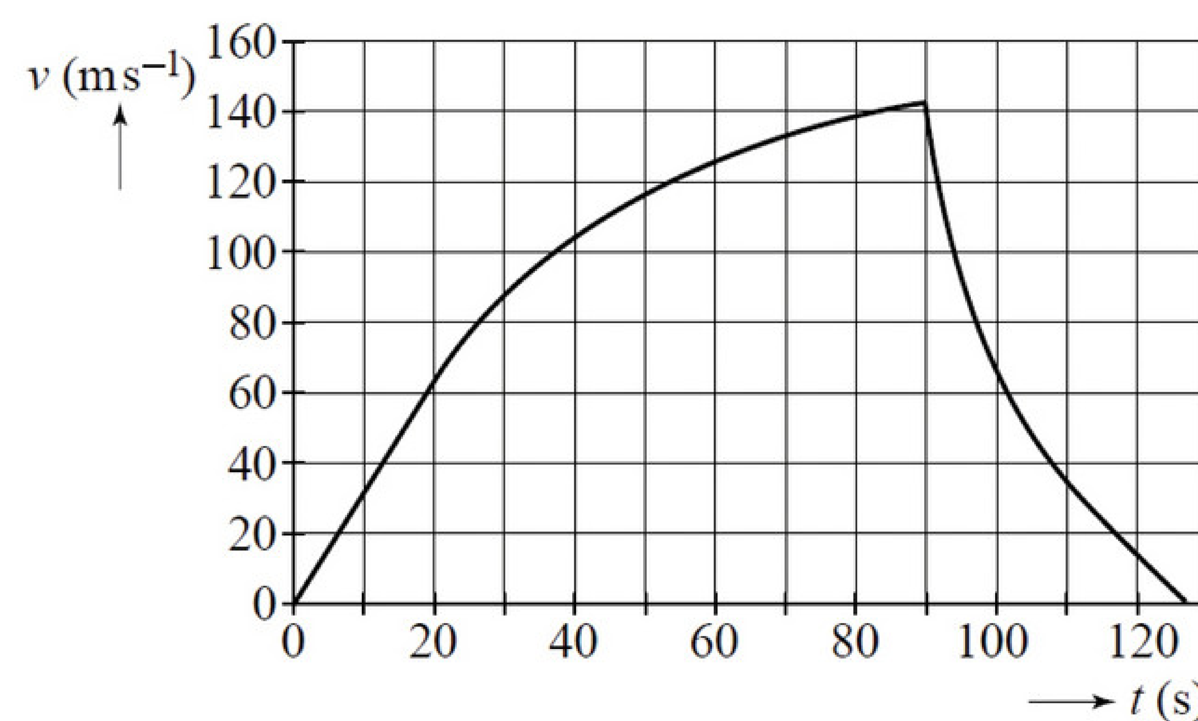
+70 Helling op

Breid het model van de vorige opdracht uit voor het op- of afrijden van een helling van α graden. Onderzoek hoe de eindsnelheid afhangt van de hoek, zowel voor het oprijden als voor het afrijden van de helling.

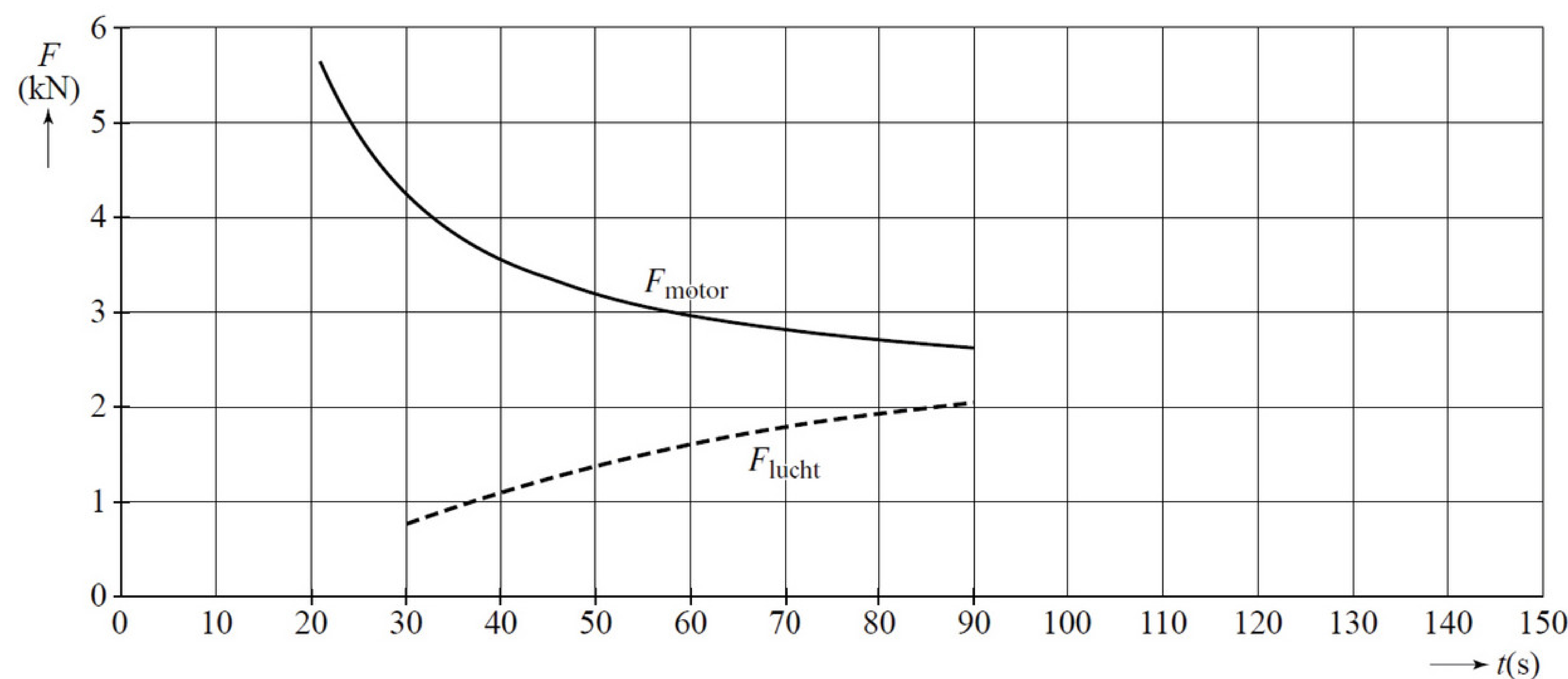
+71 Buckeye Bullet

De Buckeye Bullet is een snelle elektrische auto die bijna een snelheid van 500 km h^{-1} haalt op een zoutvlakte in de staat Utah in de Verenigde Staten. De auto heeft een massa van 1740 kg. Op de zoutvlakte hebben de banden minder grip dan op een gewone weg. Bij te fel optrekken kunnen de wielen daarom slippen. Voor auto's als de Buckeye Bullet geldt op de zoutvlakte de vuistregel: 'de voortstuwende kracht die de motoren via de wielen op de zoutvlakte kunnen uitoefenen, is maximaal een derde van het gewicht van de auto'. In figuur 29 staat het (v,t)-diagram van een rit van de Buckeye Bullet.

a Ga met behulp van figuur 29 na of de vuistregel geldt.



▲ **figuur 29** (v,t)-diagram van de Buckeye Bullet



▲ **figuur 30** F_{motor} van en $F_{w,l}$ op de Buckeye Bullet

Pas vanaf t = 20 s leveren de motoren het volle vermogen. Ze blijven dit leveren totdat de bestuurder gaat remmen. In figuur 30 is het verloop van de motorkracht F_{motor} weergegeven. Je ziet dat F_{motor} kleiner wordt, terwijl het motorvermogen constant is.

b Leg uit hoe dit komt.

In figuur 30 zie je ook de luchtweerstandskracht op de Buckeye Bullet. De rolweerstand van de auto mag verwaarloosd worden.

c Bepaal welk percentage van het motorvermogen op t = 50 s gebruikt wordt voor het doen toenemen van de kinetische energie van de auto.

Op het tijdstip t = 90 s is de Buckeye Bullet nog steeds aan het versnellen en heeft dus nog niet zijn maximumsnelheid bereikt. Voor de luchtweerstandskracht geldt: $F_{w,l} = k \cdot v^2$, met k een constante en v de snelheid.

d Bepaal met behulp van figuren 29 en 30 de waarde van k.

e Bereken de theoretische maximumsnelheid van de Buckeye Bullet.

naar: examen 2010-II

Eindopdracht

72 Metro versnellen en vertragen

De nieuwste Amsterdamse metrotreinstellen hebben een massa van 190 ton. Ze hebben zestien motoren met een vermogen van elk 200 kW, die samen zorgen voor een versnelling van 1,2 $m\,s^{-2}$. De maximale snelheid is 90 $km\,h^{-1}$.

a Laat met een berekening zien dat het optrekken 21 s duurt als de versnelling steeds even groot zou zijn. Gebruik in je berekening de snelheid en de versnelling.

b Ga met een berekening na of inderdaad gedurende 21 seconden het maximale vermogen nodig is om de metro de maximale kinetische energie te geven.

c Leg uit dat de omzetting van elektrische energie naar kinetische energie gedurende het optrekken een steeds kleiner rendement zal krijgen.



▲ **figuur 31** het ongeluk op het metrostation bij het vliegveld van Chicago

Op 24 maart 2014 reed in Chicago een metrotrein door aan het eind van de lijn, doordat de bestuurder in slaap was gevallen. De snelheid was 64 $km\,h^{-1}$, de massa 100 ton. De trein reed door het stootblok en schoot een roltrap op (zie figuur 31). Volgens de fabrikant kan het stootblok 2 MJ kinetische energie opnemen. Bij een lagere snelheid had het stootblok de klap kunnen opvangen.

d Bereken welke snelheid deze metrotrein had mogen hebben, zodat het stootblok de klap had kunnen opvangen.

e In welke twee energiesoorten werd de bewegingsenergie bij dit ongeluk omgezet?

Na het ongeluk was één van de nieuwe veiligheidsmaatregelen dat de maximumsnelheid werd verlaagd van 40 mijl per uur naar 24 mijl per uur.

f Bereken hoeveel procent de maximale kinetische energie dan lager is.

8 Practicum

EXPERIMENT 1 Hijsen met katrollen (begripspracticum)

Inleiding
Als je een zwaar voorwerp omhoog wilt hijsen, kun je gebruikmaken van katrollen om het hijsen te vergemakkelijken. Dit principe wordt in Amsterdam nog steeds toegepast bij verhuizingen (figuur 32). Eén katrol bovenaan het huis zorgt ervoor dat je beneden kunt blijven tijdens het hijsen. Als je het touw binnenhaalt, hijs je het voorwerp naar boven. Meerdere katrollen zorgen ervoor dat het hijsen gemakkelijker gaat: je oefent een kleinere kracht uit.

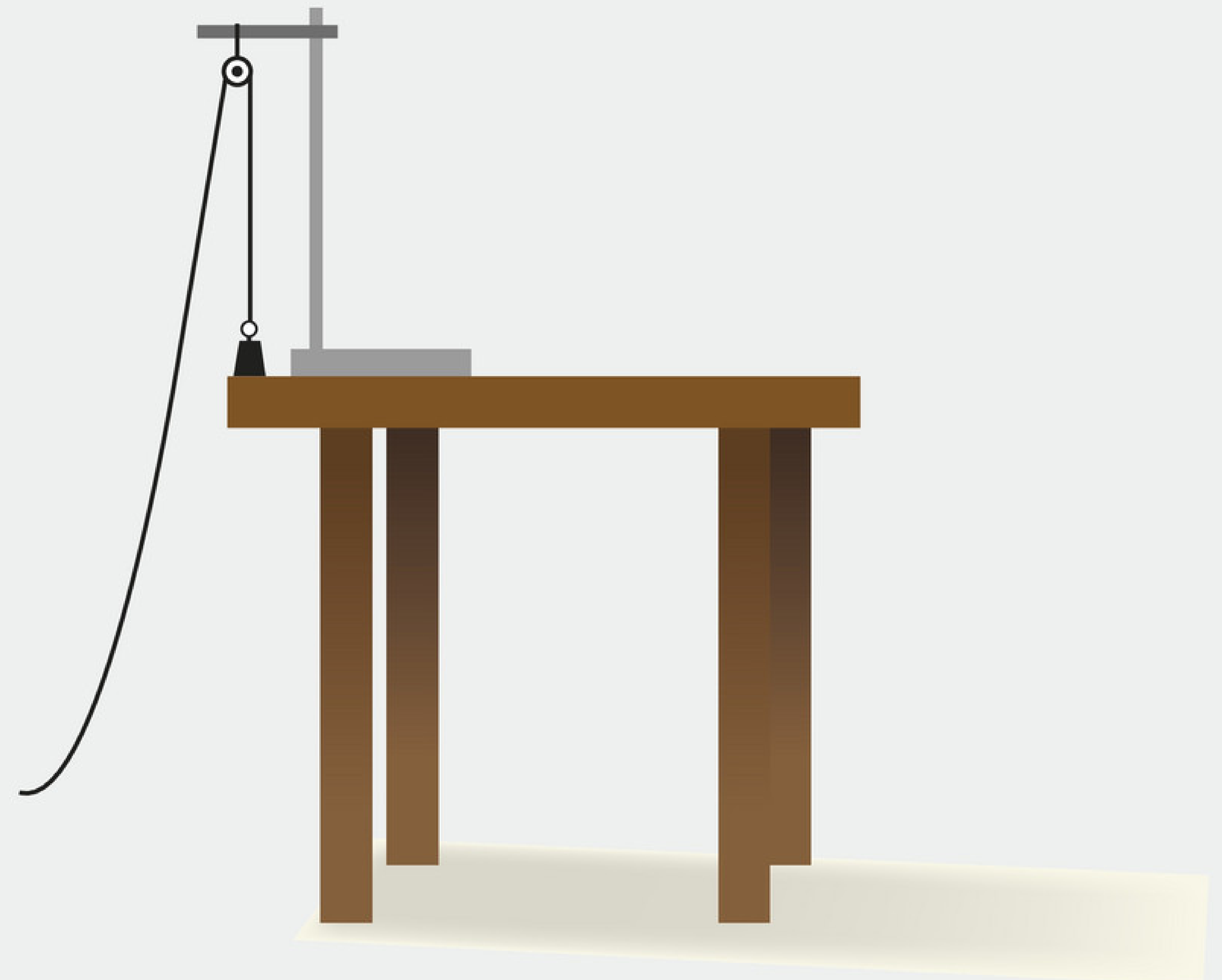


▲ **figuur 32** Bij een verhuizing in Amsterdam wordt nog steeds gebruikgemaakt van katrollen.

Onderzoeksvragen
1 Is er een grootheid die bij het hijsen met katrollen groter wordt wanneer het aantal katrollen toeneemt? Zo ja, welke grootheid is dit?
2 Is er een grootheid die bij het hijsen met katrollen constant blijft wanneer het aantal katrollen toeneemt?

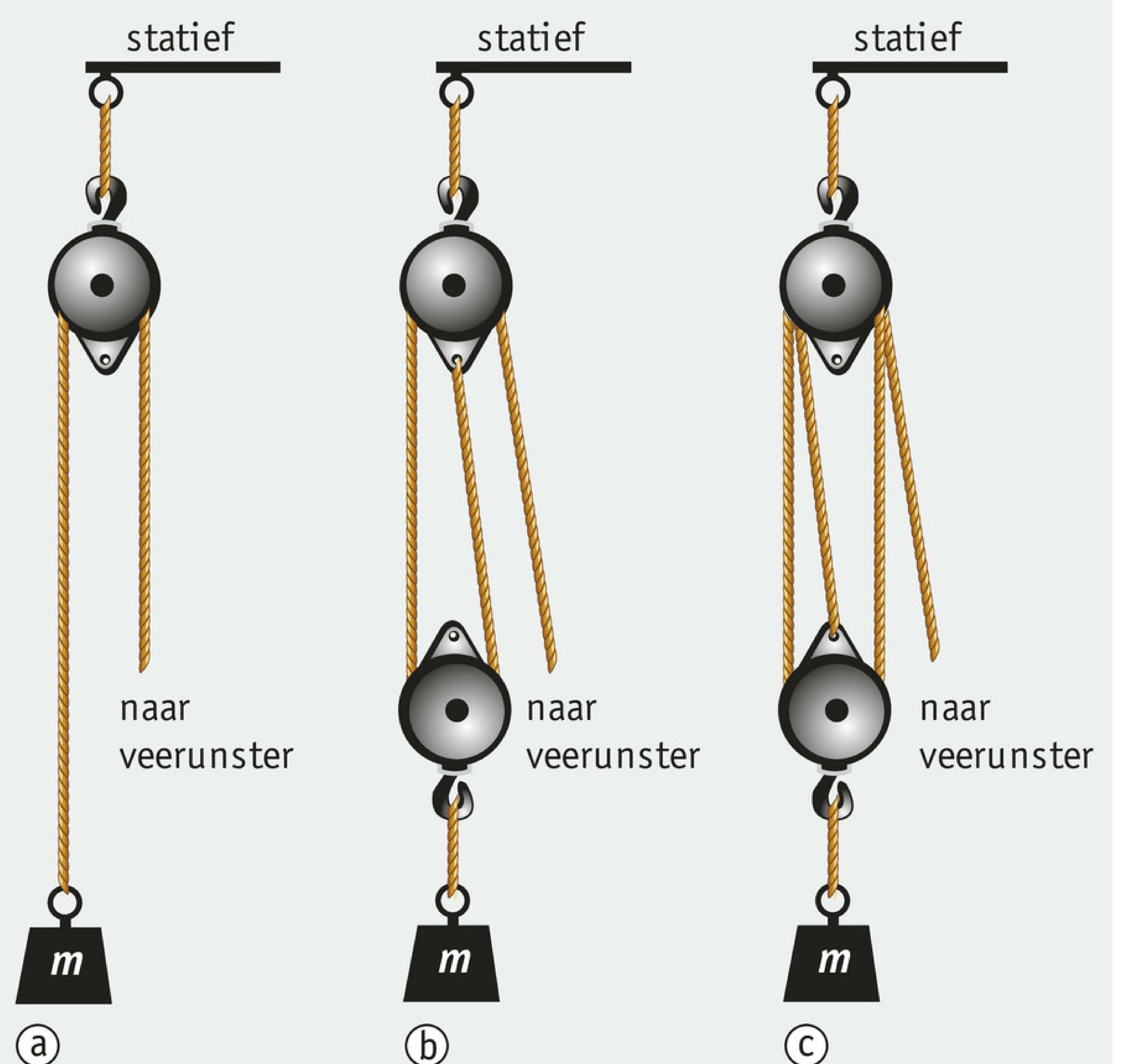
Benodigdheden
statief; twee katrollen (met meerdere wieltjes); touw; gewicht; veerunster

Uitvoering
- Stel het statief op aan de rand van een tafel en bevestig bovenaan een katrol (figuur 33). Zorg dat de katrol over de rand van de tafel hangt. Zo kun je gemakkelijker hijsen.



▲ **figuur 33** opstelling van experiment 1

- Haal het touw één keer door de katrol: zorg dat het van beneden naar boven loopt en via de katrol weer terug naar beneden (figuur 34a).



▲ **figuur 34** opstelling met één lus (a), twee lussen (b) en drie lussen (c)

- Bevestig aan het ene eind van het touw het gewicht en zet het gewicht op tafel.
- Bevestig aan het andere eind van het touw de veerunster. Maak hiervoor op een geschikte plek een lusje om de veerunster aan te bevestigen. Zorg dat je het lusje er weer gemakkelijk uit kunt halen.
- Hijs het gewicht omhoog. Meet de lengte l van het touw dat je hebt binnengehaald en de kracht die je hebt uitgeoefend. Die kracht F kun je aflezen op de veerunster. Noteer in tabel 1 jouw meetgegevens. De laatste kolom heb je nodig bij de uitwerking.
- Bevestig nu een extra katrol aan het gewicht, haal het touw eerst door de bovenste katrol, dan door de onderste katrol en maak het touw vervolgens vast aan de bovenste katrol (figuur 34b). Herhaal nu het hijsen en noteer de waarden in tabel 1. Zorg dat je het gewicht over dezelfde hoogte hijst.

▼ **tabel 1** de meetgegevens van experiment 1

aantal lussen	l (m)	F (N)	$l \cdot F$ (N m)
1			
2			
3			

- Maak nu nog een lus met het touw: haal het touw achtereenvolgens door de bovenste katrol, onderste katrol, bovenste katrol en bevestig het daarna aan de onderste katrol (figuur 34c). Herhaal het hijsen en noteer de waarden weer in tabel 1. Zorg dat je het gewicht over dezelfde hoogte hijst.

Verwerking

1 Noteer in de extra kolom van tabel 1 het product van de lengte van het binnengehaalde touw en de kracht die je hebt uitgeoefend. Wat valt op?
2 Aan welke waarde in de tabel kun je zien dat het hijsen gemakkelijker wordt?
3 Tegenover het gemakkelijker hijsen staat een nadeel. Welk nadeel?
4 Het lijkt erop dat de grootheid 'lengte touw' maal kracht constant is. In de tabel zie je dat deze niet helemaal constant is. Kun je hier een verklaring voor geven? Houd er rekening mee of het product groter of kleiner wordt.
5 Zijn de grootheden 'lengte touw' en kracht recht evenredig met elkaar of omgekeerd evenredig?

Conclusie

6 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 2 Elektrisch hijsen (apparatuurpracticum)

Inleiding

Met een lift kun je mensen omhoog en omlaag vervoeren. Bij het omhooggaan verricht de lift arbeid. Aangezien deze arbeid in een bepaalde tijd wordt verricht, hoort daar een bepaald vermogen bij. Daarbij wordt echter niet alle elektrische energie omgezet in zwaarte-energie; het rendement is niet 100%.

Onderzoeksvraag

Hoe groot zijn het vermogen en het rendement van een elektromotor?

Benodigdheden

elektromotor (eventueel voor gelijkspanning); touw; statief; gewicht; katrol; variabele (gelijk)spanningsbron; spanningsmeter; stroommeter; stopwatch

Uitvoering

- Bevestig de katrol bovenin het statief.
- Verbind een eind van het touw aan de elektromotor en leid het touw door de katrol zodat het naar beneden hangt.
- Hang aan het losse uiteinde van het touw het gewicht.
- Hijs nu het gewicht omhoog.
- Bepaal de hoogte waarover je hebt gehesen.
- Bepaal de massa van het gewicht.
- Meet bij het hijsen de stroom door de elektromotor en de spanning van de bron.

▼ **tabel 2** de meetgegevens van experiment 2

t (s)	U (V)	I (A)	P_{el} (W)	P_{nut} (W)	η (%)

- Meet met behulp van de stopwatch hoelang het hijsen duurt.
- Noteer alle gegevens in tabel 2.
- Herhaal het experiment voor verschillende hijssnelheden: wat moet je hiervoor aanpassen? Zorg dat je steeds over dezelfde hoogte hijst. Noteer in tabel 2 weer alle gegevens.

Verwerking

1 Bereken de arbeid die is verricht.
2 Wat is het nuttig vermogen P_{nuttig}? Vul dit in de tabel in.
3 Bereken met behulp van de spanning en stroom die je hebt gemeten het opgenomen vermogen: $P_{in} = P_{el}$. Vul dit in de tabel in.
4 Bereken het rendement. Vul dit in de tabel in.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Het vermogen van een mens (onderzoekspracticum)

Inleiding
De mens kun je zien als een machine: hij kan arbeid verrichten. In de theorie heb je kunnen lezen dat het (mechanisch) vermogen wordt bepaald door de hoeveelheid verrichte arbeid in een bepaalde tijd. In dit experiment maak je een schatting van het vermogen dat je als mens kunt leveren.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is het nuttig vermogen van een mens?

Benodigdheden
trappenhuis; rolmaat; stopwatch; weegschaal

Veiligheid
In dit experiment ga je zo snel mogelijk een trap oprennen. Doe dit wel veilig: zorg dat het trappenhuis leeg is en let op dat je niet valt.

Uitvoering
Probeer zo snel mogelijk een trap op te rennen. Vraag iemand om bij te houden hoelang je daarover doet. Bepaal vervolgens je massa met een weegschaal. Meet ook de hoogte van het trappenhuis.

Verwerking

1 Hoeveel arbeid heb je verricht? Bedenk hiervoor dat je jezelf omhoog hebt gehesen. Welke kracht heb je hierbij uitgeoefend?
2 Bepaal nu het vermogen dat je hebt geleverd.
3 Is het vermogen dat je hebt bepaald P_{in} of P_{nuttig}?
4 Geef een schatting van het rendement van je inspanning.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Pijl omhoogschieten (begripspracticum)

Inleiding
Als je de pees van een boog verder uitrekt, komt de pijl hoger. Veerenergie wordt omgezet in kinetische energie, die vervolgens wordt omgezet in zwaarte-energie.

Onderzoeksvraag
Wat is het verband tussen de uitrekking van de pees van de boog en de hoogte die de pijl bereikt?

EXPERIMENT 5 Badmintonshuttle filmen (apparatuurpracticum)

Inleiding
Lichte voorwerpen worden sterk beïnvloed door de luchtweerstand. Als je een badmintonshuttle recht omhoog slaat, verwacht je dat hij sneller vertraagt dan de valversnelling, omdat bij het opstijgen de luchtweerstand en de zwaartekracht samenwerken. Bij het neerkomen verwacht je dat hij langzamer versnelt dan de valversnelling, omdat de twee krachten elkaar tijdens het dalen tegenwerken. Als de shuttle terug is op de oorspronkelijke hoogte, is een deel van de kinetische energie verdwenen. Dat deel is omgezet in warmte.

Onderzoeksvraag
Komt de verwachting uit dat een omhoog bewegende shuttle sneller vertraagt dan 9,81 $m\,s^{-2}$, dat een omlaag bewegende shuttle minder snel versnelt dan 9,81 $m\,s^{-2}$ en dat de eindsnelheid lager is dan de beginsnelheid?

ONDERZOEK Rendement van speelgoed

Inleiding
In veel speelgoed vindt een of andere vorm van energieopslag plaats. Deze opgeslagen energie wordt uiteindelijk omgezet in een beweging. Zo zijn er autotjes op batterijen en autootjes met een veer die ‘teruggetrokken’ moet worden waarna ze vooruitschieten. Niet al deze opgeslagen energie wordt echter omgezet in beweging, een deel gaat verloren aan warmte. Kies voor dit onderzoek zelf een stuk speelgoed dat je gaat onderzoeken.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is het rendement van de energieomzetting bij dit stuk speelgoed?

Praktisch
In geval van een autootje kun je voor de nuttig geleverde energie bijvoorbeeld de maximale kinetische energie nemen.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.



HOOFDSTUK 4

Elektrische systemen

Elektrische systemen spelen een centrale rol in ons leven. Het hoogspanningsnetwerk brengt elektrische energie van centrales naar dorpen en steden, bedrijven en woningen. Treinen en metro's kunnen daardoor rijden en overal branden lampen. Thuis hoef je alleen maar een stekker in het stopcontact te steken als je een apparaat vol minuscule elektronica wilt gebruiken, of de batterij van je smartphone wilt opladen. In dit hoofdstuk leer je de begrippen waarmee je kunt inzien hoe al die apparaten en systemen functioneren.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Swipen met geleiders

Sinds een aantal jaren worden er in Zuid-Korea in de winter extra veel worstjes verkocht van een bepaald merk. Wat blijkt: de worstjes worden gebruikt voor het bedienen van smartphones. Ook in de kou willen mensen hun telefoon gebruiken. Veel touchscreens reageren dan niet op in wol, katoen of leer gehulde vingers. Elektrische materiaaleigenschappen spelen tegenwoordig een rol bij het ontwerpen van handschoenen die net zo werken als vingers of Koreaanse worst. Natuurkundige principes helpen ondernemers aan de wensen van klanten te voldoen.



Verschillende schermen

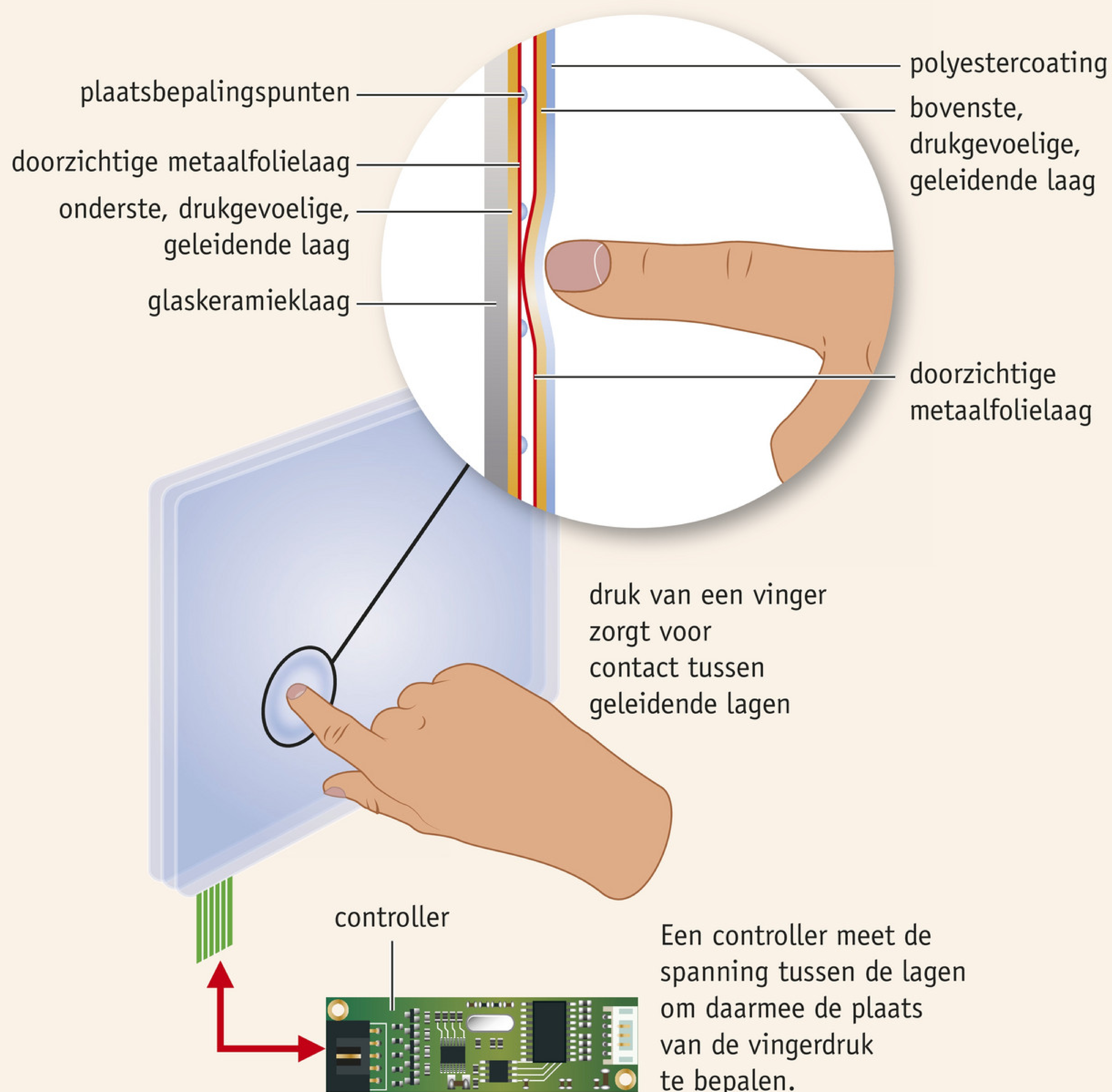
Aanraakgevoelige touchscreens worden toegepast in fitnessapparaten, geldautomaten, kaartjesautomaten op stations, navigatiesystemen, koffiemachines en natuurlijk telefoons en tablets. Je kunt ze met je vingers bedienen, maar bijvoorbeeld niet met je nagel of de achterkant van een pen. Ze werken ook niet als je gewone handschoenen draagt. Deze schermen reageren op geleidende materialen en worden ook wel 'capacitieve schermen' genoemd (figuur 1). Bij deze schermen hoef je niet hard te drukken, aanraking met een geleider is genoeg. Dat doet iets met de elektrische spanning op het scherm. Je maakt op dat punt 'contact met aarde', dat wil zeggen dat het punt dat je aanraakt '0 volt' wordt. De vier hoekpunten van het scherm zijn meetpunten, daar neemt de lading af in relatie tot de afstand tot het punt van aanraking. Zo herkent het systeem welk punt van het scherm is aangeraakt.

Zuid-Koreanen swipen in de kou met worstjes.

Er bestaan ook touchscreens die je wel kunt bedienen met isolerende voorwerpen. Vaak zijn dat schermen waarop je ook kunt schrijven, niet alleen dingen aanklikken. Bekende voorbeelden zijn smartboards op scholen en de apparaten waarop je met een speciaal pennetje een handtekening zet als je een pakket in ontvangst neemt van een bezorger. Deze touchscreens zijn drukgevoelig en worden 'resistieve schermen' genoemd (figuur 2).



▲ **figuur 1** capacitief touchscreen



▲ **figuur 2** resistief touchscreen

De werking van die schermen berust ook op elektrische geleiding: twee geleidende lagen worden op een bepaald punt tegen elkaar gedrukt. Daarvoor is enige kracht nodig. Deze schermen hebben geen mogelijkheid voor 'multitouch': je kunt bijvoorbeeld niet met meerdere vingers iets uitvergroten.

Oplossingen voor in de kou

Gewone handschoenen geleiden niet goed genoeg voor standaard capacitieve touchscreens. Je kunt natuurlijk de vingertoppen van een handschoen afknippen, maar verschillende bedrijven hebben betere oplossingen bedacht. Handschoenen kunnen op verschillende manieren beter geleidend worden gemaakt.
De eerste oplossing was geleidende stukjes materiaal op de vingertoppen. Ook kan een vloeistof met geleidende deeltjes op gewone handschoenen worden gedruppeld. Later zijn er stoffen toegepast met geleidende draden erin. Ten slotte kunnen in leren handschoenen piepkleine zilverdeeltjes, zogenaamde nanodeeltjes, worden verwerkt, waardoor de hele handschoen geleidt.
Daarnaast is er de mogelijkheid de touchscreens zelf gevoeliger te maken. De geleidbaarheid van gewone handschoenen is laag, maar niet nul. Wat als de schermpjes reageren op minder goede geleiders? Het nadeel is dat deze schermen dan op van alles reageren, ook op geleiders die in de buurt zijn. De software van het apparaat moet dan het echte signaal van de ruis onderscheiden. Dat werkt nog niet zo goed.
Websites die tientallen merken touchscreenhandschoenen vergelijken, nemen het druppelen met geleidende deeltjes niet zo serieus. Het is onhandig om handschoenen steeds nat te maken. Ook geleidende stukjes materiaal op de vingertoppen zijn uit

de gratie geraakt. De metalen rondjes op de vingers raken los en gebruikers vinden de uitstraling ervan erg technisch en niet prettig.
De oplossing met geleidende draden wordt in veel modellen handschoen toegepast. De draden die de stof geleidend maken zijn nylondraden met een laagje zilver of koper erop. Geleidende draden worden bijvoorbeeld ook toegepast in antistatische vloerbedekking. Ze zorgen ervoor dat iemand die loopt niet wordt opgeladen met statische elektriciteit door de wrijving tussen kunststof en schoenzool. De lading kan voortdurend wegstromen.

Ontwerpeisen

De ontwerpafdeling van elk bedrijf begint bij het ontwerpproces met wensen van de klant. Voor telefoonfabrikanten is het bijvoorbeeld belangrijk om te weten dat smartphonegebruikers willen dat het scherm niet snel breekt als ze hun telefoon laten vallen. Een andere wens is om als het koud is met handschoenen aan een touchscreen te kunnen bedienen. Deze wens wordt door bijvoorbeeld een kledingfabrikant omgezet in een programma van eisen. Daarin staat dat schermen moeten reageren op de handschoenen. Maar dat is niet het enige. De handschoen moet ook warm genoeg zijn en een goede grip hebben, zodat je je telefoon niet laat vallen. Verder moet deze goed zitten bij de bediening van touchscreens en geen krassen maken. De doelgroep moet de handschoenen ook mooi vinden en ze moeten goedkoop, milieuvriendelijk, en zonder kinderarbeid kunnen worden geproduceerd. Met dit programma van eisen zie je meteen dat handschoenen die geheel van aluminium of een ander metaal zijn gemaakt niet handig zijn. Die zouden elektriciteit supergoed geleiden, maar warmte ook, zodat ze niet helpen tegen de kou. De stof van de handschoen moet dik genoeg zijn om je handen warm te houden, maar niet zo dik dat je niet meer nauwkeurig kunt klikken. Wat de beste handschoenen zijn, hangt ook af van de gemiddelde temperatuur in het gebied waar je woont. Verder is het een kwestie van smaak en stijl. Ook de prijs speelt een rol: er zijn dure merkhandschoenen zoals Burberry's van tegen de vierhonderd euro, maar ook handschoenen die slechts drie euro kosten en ook goed functioneren.

Commercieel vooruitdenken

De bedenkers van handschoenen voor touchscreens zijn niet zo rijk geworden als de bedenkers van de smartphone. Maar ze zagen wel commerciële mogelijkheden in de toen nieuwe technologie. Misschien is dat de kunst: als je niet de bedenker van de zelfrijdende auto bent, bedenk je misschien wel de zelfrijdende scootmobiel. Als je niet de eerste quantumcomputer maakt, programmeer je misschien wel het eerste quantumcomputerspel.
Ook op het gebied van handschoenen kun je denken over verdere mogelijkheden. Chirurgen dragen ook handschoenen. Tijdens een operatie willen ze resultaten van medische scans op een scherm toveren, waarbij het scherm steriel moet blijven. Wie ontwikkelt optimale handschoenen voor dit doel?
Op het gebied van nieuwe schermen wordt gewerkt aan materialen die van een klein afstandje al 'voelen' dat je vinger ernaar wijst. Bepaalde kristallen zwellen op door het vocht dat verdampt van je vinger, waardoor de geleiding beter wordt. Dat heeft zo zijn voordelen. Zo'n 'no-touchscreen' is hygiënischer dan een scherm waar iedereen maar met zijn vingers aan zit!

Glaskeramiek

Bij het kopen van een smartphone is de kwaliteit van de weergave op het scherm vaak de belangrijkste eigenschap. Het scherm van je smartphone toont je alle functies. Als je ooit je smartphone hebt laten vallen zonder dat er beschadiging van het scherm optrad, was je waarschijnlijk opgelucht (figuur 3). Smartphoneschermen zijn van een bijzonder hard materiaal gemaakt.



▲ **figuur 3** Dit wil je niet!

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Draden
Garen kan een diameter hebben van 0,30 mm.
- **a** Bereken de weerstand van een 10 cm lange nylondraad met deze diameter.
- **b** Bereken de weerstand van een 10 cm lange zilverdraad met deze diameter.
- **c** Leg uit waarom handschoenen met geleidende draden regelmatig een wasbeurt nodig hebben.

Op een nylondraad met een diameter van 0,30 mm wordt een laagje zilver van 2,0 μm aangebracht.
- **d** Bereken de weerstand van 10 cm van deze draad.

2 Ontwerpeisen
Bij elektrische voertuigen die op rails rijden, is er een stroomkring van de bovenleiding, door de motor, naar de rails. Soms werken er twee treinen op één spanningsbron.
- **a** Noteer vier eisen waaraan het materiaal van de bovenleiding van een tram of trein moet voldoen.
- **b** Teken het schakelschema met één spanningsbron en twee vertrekkende treinen.
- **c** Geef in je schema aan op welk punt de draad van de bovenleiding heet kan worden.
- **d** Bedenk drie oplossingen om deze oververhitting te voorkomen.

3 Willem Einthoven
Willem Einthoven was een Nederlandse arts en onderzoeker. In 1924 kreeg hij de Nobelprijs voor Fysiologie of Geneeskunde omdat hij een slim meetinstrument had ontworpen voor onderzoek naar het hart. Hij wist dat het hart elektrische spanningspulsjes maakt en dat die aan de buitenkant van het lichaam ook leiden tot kleine elektrische spanningen. Die zijn echter in de orde van millivolts. Bovendien variëren de spanningen snel. De metingen die daaraan in zijn tijd konden worden gedaan, waren zeer onnauwkeurig.
Einthovens nieuwe ‘cardiograaf’ was veel nauwkeuriger. Wat hij nodig had, was een heel dun en flexibel geleidend draadje. Als daar stroompjes door lopen en je houdt het draadje in een magneetveld, dan wordt er een kracht op uitgeoefend die afhangt van de grootte van de stroom. Daardoor voert het draadje een beweging uit die met behulp van een microscoop zichtbaar is te maken.
Einthoven had een slimme manier bedacht om flexibele geleidende draadjes te maken. Hij bevestigde een druppel vloeibaar glas aan een pijl. Door de pijl met een boog weg te schieten, kreeg hij een lange glasdraad van 2 μm dik. Daar nam hij een klein stukje van en daar dampte hij een laagje zilver of goud op.
- **a** Leg uit waarom Einthoven als geleidende materialen voor zilver en goud koos.
- **b** Noem twee ontwerpeisen waaraan het draadje van Einthoven moest voldoen.

Ga ervan uit dat het laagje zilver op een glasdraadje 0,5 μm dik is. De diameter van de glaskern is 2 μm.
- **c** Bereken de massa van een stukje draad van 2,5 cm lengte.
- **d** Bereken de weerstand van deze zilverdraad met niet-geleidende glaskern.
- **e** Bereken de grootte van de stroompjes die door de draad lopen als de grootte van de spanningen rond 1 mV ligt.

Door een dikker draadje loopt bij dezelfde spanning een grotere stroom. De kracht die de draad ondervindt in een magneetveld is dan ook groter. Toch is het beter een zo dun mogelijk draadje te gebruiken.
- **f** Leg uit welk voordeel zo’n heel dun draadje heeft voor het nauwkeurig vastleggen van spanningen die het hart veroorzaakt op de huid.

Bij het in ontvangst nemen van de Nobelprijs zei Einthoven dat hij meestal werkte met draden van een paar micrometer dik, maar dat hij ook een draadje van 0,2 μm dik en 18 mm lengte kon maken met een weerstand van $2{,}5 \cdot 10^4\ \Omega$.
- **g** Ga met een berekening na of dit een draadje van zuiver goud is of dat ook hier een glaskern in zit.

4 Isolerende handschoenen
Professionals die werken met elektriciteit moeten speciale handschoenen dragen voor de veiligheid bij het werken met hoge spanningen.
Zoek informatie over de gebruikte materialen en de dikte van de stof die vereist is voor verschillende toepassingen. Beschrijf je bevindingen.

1 Elektrisch vermogen

In deze paragraaf leer je:
- redeneren met de grootheden lading, stroomsterkte, spanning, energie, vermogen en rendement;
- berekeningen uitvoeren met stroomsterkte, lading en tijd;
- berekeningen uitvoeren met spanning, energie en lading;
- berekenen uitvoeren met rendement.

In Nederland heeft het lichtnet een spanning van 230 V. Zodra je een apparaat aanzet, bijvoorbeeld een waterkoker, gaat er een stroom doorheen lopen en wordt elektrische energie omgezet. Op het typeplaatje van het apparaat kun je aflezen voor welke spanning het apparaat is ontworpen (figuur 1). Hierop zie je ook de grootte van het vermogen.

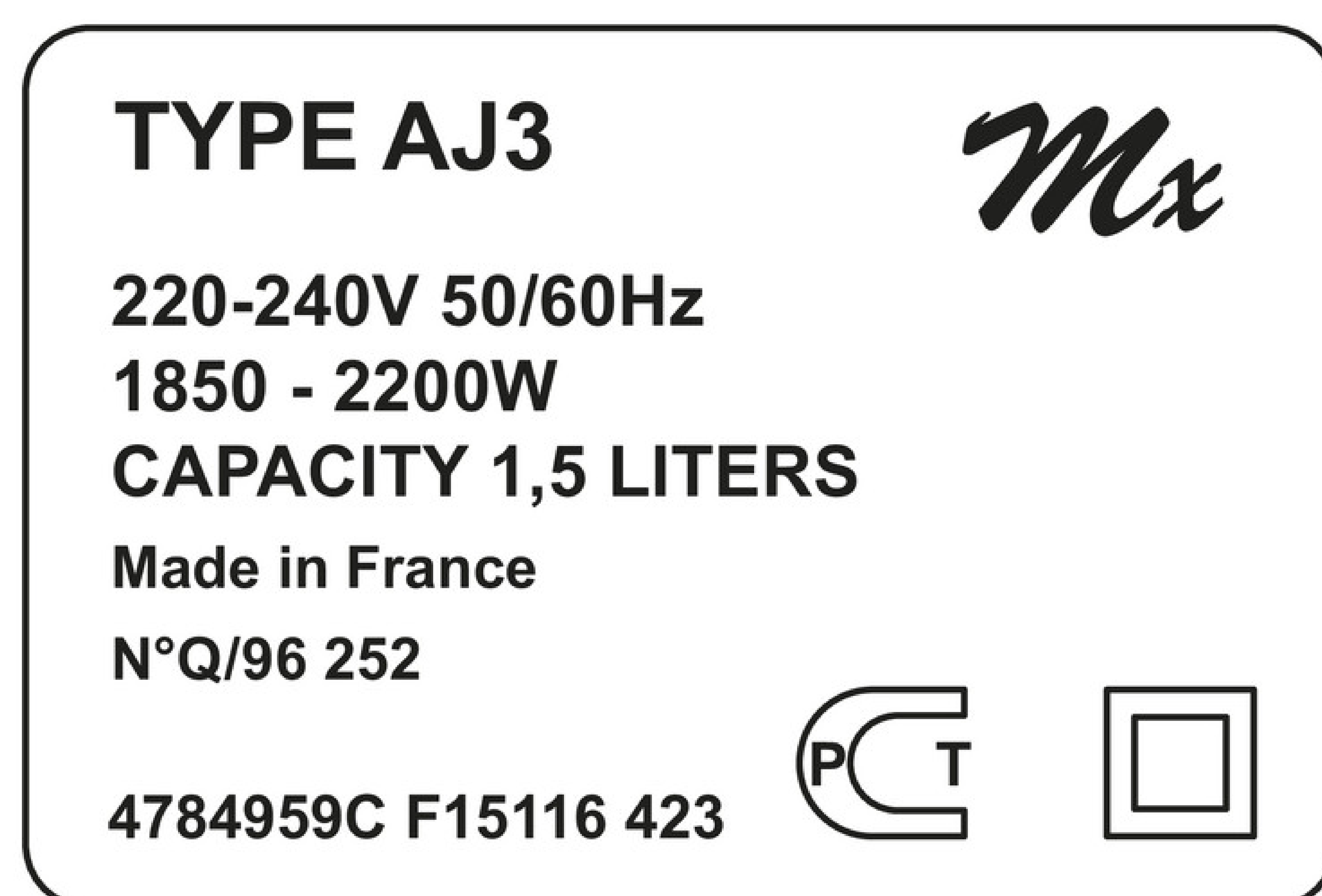
Stroomsterkte

Een stroomkring kun je vergelijken met een rivier. In de Rijn stroomt een hoeveelheid water in één seconde langs een bepaald punt. Elektrische **stroomsterkte** geeft aan hoeveel elektrische lading per seconde langs een punt van een stroomkring stroomt. De definitie is:

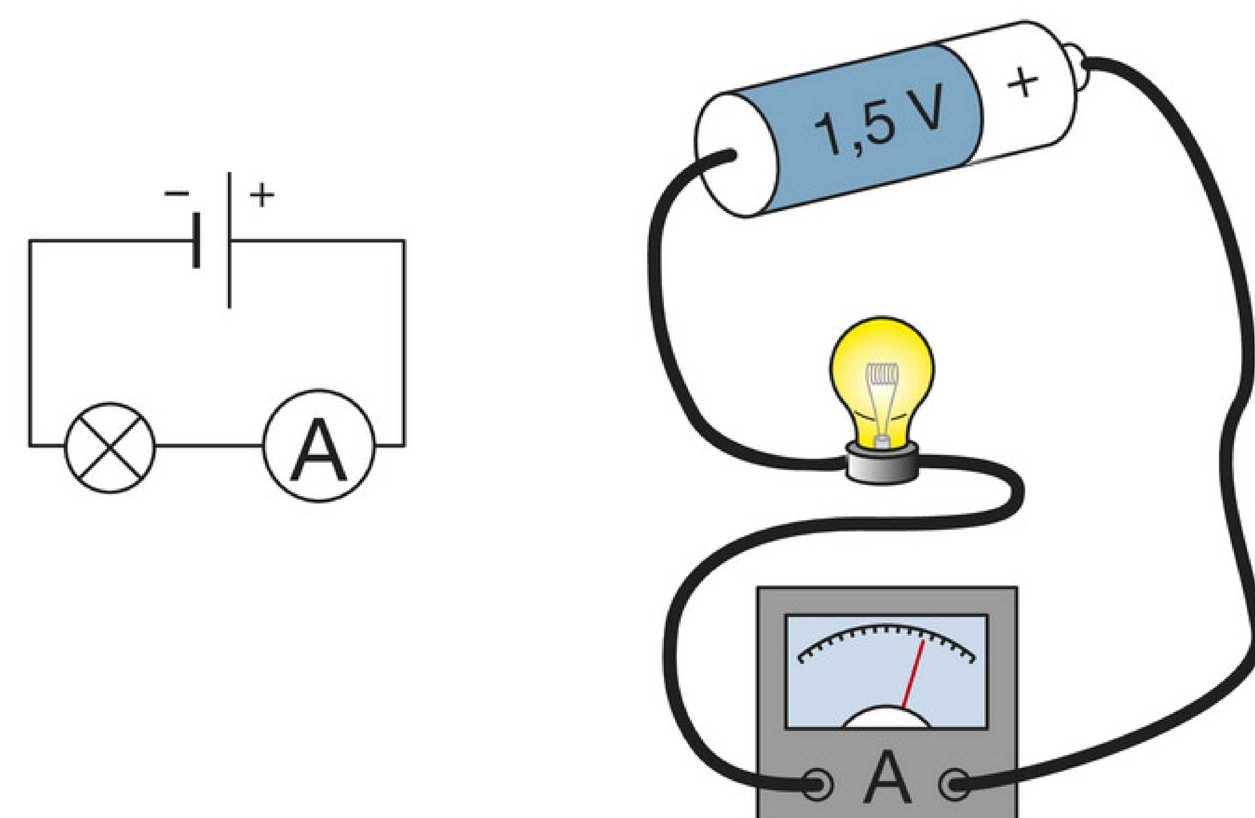
$$I = \frac{Q}{t}$$

Hierin is:
- I de stroomsterkte in ampère (A);
- Q de lading in coulomb (C);
- t de tijd waarin de lading Q voorbijkomt in seconde (s).

Een stroommeter (ook wel ampèremeter genoemd) moet je in de stroomkring plaatsen zoals aangegeven in figuur 2. De stroom door het lampje gaat ook in zijn geheel door de stroommeter.
In een stroomkring stromen elektronen. Elk elektron heeft eenzelfde, negatieve lading, in grootte gelijk aan het **elementair ladingsquantum** e. Voor de lading van kleine deeltjes wordt vaak de kleine letter q als symbool gebruikt, dus schrijf je $q_e = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Een nauwkeuriger waarde voor e vind je in Binas tabel 7A.



▲ **figuur 1** typeplaatje van een waterkoker



▲ **figuur 2** elektrische stroom meten

Elektrische energie en spanning

Een lading kan elektrische energie hebben. De elektrische energie van een lading kun je vergelijken met de zwaarte-energie van een massa, bijvoorbeeld van water in een hooggelegen stuwmeer. In hoofdstuk 3 heb je geleerd dat bij het naar beneden gaan van massa zwaarte-energie wordt omgezet in kinetische energie. Als er een weerstandskracht is, wordt de kinetische energie vervolgens omgezet in warmte. Je kunt met naar beneden gaande massa ook andere dingen in beweging zetten. Denk maar aan een stuwmeer met een waterkrachtcentrale (figuur 3). Het vallende water geeft energie af aan een turbine.



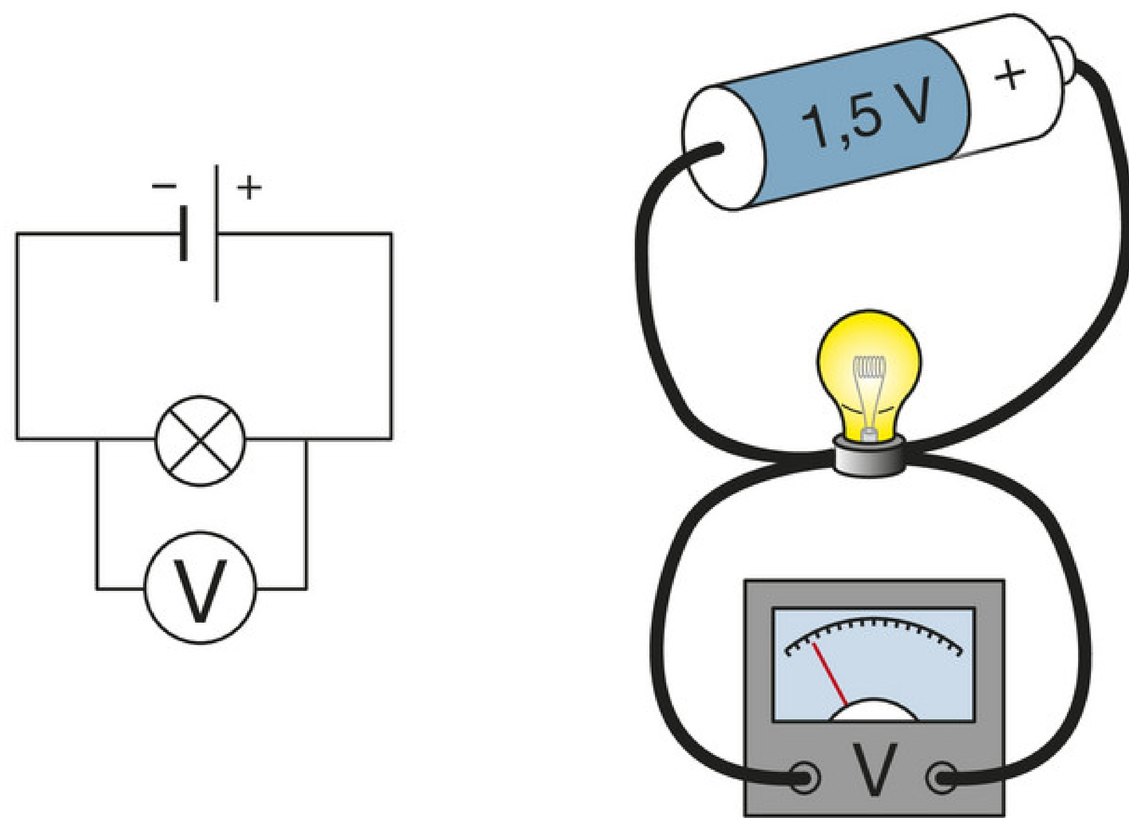
▲ **figuur 3** stuwmeer met waterkrachtcentrale

Met elektriciteit werkt het net zo. Ladingen krijgen elektrische energie door een spanningsbron in een stroomkring. Ze gaan daardoor bewegen en geven energie af aan het materiaal van de stroomkring, bijvoorbeeld een gloeidraad in een lamp. In dat geval wordt de elektrische energie van de elektronen omgezet in licht en warmte.
Als je de polen van een spanningsbron direct met elkaar verbindt, gaat er een grote stroom lopen, omdat deze ‘stroomkring’ vrijwel geen weerstand heeft. Dit heet **kortsluiting**. Alle elektrische energie van de ladingen wordt in de stroomdraad omgezet in warmte. De stroomdraad is daar niet op berekend en kan doorbranden.
Elektrische energie is een vorm van potentiële energie: dat is de verzamelnaam voor energiesoorten die van de positie van voorwerpen afhangen. Zoals de zwaarte-energie van een massa afhangt van de hoogte boven de aarde, zo hangt de elektrische energie van een lading af van de positie ten opzichte van de polen van een spanningsbron. De elektrische energie hangt ook af van de grootte van de lading. Als je het energieverschil tussen twee punten *per coulomb lading* berekent, heb je een eigenschap van de stroomkring zelf, onafhankelijk van welke lading je bekijkt: de **spanning** tussen twee punten. De formule is:

$$U = \frac{\Delta E}{Q}$$

Hierin is:
- U de spanning in volt (V);
- ΔE het verschil in elektrische energie tussen twee punten in joule (J);
- Q de lading in coulomb (C).

De spanning *U* geeft aan hoe groot de 'druk' is die op elektronen wordt uitgeoefend om van de minpool in de richting van de pluspool te bewegen. De materialen bij beide polen spelen daarbij een rol.
Een lithium-mangaandioxidebatterij heeft een andere spanning dan een zink-koolstofbatterij. Als je wisselspanning opwekt met een dynamo hangt de grootte van de spanning onder andere af van het tempo waarmee de dynamo draait.
Spanning meet je met een spanningsmeter (ook wel voltmeter genoemd). Omdat spanning een verschil in elektrische energie tussen twee punten aangeeft, sluit je een spanningsmeter aan *over* een elektrische component, bijvoorbeeld parallel aan een lampje (figuur 4).



▲ **figuur 4** elektrische spanning meten

Elektrisch vermogen

Stroomsterkte geeft aan hoeveel lading per seconde langs een punt in een stroomkring stroomt. Spanning geeft aan hoeveel energie een lading tussen twee punten in de stroomkring afgeeft. Als je de spanning en de stroomsterkte weet, kun je berekenen hoeveel energie de ladingen per seconde afstaan.

Voorbeeldopgave 1

Over een lampje staat een spanning van 6,0 V. Er gaat een stroom door het lampje van 0,50 A. Bereken de energie die de ladingen in 1,0 s afgeven.

Uitwerking
Een stroomsterkte van 0,50 A betekent dat er per seconde 0,50 C aan lading door het lampje stroomt. Een spanning van 6,0 V betekent dat elke coulomb lading een energie afgeeft van 6,0 J. De lading van 0,50 C staat dan per seconde 3,0 J af.

De berekening uit voorbeeldopgave 1 is ook in een formule te schrijven:

$$\frac{\Delta E}{t} = \frac{\Delta E}{Q} \cdot \frac{Q}{t} = U \cdot I$$

De elektrische energie die per seconde door een spanningsbron aan een elektrische component wordt afgestaan, is het **elektrisch vermogen**:

$$P = U \cdot I$$

Hierin is:
- *P* het vermogen in watt (W);
- *U* de spanning in volt (V);
- *I* de stroomsterkte in ampère (A).

Rendement

In hoofdstuk 3 heb je twee formules geleerd voor rendement die ook hier geldig zijn:

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\% = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}} \cdot 100\%$$

Voorbeeldopgave 2

Een elektrische lift tilt een massa van 100 kg over een hoogte van 2,5 m. De lift werkt op het lichtnet en heeft een vermogen van 650 W. Het tillen duurt 5,0 s.

a Bereken de stroomsterkte.

b Bereken het rendement van deze lift.

Uitwerking

a Formule: $I = \frac{P}{U}$

Gegevens:

$P = 650$ W

$U = 230$ V

$I = \frac{650}{230} = 2{,}83$ A

b De arbeid is gelijk aan $W = F_z \cdot s = (100 \times 9{,}81) \times 2{,}5 = 2{,}45 \cdot 10^3$ J. Dit is de nuttig toegepaste energie. Er zijn vervolgens twee uitwerkingen mogelijk, waarbij je in beide gevallen ook het gegeven $t = 5{,}0$ s gebruikt.

I Het nuttig vermogen is:

$$P_{\text{nuttig}} = \frac{E_{\text{nuttig}}}{t} = \frac{2{,}45 \cdot 10^3}{5{,}0} = 491 \text{ W}$$

Het rendement is dus:

$$\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}} \cdot 100\% = \frac{491}{650} \times 100\% = 75\%$$

II De toegevoerde energie is gelijk aan: $E_{\text{in}} = P_{\text{in}} \cdot t = 650 \times 5{,}0 = 3250 \text{ J} = 3{,}25 \text{ kJ}$

Het rendement is dan: $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\% = \frac{2{,}45}{3{,}25} \times 100\% = 75\%$

Bij grote getallen is het handig om niet de eenheid joule te gebruiken, maar de eenheid kilowattuur (kWh). Dit moet je lezen als kilowatt *keer* uur. Omdat het energieverbruik in de industrie vaak heel groot is, worden daar ook wel MWh en GWh gebruikt. De kWh is een maat die meestal wordt gebruikt voor *elektrische* energie. Je kunt deze echter ook voor andere energiesoorten gebruiken, zoals voor mechanische energie. Let er bij berekeningen met rendement op dat je voor de energie die nuttig wordt verbruikt dezelfde eenheid neemt als voor de energie die wordt toegevoerd. Beide energieën kun je dus uitdrukken in joule, maar ook in kilowattuur. Hetzelfde geldt voor de vermogens: de eenheid moet hetzelfde zijn.

Onthoud!

- Elektrische stroomsterkte is de lading die per tijdseenheid langs een punt in een stroomkring stroomt: $I = \frac{Q}{t}$
- Elektrische spanning is het energieverschil tussen twee punten in een stroomkring, gerekend per lading: $U = \frac{\Delta E}{Q}$
- Het vermogen is de elektrische energie die per seconde wordt omgezet in een andere energievorm. Je kunt het elektrisch vermogen berekenen met: $P = U \cdot I$
- De elektrische energie bereken je met $E = P \cdot t$. Als je SI-eenheden invult, dan is dit de elektrische energie in joule.
- Elektrische energie kun je ook uitdrukken in de eenheid kilowattuur. Dezelfde formule $E = P \cdot t$ geldt dan, maar je drukt vermogen uit in kilowatt en tijd in uur.

Opdrachten

1 Meetapparatuur
Een stroommeter wordt ook wel ampèremeter genoemd.
a Waarom is de term stroommeter beter dan ampèremeter?
b Leg met behulp van de definitie voor stroomsterkte uit waarom een stroommeter in de stroomkring in serie met een component wordt opgenomen en er niet parallel aan wordt geschakeld.
c Leg met behulp van de definitie voor spanning uit waarom een spanningsmeter parallel aan een component wordt aangesloten.

2 Batterij
Je hebt een batterij van 9 V.
a Bereken hoeveel elektrische energie een elektron meer heeft bij de negatieve pool van deze batterij dan bij de positieve pool.

De batterij wordt aangesloten op een stroomkring. Er loopt een stroom van 0,25 A.
b Bereken hoeveel elektronen per seconde door de stroomkring gaan.
c Bereken het vermogen dat de batterij levert.

3 Analogie met water
In deze paragraaf is stroom door een stroomdraad vergeleken met een stromende rivier. Kies in de volgende twee vergelijkingen de juiste grootheid.
a Als je water een groter hoogteverschil laat overbruggen, kun je dat vergelijken met een grotere stroom/spanning.
b Als er door smeltend ijs in de bergen meer water door dezelfde rivier stroomt, kun je dat vergelijken met een grotere stroom/spanning.

4 Broodrooster
Een broodrooster heeft een vermogen van 900 W.
a Bereken de stroom door het broodrooster.

Het roosteren van een boterham duurt 2,0 min.

b Bereken de lading die in deze tijd door het broodrooster stroomt.

c Bereken de afgegeven energie tweemaal: met de formule voor energie, vermogen en tijd, en ook met de formule voor energie, spanning en lading. Controleer of je tweemaal hetzelfde antwoord krijgt.

5 Koelkast

Het gemiddelde vermogen van een zuinige koelkast is 12 W, het piekvermogen is 130 W.

a Leg uit waarom het piekvermogen veel hoger is dan het gemiddelde vermogen.

b Bereken het energieverbruik van de koelkast in een jaar, uitgedrukt in kilowattuur.

Het vermogen van een stofzuiger is 1,8 kW.

c Leg uit of hier piekvermogen of gemiddeld vermogen wordt bedoeld.

d Bereken het energieverbruik van de stofzuiger in een jaar, uitgedrukt in kWh. Schat hiertoe hoelang een stofzuiger in een jaar aanstaat.

e Welk apparaat is duurder in het gebruik, de koelkast of de stofzuiger?

6 Oplaadbare batterij

Op een oplaadbare batterij staat ‘1,2 V’ en ‘2000 mAh’.

a Bereken hoeveel energie er in de batterij is opgeslagen. Druk dit uit in kilowattuur.

Je laadt de batterij op met een oplader. De stroom die gaat lopen is 200 mA bij een spanning van 1,2 V.

b Bereken hoelang het duurt voordat de batterij is opgeladen als je aanneemt dat er geen elektrische energie verloren gaat.

In werkelijkheid duurt het zestien uur voor de batterij is opgeladen.

c Bereken het rendement waarmee de batterij wordt opgeladen.

7 Formule afleiden

Ga uit van de formule voor rendement uitgedrukt in energie. Laat met behulp van het verband tussen energie en vermogen zien dat je het rendement ook kunt berekenen met het vermogen.

8 Spaarlamp

Een spaarlamp van 12 W zet 45% van de elektrische energie om in zichtbaar licht.

a Bereken hoeveel energie er per seconde wordt omgezet in warmte.

In de winter gebruik je deze lamp om warm te blijven.

b Beredeneer hoe groot het rendement van de lamp is als warmtebron.

Je wilt in de winter ook een boek lezen bij de lamp.

c Beredeneer hoe groot nu het rendement van de lamp is.

d Leg uit hoe het kan dat je in deze opdracht drie verschillende waarden voor het rendement hebt gevonden.

9 Gloeivinger?

Als je een touchscreen aanraakt, is je vinger een geleidende verbinding tussen scherm en aarde.

Leg aan de hand van een formule uit dat het scherm slechts een heel klein vermogen aan de vinger levert.

+10 Bliksem
De stroomsterkte van een bliksemflits is 30 kA. Bij de ontlading stroomt er in totaal 15 C elektrische lading.
a Bereken hoelang de ontlading duurt.

Bij de ontlading komt 500 MJ energie vrij.
b Bereken de spanning tussen de onweerswolk en de grond.
c Bereken het vermogen van een bliksemflits.
d Bereken hoe groot de stroomsterkte uit een stopcontact zou zijn als het vermogen even groot was als bij een bliksemflits.

2 Weerstand en geleidbaarheid

In deze paragraaf leer je:
- redeneren met de grootheden weerstand en geleidbaarheid;
- berekeningen uitvoeren met stroom, spanning, weerstand en geleidbaarheid.

Een wasmachine en een leeslampje worden aangesloten op dezelfde spanning. De gevolgen zijn heel verschillend. Een wasmachine heeft een veel groter vermogen en zet op sommige momenten wel honderd keer zoveel energie om als het lampje. In de vorige paragraaf leerde je dat bij een groter vermogen een grotere stroomsterkte hoort. De weerstand van het apparaat speelt daarbij een rol.

Definitie van weerstand en geleidbaarheid

Het water in een stuwmeer heeft zwaarte-energie en zal naar beneden stromen als daar de mogelijkheid voor is. De mate waarin dat gebeurt, wordt bepaald door hoe ver de kleppen in de dam openstaan. De beheerder zet de kleppen verder open als de turbines harder moeten draaien. Hoe verder ze openstaan, hoe meer water er per seconde gaat stromen.
Zo werkt het ook in elektrische systemen. De **weerstand** is een grootheid die aangeeft hoeveel stroom er gaat lopen bij een bepaalde spanning. Hoe kleiner de weerstand, hoe groter de stroomsterkte. De definitie van de weerstand van een apparaat of van een draad luidt:

$$R = \frac{U}{I}$$

Hierin is:
- R de elektrische weerstand in ohm (Ω);
- U de elektrische spanning in volt (V);
- I de elektrische stroomsterkte in ampère (A).

R is de afkorting van het Engelse woord *resistance*. Uit de definitie van de weerstand volgt automatisch dat de bijbehorende eenheid gelijk is aan de eenheid van spanning gedeeld door de eenheid van stroomsterkte: $[R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$

In veel toepassingen ligt de spanning vast, bijvoorbeeld omdat een apparaat werkt op het lichtnet. Je gebruikt de formule daarom vaak om uit te rekenen wat de stroomsterkte wordt.

De geschikte vorm is dan: $I = \frac{U}{R}$

Soms wordt het omgekeerde van weerstand gebruikt. Dat is de **geleidbaarheid** G. Er geldt:

$$G = \frac{I}{U}$$

Je ziet dat $G = \frac{1}{R}$. Deze grootheid bevat dezelfde informatie over een draad of een apparaat als de weerstand, maar soms is het handig om te kunnen schrijven $I = G \cdot U$ in plaats van $I = \frac{U}{R}$. De eenheid van geleidbaarheid is de siemens (S): 1 S = 1 Ω^{-1}.

Van veel huishoudelijke apparaten is het vermogen gegeven. P en U zijn dus bekend. Door de verbanden $P = U \cdot I$ en $U = I \cdot R$ te combineren, kun je de weerstand van het apparaat berekenen.

Voorbeeldopgave 3

De stroom in een strijkijzer loopt via de draad van de ene stekkerpen in het stopcontact naar een verwarmingselement, door het verwarmingselement, en door een draad terug naar de andere stekkerpen in het stopcontact. Een strijkijzer heeft een vermogen van 1800 W. Bereken de gezamenlijke weerstand van de draden en het verwarmingselement.

Uitwerking
Je hebt twee formules nodig. Eerst bereken je met $I = \frac{P}{U}$ de stroomsterkte door het strijkijzer.

Daarna bereken je met $R = \frac{U}{I}$ de weerstand.

Gegeven zijn P en U, want P staat in de opgave en je weet dat een strijkijzer werkt op 230 V.

Invullen: $I = \frac{P}{U} = \frac{1800}{230} = 7{,}83$ A

$$R = \frac{U}{I} = \frac{230}{7{,}83} = 29{,}4\ \Omega$$

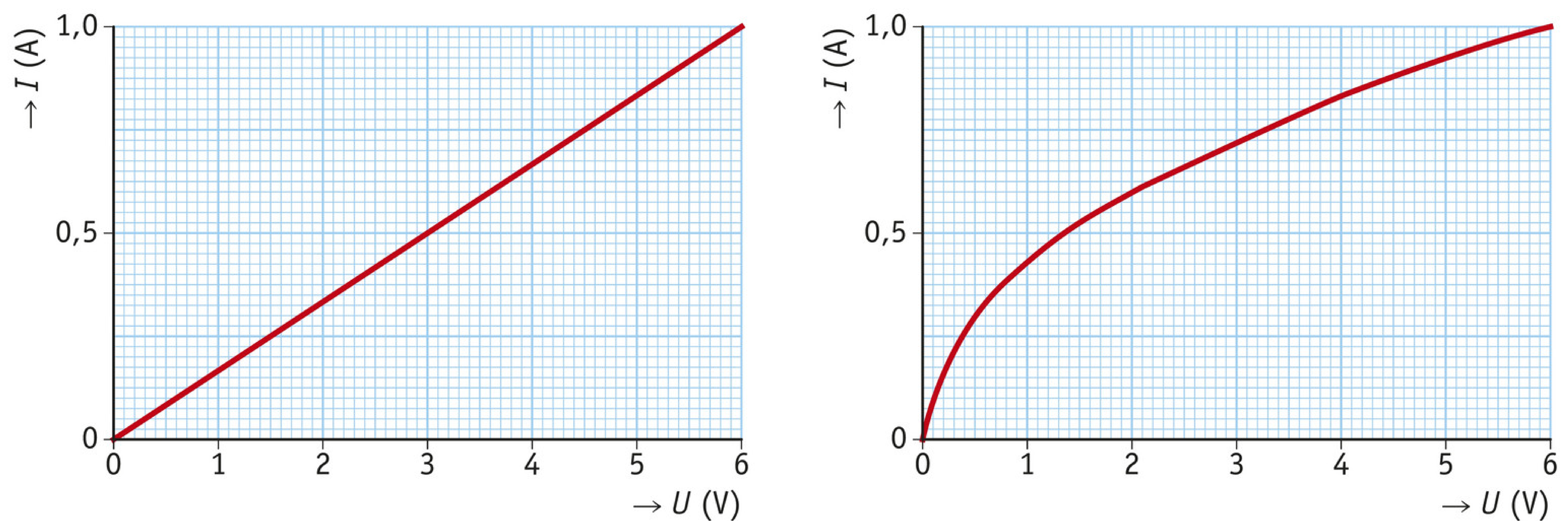
▶ **EXPERIMENT 1** De weerstand van niet-aangesloten apparaten (begripspracticum)

De wet van Ohm

Bij veel weerstandsdraden in apparaten is de weerstand niet constant, het verband tussen U en I is niet recht evenredig. De oorzaak is dat de draad warm wordt bij een groter vermogen, als er meer energie per seconde wordt omgezet. Dit heeft invloed op de grootte van de weerstand. Meestal wordt bij een hogere temperatuur de weerstand groter. Dat betekent dat als de spanning bijvoorbeeld 10× zo groot wordt, de stroomsterkte *minder* dan 10× zo groot wordt.

Het verband $I = \frac{U}{R}$ is *altijd* geldig, maar je werkt met de op dat moment geldende I, U en R.

Een **ohmse weerstand** is een speciaal geval: daarbij is de weerstandswaarde R constant. Dat betekent dat de stroom die gaat lopen recht evenredig is met de aangelegde spanning. De grafiek van I tegen U is dus een rechte lijn door de oorsprong. Je zegt dan: "Deze weerstand voldoet aan de wet van Ohm." In figuur 5 zie je de (I,U)-diagrammen van een ohmse en een niet-ohmse weerstand.



▲ **figuur 5** (I,U)-diagrammen van een ohmse weerstand (links) en een niet-ohmse weerstand (rechts)

Voorbeeldopgave 4

Je meet de weerstand van een niet-aangesloten gloeilamp van 40 W die in de fitting van een lamp is gedraaid. Je doet dit door de polen van een multimeter te verbinden met de beide pennen van de stekker die aan de lamp vastzit. Je meet een weerstand van 108 Ω. Beredeneer of de gloeidraad voldoet aan de wet van Ohm.

Uitwerking
Op de manier van voorbeeldopgave 3 bereken je dat de weerstand gelijk is aan 1,3 kΩ als de gloeilamp van 40 W aanstaat. Kennelijk is de weerstand van de gloeidraad veel hoger als hij heet is dan als hij koud is. De weerstand heeft geen constante waarde, de gloeidraad voldoet dus niet aan de wet van Ohm.

Apparaten in huis werken op een spanning van 230 V. Door een apparaat met een groot vermogen loopt een grote stroom. De weerstand is dus klein en de geleidbaarheid groot. In een auto werkt alles op 12 V. Autolampen hebben in vergelijking met lampen in huis voor dezelfde hoeveelheid licht een veel grotere stroom nodig. Een veel grotere stroom bij een kleinere spanning vereist een veel kleinere weerstand van de lamp.

Onthoud!

- Elektrische weerstand in ohm (Ω) geeft aan hoeveel stroom er gaat lopen bij een bepaalde spanning: $R = \dfrac{U}{I}$
- De geleidbaarheid is het omgekeerde van de weerstand: $G = \dfrac{I}{U}$. De eenheid van geleidbaarheid is de siemens (S).
- Als de weerstand van een apparaat of een draad constant is, dan voldoet deze weerstand aan de wet van Ohm. Die weerstand noem je dan een ohmse weerstand.
- Veel weerstanden voldoen niet aan de wet van Ohm, vaak wordt de weerstand groter als de stroom groter wordt. Dit komt doordat dan ook de temperatuur stijgt.
- Door de verbanden $P = U \cdot I$ en $U = I \cdot R$ te combineren, kun je conclusies trekken over de weerstand van een apparaat.

Opdrachten

11 Andere stromen

Als een aanvoerbuis van de waterleiding is gesprongen, loopt er per seconde een grote hoeveelheid water je huis in.

a Leg uit met welk elektrisch verschijnsel je dit kunt vergelijken.

Als een weg is afgesloten, loopt er helemaal geen verkeersstroom.

b Leg uit met welke situatie dit overeenkomt in het geval van een elektrisch circuit.

12 Apparaten

Apparaten hebben een bepaalde weerstand.

a Leg uit welk apparaat als geheel een grotere weerstand heeft: een vaatwasmachine of een koffiezetapparaat.

b Leg uit welk van de twee apparaten de grootste geleidbaarheid heeft.

13 Goede geleiders

Zet de volgende draden op volgorde van kleine naar grote geleidbaarheid.

I G = 2,0 kS

II R = 2,0 kΩ

III R = 2,0 mΩ

IV G = 2,0 MS

V Bij U = 200 V stroomt er I = 200 mA.

14 Weerstand

In een auto werken de elektrische systemen op een accu die 12 V levert. Vergelijk een koplamp met vermogen 60 W met een lamp in huis met hetzelfde vermogen.

a Leg uit welke lamp de grootste weerstand heeft.

b Bereken de verhouding van de weerstanden van beide lampen.

15 Lampje

Je hebt een batterij van 4,5 V. Je sluit er een lampje op aan dat hoort te werken op een spanning van 4,5 V en dat dan een vermogen van 6,0 W heeft.

a Bereken de weerstand van het lampje.

De batterij raakt leeg en je hebt alleen een andere batterij van 1,5 V.

b Bereken het vermogen dat deze batterij levert als je deze aansluit op het lampje. Ga ervan uit dat de weerstand gelijk blijft.

c Leg uit hoe het komt dat het vermogen nu méér dan 3× zo klein is als bij een spanning van 4,5 V.

16 Ohms of niet ohms

In een broodrooster zit een gloeidraad. Als je hem aansluit op het lichtnet, is het vermogen 1,0 kW. Als je hetzelfde broodrooster aansluit in de Verenigde Staten, waar de spanning van het lichtnet 115 V is, dan is het vermogen 0,40 kW.

Leg met behulp van getallen uit dat uit deze gegevens volgt dat de gloeidraad geen ohmse weerstand is.

17 Ontlading

De polen van een batterij van 4,5 V raken een stukje staalwol waardoor de weerstand tussen de polen gelijk is aan 0,1 Ω.

a Bereken het vermogen van de batterij.

b Leg uit dat de batterij op deze manier snel leeg zal raken.

Op de batterij staat '1800 mAh'. Dat betekent dat deze bijvoorbeeld 1 h lang 1800 mA kan leveren, of 10 h lang 180 mA.

c Bereken hoelang het duurt voor de batterij leeg is als deze de staalwol raakt.

18 Stroomsterkte

Orden de onderstaande situaties van kleine naar grote stroomsterkte.

I Een lading van 1,0 nC passeert in 2,0 ms.

II Een draad met een geleidbaarheid van 0,60 µS wordt aangesloten op een batterij van 1,5 V.

III Een weerstand van 2,0 kΩ wordt aangesloten op een spanningsbron met een vermogen van 1,0 W.

IV Een apparaat dat op het lichtnet is aangesloten gebruikt in een etmaal 20 kJ energie.

19 Batterij vasthouden

Als je een 3,7 V batterij uit een telefoon met twee vingers vastpakt, gaat er een stroompje lopen. De weerstand van de huid is op dat moment 100 kΩ voor beide stukjes die de batterij raken, voor beide vingers. De totale weerstand is dus 200 kΩ.

a Bereken de grootte van de stroom door je vingers.

Als je een touchscreen aanraakt, gaat er een stroompje door je vinger, via je lichaam, door je schoenzolen, naar de grond.

b Geef twee redenen waarom dit stroompje nog veel kleiner zal zijn dan je antwoord van opdracht a.

+20 Potloodstreep

Met een multimeter meet je dat een heel dikke potloodstreep op papier een weerstand heeft van 1,5 MΩ.

a Bereken de stroom die zal gaan lopen als je de uiteinden van de potloodstreep verbindt met de polen van een batterij van 4,5 V.

b Laat met een berekening zien dat de potloodstreep bij deze spanning niet als een gloeidraad zal oplichten.

+21 Weerstanden in serie

Je schakelt de volgende drie weerstanden in serie: 16 Ω (1,0 W), 8,0 Ω (0,40 W) en 4,0 Ω (0,25 W). De waarde tussen haakjes geeft het maximale vermogen dat de weerstand kan hebben, zonder dat deze beschadigd wordt. Deze serieschakeling wordt aangesloten op een regelbare voeding waarvan de spanning onbeperkt kan worden verhoogd.

Beredeneer welke weerstand als eerste zal worden beschadigd als je de spanning geleidelijk opvoert.

3 Weerstand van een draad

In deze paragraaf leer je:

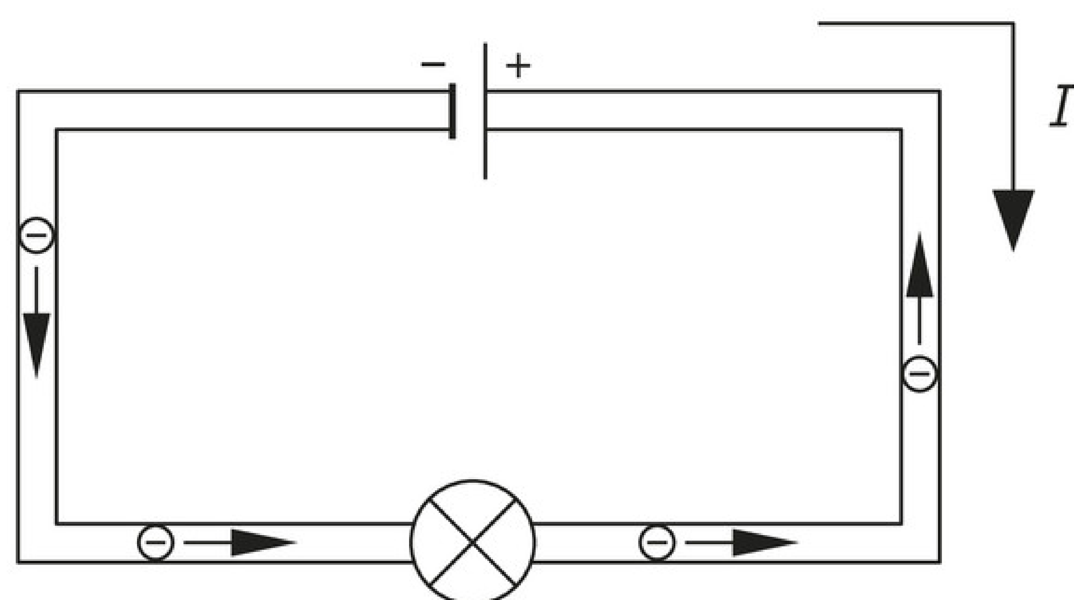
- waarvan de weerstand van een draad afhangt;
- berekeningen uitvoeren met de specificaties van een draad en de weerstand.

Meestal zijn stroomdraden gemaakt van koper met daaromheen een plastic omhulsel. Koper geleidt stroom goed, plastic juist niet. De elektrische geleiding hangt niet alleen van het materiaal af, maar ook van de afmetingen van de stroomdraad.

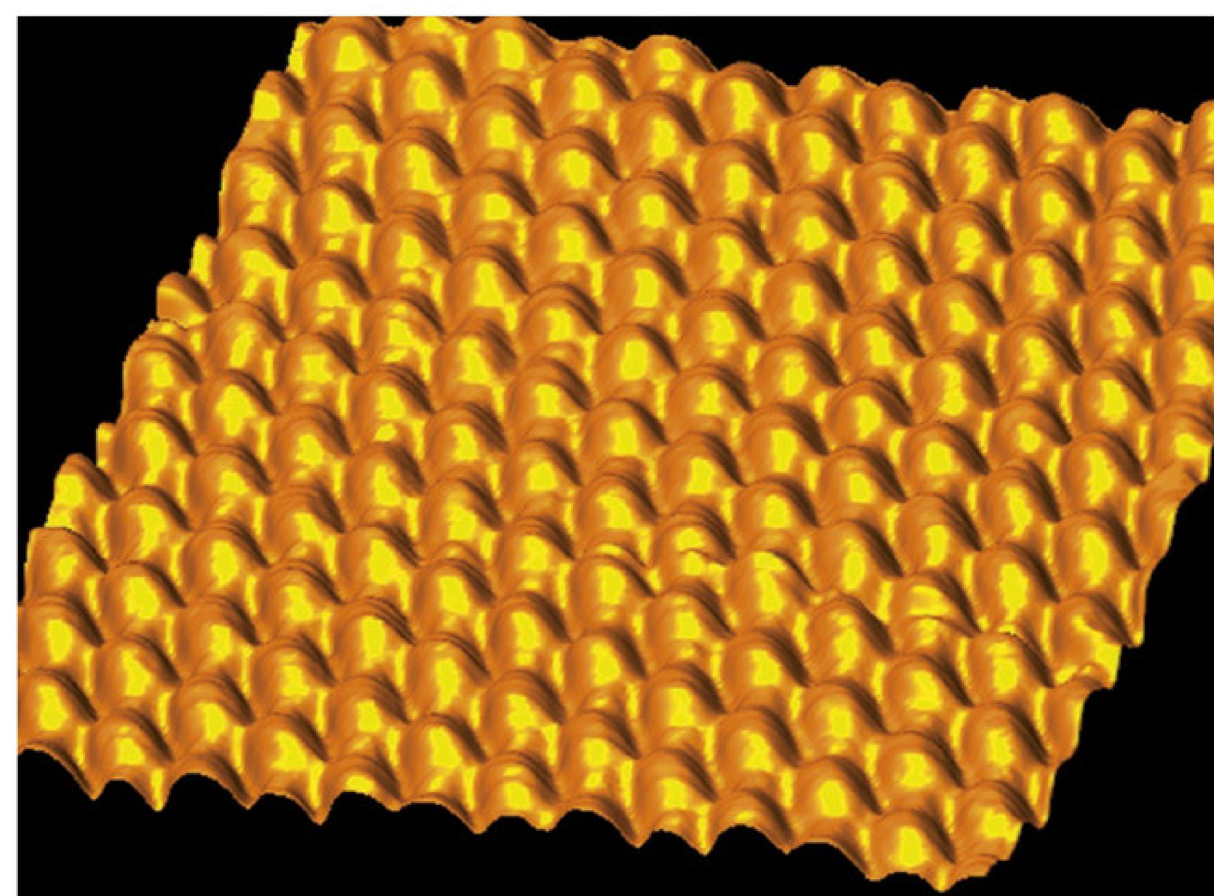
Model van een stroomdraad

In een stroomdraad bewegen elektronen, negatief geladen deeltjes, die worden aangetrokken door de pluspool van een spanningsbron. Elektronen stromen van min naar plus. Voordat elektronen werden ontdekt, hadden natuurkundigen al afgesproken dat elektrische stroom van plus naar min stroomt (figuur 6). Dat kan verwarrend werken, let daarop.

De weerstand van een draad hangt samen met de beweging van elektronen. Een koperen stroomdraad bestaat uit koperatomen die zijn geordend in een metaalrooster (figuur 7). Bij elk atoom hoort een vast aantal elektronen, 29 in het geval van koper. De meeste daarvan zijn sterk gebonden aan de kern van het koperatoom.



▲ **figuur 6** elektrische stroom (I) en elektronenstroom in een stroomkring



▲ **figuur 7** afbeelding van een koperoppervlak gemaakt met een rastertunnelmicroscoop

Per koperatoom zijn er echter enkele **valentie-elektronen**, die niet gebonden zijn aan één atoomkern. Onder invloed van een kleine kracht kunnen deze zich door het metaalrooster verplaatsen. Wanneer een elektron zich verplaatst, laat het een lege plek achter die snel wordt gevuld door een ander elektron. Zo verplaatsen de elektronen zich met zijn allen door de koperen draad.

Als de stroomkring niet gesloten is, ondervinden de elektronen wel een elektrische kracht van de spanningsbron, maar kunnen ze geen kant op. Zodra je de schakeling sluit, gaan de elektronen richting de positieve pool stromen. Maar de stroomdraad is geen lege ruimte. De elektronen moeten door een rooster bewegen en worden gehinderd. Gemiddeld bewegen ze wel de goede kant op, maar soepel gaat dat niet. Ze staan energie af aan het metaalrooster, dat daardoor opwarmt. Het effect hiervan is dat stroomdraden weerstand hebben en warm worden. Dit kun je vergelijken met het stromen van water in een rivier: er ontstaat een evenwicht tussen de invloed van de zwaartekracht en de wrijvingskracht, waarbij de stroomsnelheid in de rivier min of meer constant is. Als water geen weerstand zou ondervinden, dan zou het steeds sneller gaan, doordat de zwaartekracht het water blijft versnellen. Het versnelt net zo lang tot de weerstandskracht net zo groot is als de zwaartekracht. Zo probeert de spanning de elektronen steeds sneller te laten gaan, maar zorgt de weerstand voor een evenwichtssnelheid.

Weerstand van een stroomdraad

De weerstand van een stroomdraad hangt af van de lengte, de doorsnede, en het materiaal waarvan de draad is gemaakt. Hoe langer de draad, hoe moeilijker deze stroom geleidt en hoe hoger de weerstand. Dit is te vergelijken met een lang rietje waardoor je frisdrank probeert te drinken.

Hoe dikker de draad, hoe gemakkelijker de draad stroom geleidt en hoe lager de weerstand. Dit kun je vergelijken met een dik rietje, of met meerdere rietjes waardoor je frisdrank drinkt: dat gaat makkelijker.

De weerstand van een draad wordt gegeven door:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

Hierin is:
- R de weerstand van de draad in ohm (Ω);
- ρ de soortelijke weerstand van de draad in ohm keer meter (Ω m);
- l de lengte van de draad in meter (m);
- A de doorsnede van de draad in vierkante meter (m^2).

De soortelijke weerstand ρ is een materiaaleigenschap. In Binas vind je de soortelijke weerstand van verschillende materialen in de tabellen met stofeigenschappen. De eenheid 'ohm keer meter' wordt vaak uitgesproken als 'ohm-meter'.

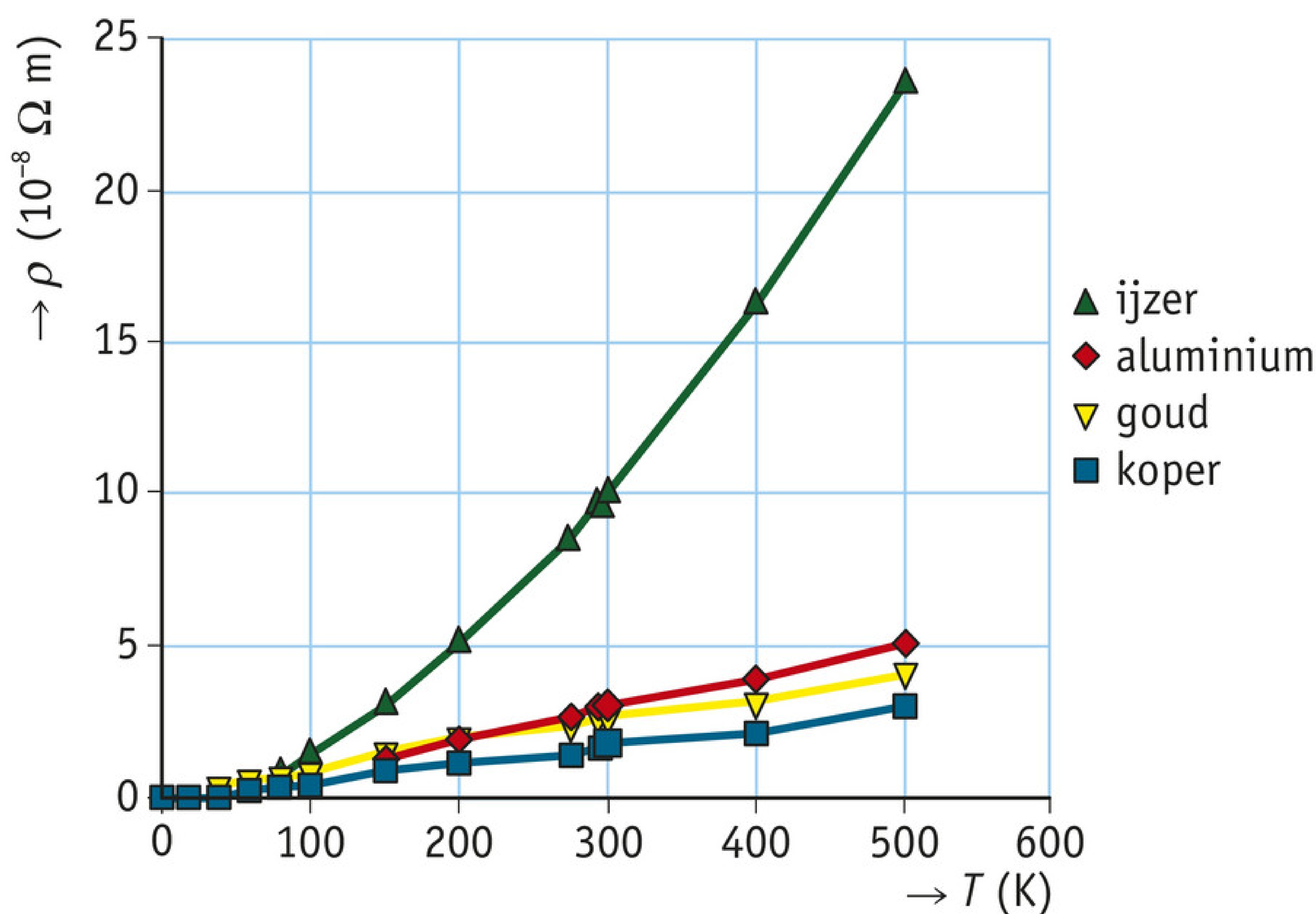
Voorbeeldopgave 5

De koperen draad tussen een geluidsinstallatie en een luidspreker bestaat uit twee 'aders'. De draad heeft een lengte van 4,0 m. De doorsnede van een ader is 2,0 mm^2.
Bereken de weerstand van een van de aders van deze draad.

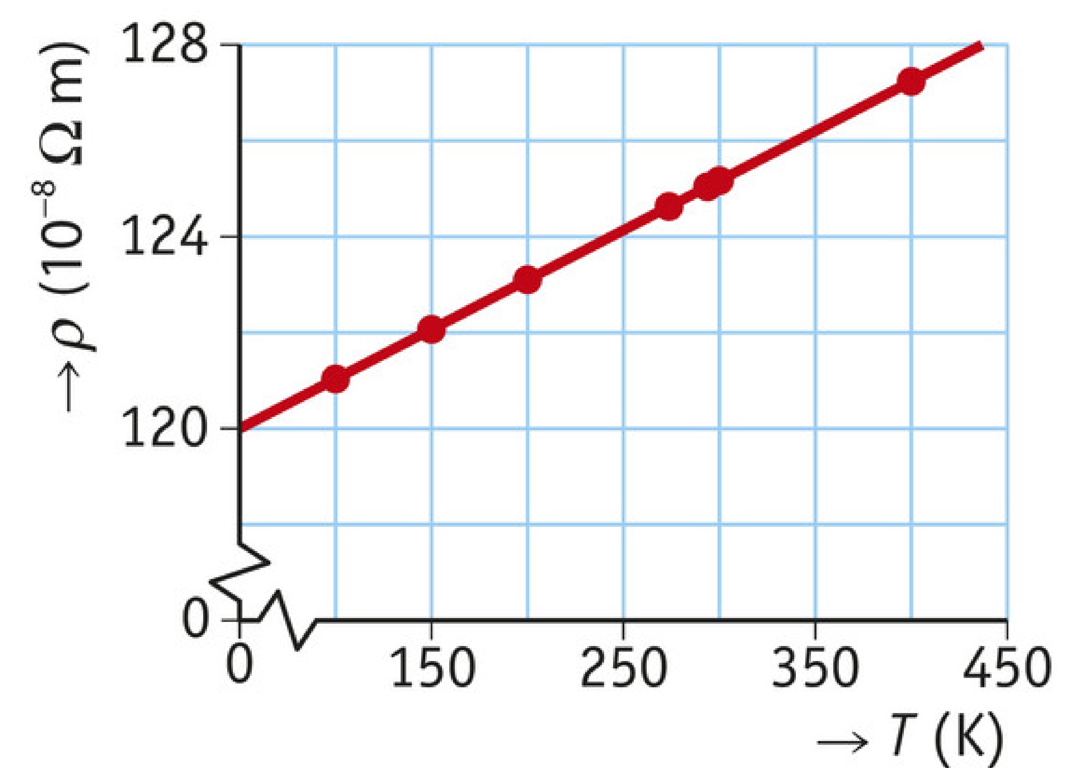
Uitwerking
Reken altijd eerst om naar de juiste eenheden: elke ader in de draad heeft een lengte van 4,0 m en een doorsnede van 2,0 mm^2 = $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ m^2. De soortelijke weerstand van koper kun je vinden in Binas: $\rho = 17 \cdot 10^{-9}$ Ω m. Invullen van de gegevens in de formule voor de weerstand van een draad geeft:

$$R = \frac{17 \cdot 10^{-9} \times 4{,}0}{2{,}0 \cdot 10^{-6}} = 34 \cdot 10^{-3}\ \Omega = 34\ \text{m}\Omega$$

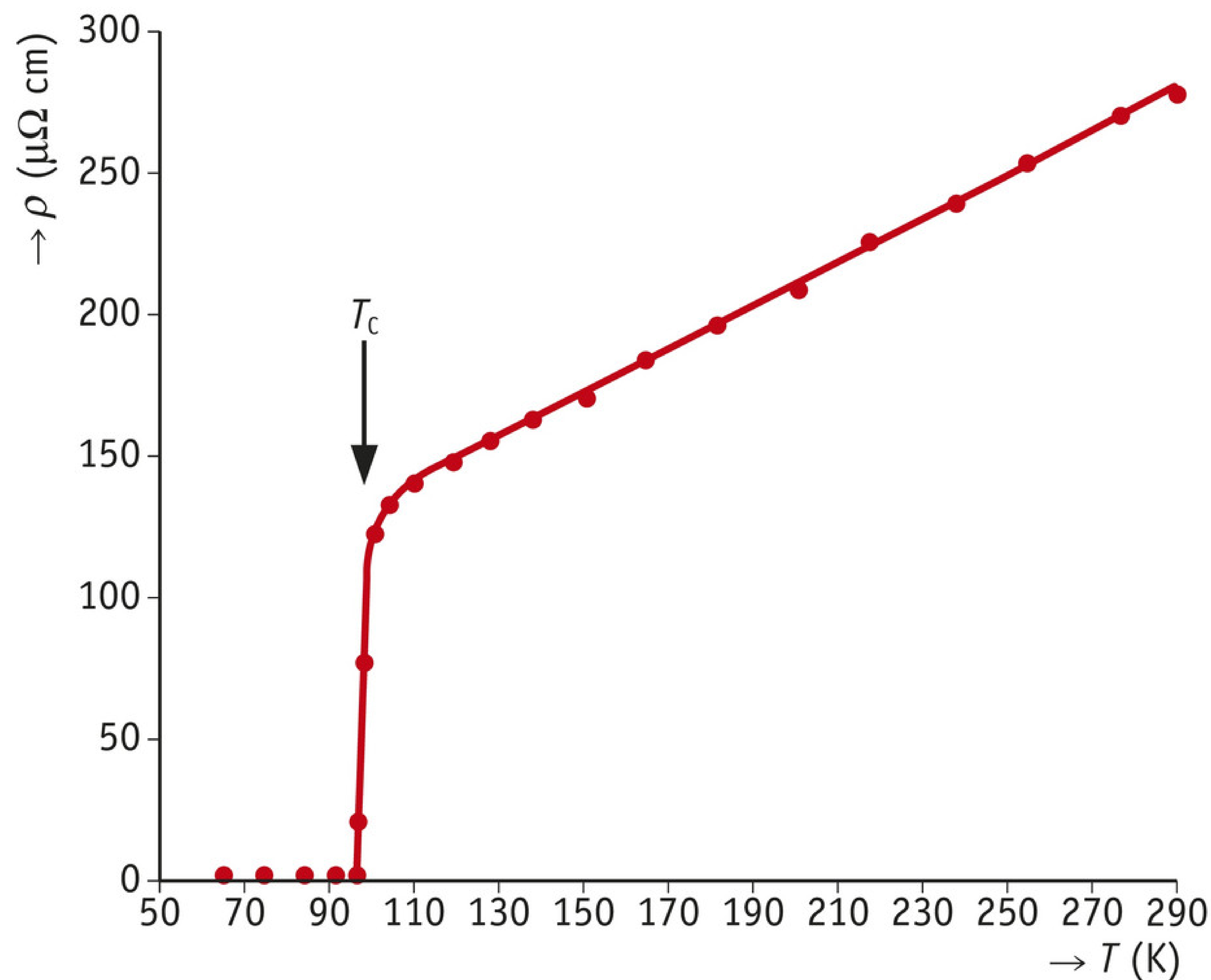
De soortelijke weerstand van de meeste materialen hangt af van de temperatuur. Meestal geldt: hoe lager de temperatuur, hoe lager de soortelijke weerstand (figuur 8 en 9).
Supergeleidende materialen hebben onder een bepaalde temperatuur helemaal geen weerstand meer. Het verschil met gewone geleiders is dat de soortelijke weerstand van een supergeleider onder een bepaalde temperatuur abrupt naar nul gaat (figuur 10).



▲ **figuur 8** soortelijke weerstand van verschillende metalen uitgezet tegen de temperatuur



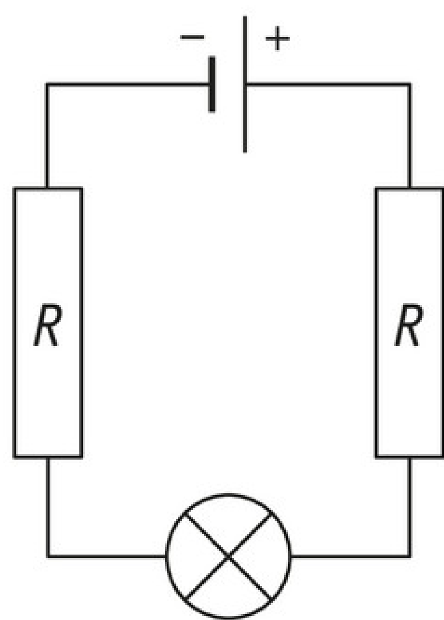
▲ **figuur 9** soortelijke weerstand van nichroom, een chroomnikkel-legering, bij verschillende temperaturen



▲ **figuur 10** Een supergeleider verliest zijn weerstand onder een bepaalde temperatuur.

Draden weergeven in een schakelschema

In schakelschema's geef je schematisch weer hoe een schakeling in elkaar zit. Bijvoorbeeld of componenten in serie of parallel geschakeld zijn, waar zich een schakelaar bevindt en of er een gelijkspanningsbron of wisselspanningsbron is aangesloten. De verbindingen tussen de componenten geef je weer met lijnen. De afspraak is dat die lijnen perfect geleidende draden voorstellen, dus zonder weerstand. De reden voor deze afspraak is dat het dan niet uitmaakt hoe lang je de lijnen tekent. Zo kun je het schakelschema overzichtelijk houden. In werkelijkheid hebben de draden natuurlijk wel weerstand. Wanneer je rekening moet houden met de weerstand van de draden, kun je de stroomdraden voorstellen als weerstanden met symbool R (figuur 11).



▲ **figuur 11** De weerstanden R geven hier de weerstand van de stroomdraden aan.

▶ **EXPERIMENT 2** Het materiaal van een metalen draad bepalen (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- De weerstand (in Ω) van een draad wordt gegeven door: $R = \dfrac{\rho \cdot l}{A}$. Hierin is ρ de soortelijke weerstand van de draad (in Ω m), l de lengte van de draad (in m) en A de doorsnede van de draad (in m^2).
- In een draad die stroom geleidt, bewegen de elektronen. Doordat de elektronen zich door het metaalrooster moeten bewegen, ondervinden ze weerstand.
- De lijnen in een schakelschema stellen ideale stroomdraden voor: ze hebben geen weerstand.

Opdrachten

22 Eenheid

Controleer aan de hand van de formule voor de weerstand van een draad dat de eenheid van soortelijke weerstand ρ gelijk is aan $\Omega\,m$.

23 Analogie met vallen

Je kunt het stromen van elektronen naar een pluspool vergelijken met het vallen van massa's naar de aarde. Vul aan:

a Zowel bij een stroom die door een draad loopt als bij een regendruppel die valt ontstaat … (noem een energiesoort).

Vul hieronder steeds een *elektrische* grootheid in.

b Als een kogeltje van een grotere hoogte valt, heeft het meer zwaarte-energie. Je kunt dit vergelijken met een grotere …, waarbij een lading meer … heeft.

c Als een kogeltje door water valt, gaat het langzamer dan als het in lucht valt. Je kunt dit vergelijken met een stroom die loopt door een materiaal met een grotere ….

d Als er meer regendruppels van dezelfde hoogte vallen, kun je dat vergelijken met een grotere … bij dezelfde ….

24 Knikkers in tuinslang

Je kunt de elektronen die door een metaaldraad stromen vergelijken met knikkers die door een tuinslang bewegen.

Leg uit welke analogie beter is:

I Een draad die op een spanningsbron is aangesloten, is als een tuinslang waar je af en toe met grote snelheid een knikker in gooit.

II Een draad die op een spanningsbron is aangesloten, is als een tuinslang die vol zit met knikkers en waar je af en toe een knikker bij duwt, waardoor alle knikkers tegelijk opschuiven.

25 Soortelijke weerstand

In Binas staat een tabel met eigenschappen van metalen.

a Welk van de metalen die daar genoemd worden, heeft de hoogste soortelijke weerstand?

b Welk metaal heeft de laagste soortelijke weerstand?

c Vergelijk je antwoorden bij opdracht a en b met de soortelijke weerstand van koper. Druk het verschil in soortelijke weerstand ten opzichte van de soortelijke weerstand van koper in procenten uit.

d Geef twee argumenten waarom vaak voor koper wordt gekozen als materiaal voor het maken van stroomdraden.

26 Formule herschrijven

Ga uit van de formule voor de weerstand van een draad. Herschrijf deze formule zodat deze achtereenvolgens begint met:

a $l = \ldots$

b $A = \ldots$

c $\rho = \ldots$

27 Draad [1]

Een ronde stroomdraad is gemaakt van koper en heeft een diameter van 1,4 mm en een lengte van 3,8 m.

a Bereken de weerstand van de draad.

Door de draad gaat een stroom van 0,28 A.

b Bereken de spanning over de draad.

c Bereken de elektrische energie die in de draad per seconde wordt omgezet.

28 Draad [2]

Een ronde draad van aluminium met een lengte van 1,0 m is aangesloten op een spanningsbron, ingesteld op 0,10 V. Door de draad gaat een stroom van 3,5 A. De draad wordt op kamertemperatuur gehouden.
Bereken de diameter van de draad.

29 Draad [3]

Een ronde draad van een onbekend materiaal heeft een lengte van 1,5 m en een diameter van 1,2 mm. Als de draad op een spanningsbron van 2,5 V wordt aangesloten, loopt er een stroom van 4,2 A door de draad.

a Bereken de soortelijke weerstand van de draad.

b Bepaal met behulp van Binas van welk materiaal deze draad gemaakt zou kunnen zijn.

+30 Draden voor handschoenen

In een handschoen die geschikt is om touchscreens te bedienen, zitten geleidende draden. Dat zijn nylondraden met een laagje zilver erop.

a Noem twee manieren om draden met een grotere geleidbaarheid te maken.

Een draad heeft een diameter van 0,10 mm en is 6,0 mm lang. Het zilverlaagje is 2,0 μm dik.

b Bereken de weerstand van de draad.

31 Draden veranderen

Een stroomdraad heeft een diameter van 2,0 mm, is 10 m lang en heeft een weerstand van 1,0 Ω.
Beredeneer hoe groot de weerstand van de volgende draden is.

a Stroomdraad A is 2× zo lang als de oorspronkelijke draad en 2× zo dik.

b Stroomdraad B is gemaakt van dezelfde hoeveelheid materiaal als de oorspronkelijke draad, alleen uitgerekt tot een lengte van 20 m.

c Stroomdraad C is even lang en even dik als de oorspronkelijke draad, alleen is hij hol. De diameter van de holle binnenkant is 1,0 mm.

32 Draden combineren

Je hebt een aantal identieke stukken stroomdraad. Elk stuk draad heeft een weerstand R. Je sluit n van deze draden in serie aan.

a Beredeneer met behulp van de formule voor de weerstand van een draad hoe groot de weerstand van deze n draden samen is. Druk je antwoord uit in R en n.

Je sluit n van deze draden vervolgens parallel aan.

b Beredeneer hoe groot de weerstand van deze draden samen is. Druk je antwoord weer uit in R en n.

33 Hoogspanningslijn

De langste hoogspanningslijn in Nederland ligt tussen Zwolle (Overijssel) en Meeden (Groningen) en heeft een lengte van 107 km. Het gemiddelde vermogen van deze lijn is 2630 MW bij een spanning van 380 kV.

a Bereken de gemiddelde stroomsterkte van deze lijn.

De lijn bestaat uit vier kabels die van Zwolle naar Meeden lopen en vier kabels die teruglopen van Meeden naar Zwolle. Deze kabels hebben weerstand.

b Teken het schakelschema van de hoogspanningskabels.

c Bereken de stroomsterkte door een van de kabels.

De kabels zijn gemaakt van aluminium en hebben een diameter van 12 cm.

d Bereken de weerstand van een van de kabels.

e Bereken het vermogen van elk van de kabels. Dit vermogen is het verlies aan elektrische energie in de kabels.

34 Lampjes

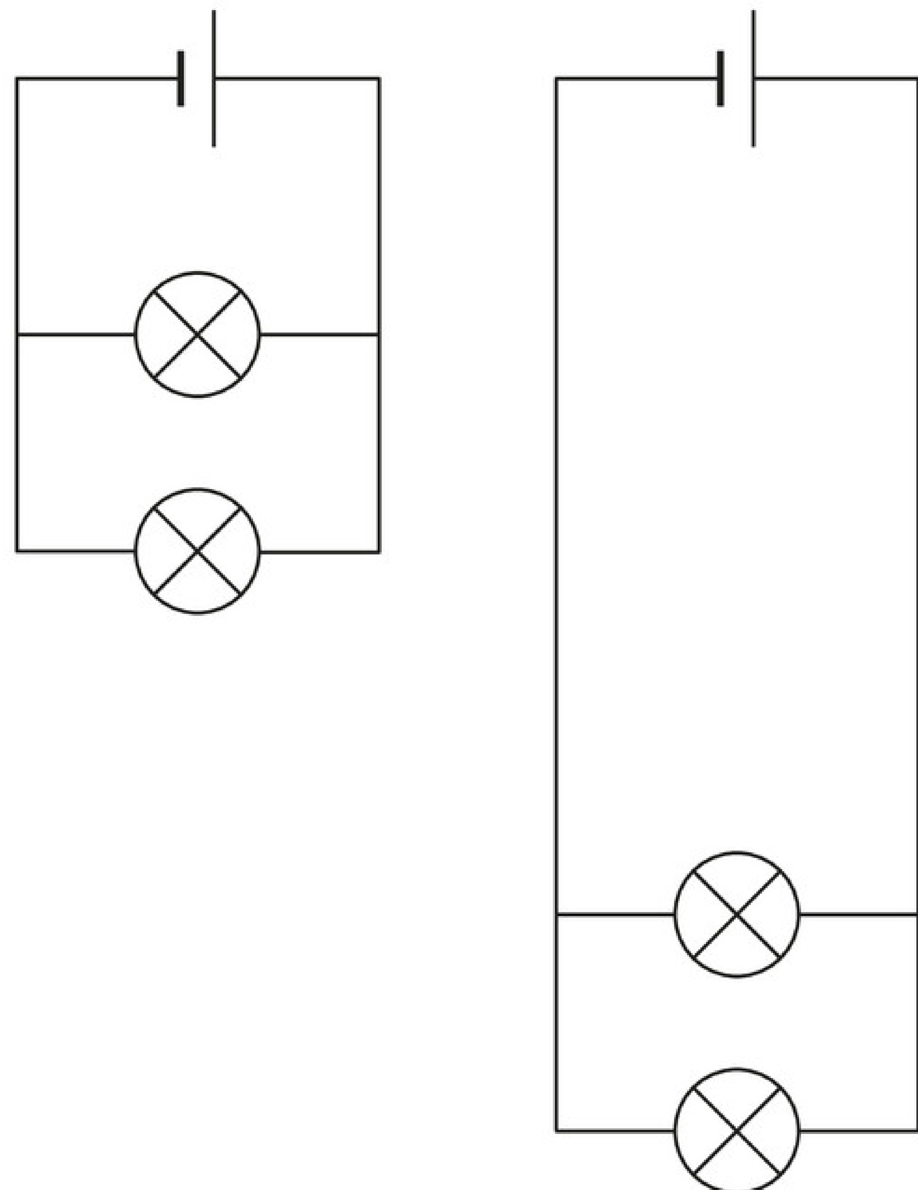
Bekijk de schakelschema's in figuur 12. De spanning van de bron is in beide gevallen hetzelfde. Ook zijn de lampjes in beide schakelingen hetzelfde.

a Leg uit dat de lampjes in de twee situaties even sterk zullen branden.

In werkelijkheid zullen de lampjes *niet* even sterk branden.

b Leg uit waarom niet.

c Teken een schakelschema waarin je rekening houdt met de weerstand van de draden waarmee de lampjes zijn aangesloten.



▲ **figuur 12** twee schakelingen



▲ **figuur 13** verwarmingselement van een waterkoker

+35 Waterkoker

Het verwarmingselement van een waterkoker bestaat uit een dikke metalen spiraal (figuur 13). De waterkoker heeft een vermogen van 2,3 kW.

a Bereken hoe groot de weerstand van het verwarmingselement is.

b Waarom zal er op de buitenkant van de metalen spiraal die je in figuur 13 ziet geen spanning staan?

In de metalen spiraal van figuur 13 bevindt zich een nichromen draad met een doorsnede van 1,0 mm^2. De nichromen draad is elektrisch geïsoleerd van het metalen omhulsel.

c Bereken de lengte van de draad.

d Hoe zou je een draad met de lengte die je bij c hebt berekend in de metalen spiraal kunnen krijgen die je in figuur 13 ziet?

e Leg uit waarom er geen nichromen draad is gebruikt die even lang is als het verwarmingselement (maar wel iets dunner).

f Bekijk het diagram in figuur 9. Om welke twee redenen is er gekozen voor nichroom? Gebruik Binas.

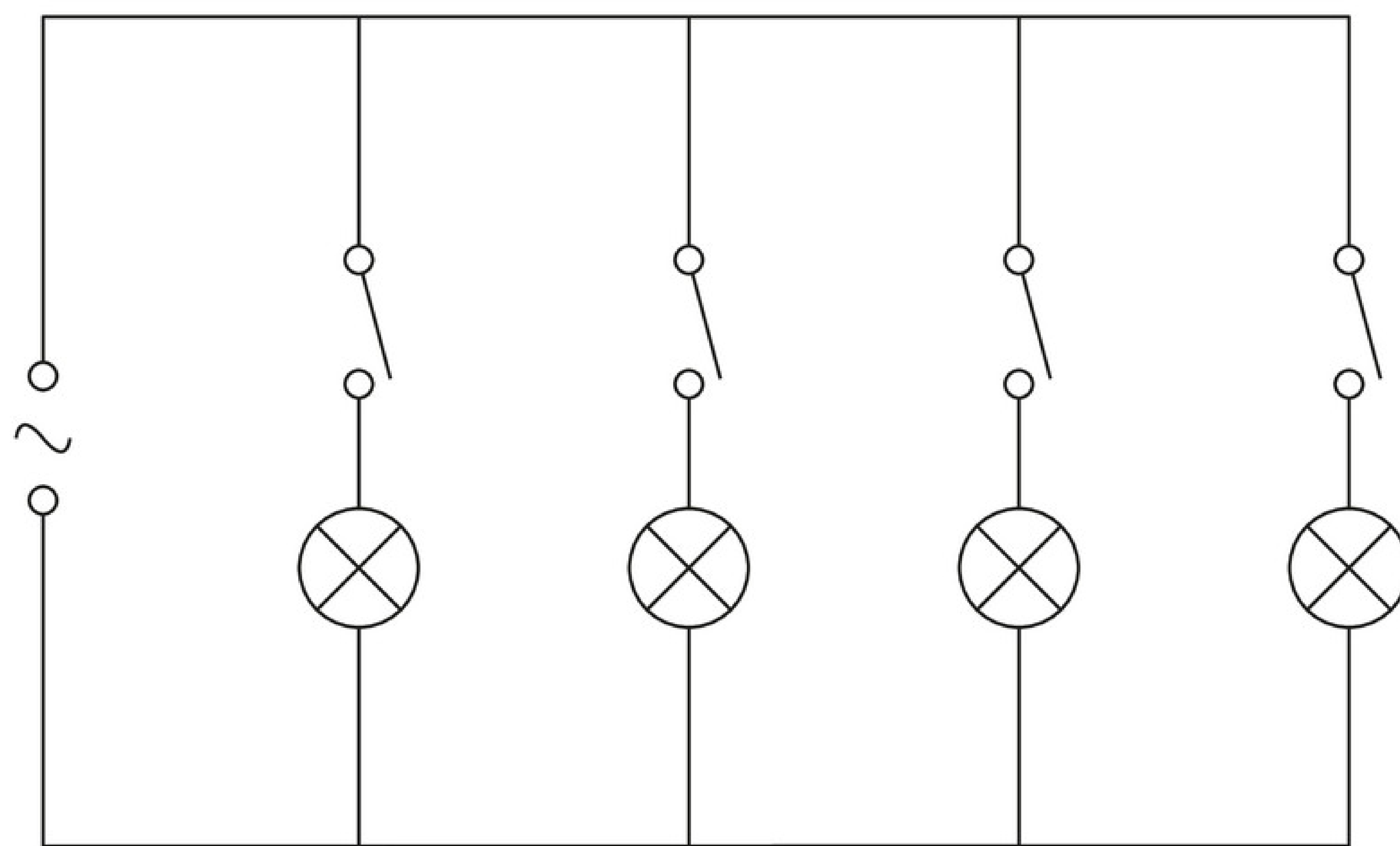
4 Stroom en spanning verdelen

In deze paragraaf leer je:
- redeneren met de manier waarop spanning en stroom zich verdelen in serie- en parallel-schakelingen;
- werken met de wetten van Kirchhoff, die gelden voor stroom en spanning in willekeurige schakelingen.

In de praktijk heb je vaak te maken met meerdere apparaten in een schakeling. In huis zijn die apparaten parallel geschakeld. Er bestaan ook toepassingen van serieschakelingen.

Parallelschakeling

Op een stekkerdoos zijn vier apparaten aangesloten. De stekkerdoos zorgt ervoor dat elk van de vier apparaten zijn eigen stroomkring heeft, waarop in alle gevallen een spanning van 230 V staat. Op deze manier krijgt niet alleen elk apparaat de juiste spanning, maar kunnen de apparaten ook onafhankelijk van elkaar worden aan- en uitgezet (figuur 14).



▲ **figuur 14** schema van een parallelschakeling

Het lijkt vreemd dat elk apparaat in een parallelschakeling de totale spanning krijgt. Het helpt als je je realiseert dat de spanning U de energie *per lading* is. Een spanning van 230 V betekent dat elke coulomb (C) lading 230 J energie meekrijgt bij de ene pool van de spanningsbron en deze weer kwijt is bij de andere pool. Deze lading geeft al die energie onderweg af. Daardoor worden bijvoorbeeld draden heet of komt een motor in beweging.
In een parallelschakeling neemt een bepaalde lading slechts een van de routes. Die lading geeft alle energie af op de gevolgde route.
Door elk parallel aangesloten apparaat gaan elektronen met dezelfde, door de spanningsbron meegegeven energie. De spanning is dus voor elk apparaat gelijk aan de spanning van de bron.
Als er twee apparaten op de stekkerdoos zijn aangesloten, geldt dat als er bijvoorbeeld 1,00 A door de televisie loopt en 5,00 A door de stofzuiger, de stroomsterkte in de toevoer- en de afvoerdraad van de stekkerdoos gelijk is aan 6,00 A. In de stekkerdoos splitst de stroom zich. Nadat de deelstromen door de apparaten zijn gegaan, komen ze uiteindelijk in de stekkerdoos weer bij elkaar, en de hoofdstroom loopt terug naar het stopcontact.

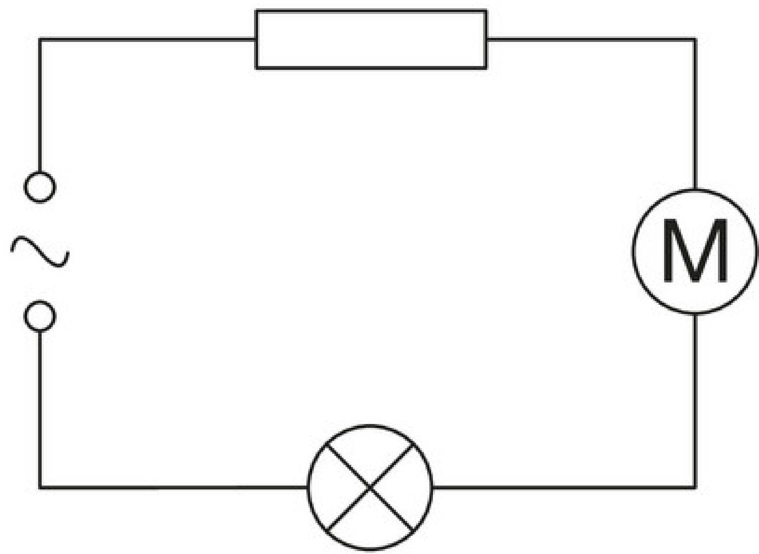
In het algemeen gelden twee regels voor twee apparaten die parallel zijn geschakeld:

$U_1 = U_2$
en
$I_{totaal} = I_1 + I_2$

Serieschakeling

De regels waaraan de stroomsterkte en de spanning in een serieschakeling (figuur 15) voldoen, zijn precies andersom vergeleken met die voor een parallelschakeling:

$I_1 = I_2$
en
$U_{totaal} = U_1 + U_2$



▲ **figuur 15** schema van een serieschakeling waarin een apparaat met een motor is opgenomen

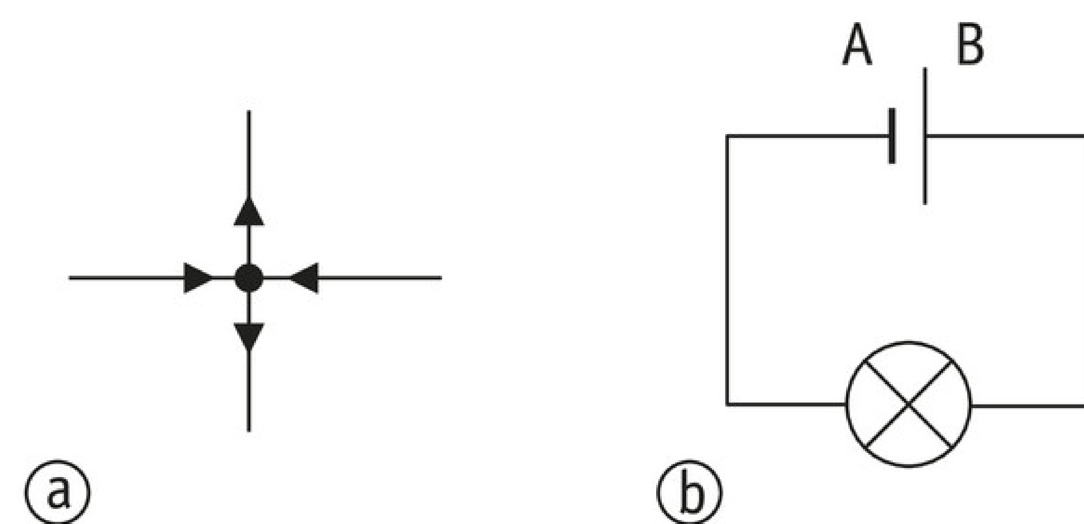
In een serieschakeling kan elke lading slechts één route volgen, er zijn geen splitsingen of punten waar stromen zich samenvoegen. Alles wat door weerstand 1 stroomt, moet ook door weerstand 2 stromen. Anders zou er lading in het niets verdwijnen, of zou zich lading ophopen. Dat is allebei onmogelijk, elektronen verdwijnen niet en een opeenhoping van lading zou zichzelf ongedaan maken doordat de ladingen elkaar afstoten. De regel $I_1 = I_2$ voor een serieschakeling is een gevolg van de wet van behoud van lading.
Spanning is gedefinieerd als energie per lading. Als een coulomb lading bij de ene pool van een batterij 4,5 J energie meekrijgt, en er mag slechts 1,5 J in een lampje worden omgezet, dan moet je ervoor zorgen dat die coulomb lading elders op de route 3,0 J kwijtraakt. Dat gebeurt in de weerstand die in serie met het lampje is geschakeld. Zo zie je dat de regel $U_{totaal} = U_1 + U_2$ voor een serieschakeling een speciaal geval is van de wet van behoud van energie.

Algemene regels voor schakelingen

In het eerste deel van deze paragraaf zijn twee situaties met weerstanden bekeken, eerst parallel en daarna in serie. De Duitse natuurkundige Gustav Kirchhoff (1824–1887) formuleerde twee regels die voor alle schakelingen geldig zijn, ook als de schakeling niet is op te splitsen in ‘parallelle stukjes’ en ‘seriestukjes’. De **wetten van Kirchhoff** luiden:

1 Voor elk punt in een schakeling geldt $\Sigma_i\, I_i = 0$.
Voor elk punt in een schakeling geldt dat er net zoveel stroom naartoe loopt als ervan af. Stromen naar het punt toe worden positief gerekend, stromen ervanaf negatief. Als vier draden aan een punt vastzitten, dan tel je vier stromen bij elkaar op (figuur 16a).

2 Voor elke stroomkring geldt $\Sigma_i\, U_i = 0$. Als vanaf een bepaald beginpunt een route wordt gevolgd die uiteindelijk weer bij het beginpunt uitkomt, dan is de totale spanning gelijk aan 0 V. De spanning van een bron reken je positief, die van een weerstand negatief (figuur 16b).



▲ **figuur 16** (a) stromen naar een punt (bij eerste wet van Kirchhoff) en (b) kring die je kunt rondgaan (bij tweede wet van Kirchhoff)

De tweede regel houdt ook in dat de spanning tussen twee punten onafhankelijk is van de route waarlangs je van het ene naar het andere punt loopt. Van deze algemene regels kun je zeggen dat de eerste regel het gevolg is van de wet van behoud van lading, en de tweede van de wet van behoud van energie. De regels voor schakelingen met alleen weerstanden in serie of alleen weerstanden parallel, zijn speciale gevallen van de wetten van Kirchhoff.

Onthoud!

- Voor twee weerstanden die parallel zijn geschakeld geldt: $U_1 = U_2$ en $I_{totaal} = I_1 + I_2$
- Voor twee weerstanden die in serie zijn geschakeld geldt: $I_1 = I_2$ en $U_{totaal} = U_1 + U_2$
- De wetten van Kirchhoff luiden:
  1 Voor elk punt in een schakeling geldt dat er net zoveel stroom naartoe loopt als ervandaan.
  2 Als vanaf een bepaald beginpunt een route wordt gevolgd die uiteindelijk weer bij het beginpunt uitkomt, dan is de totale spanning gelijk aan 0 V.

  Dit is equivalent met:
  1 Voor elk punt in een schakeling geldt $\Sigma_i I_i = 0$.
  2 Voor elke stroomkring geldt $\Sigma_i U_i = 0$.

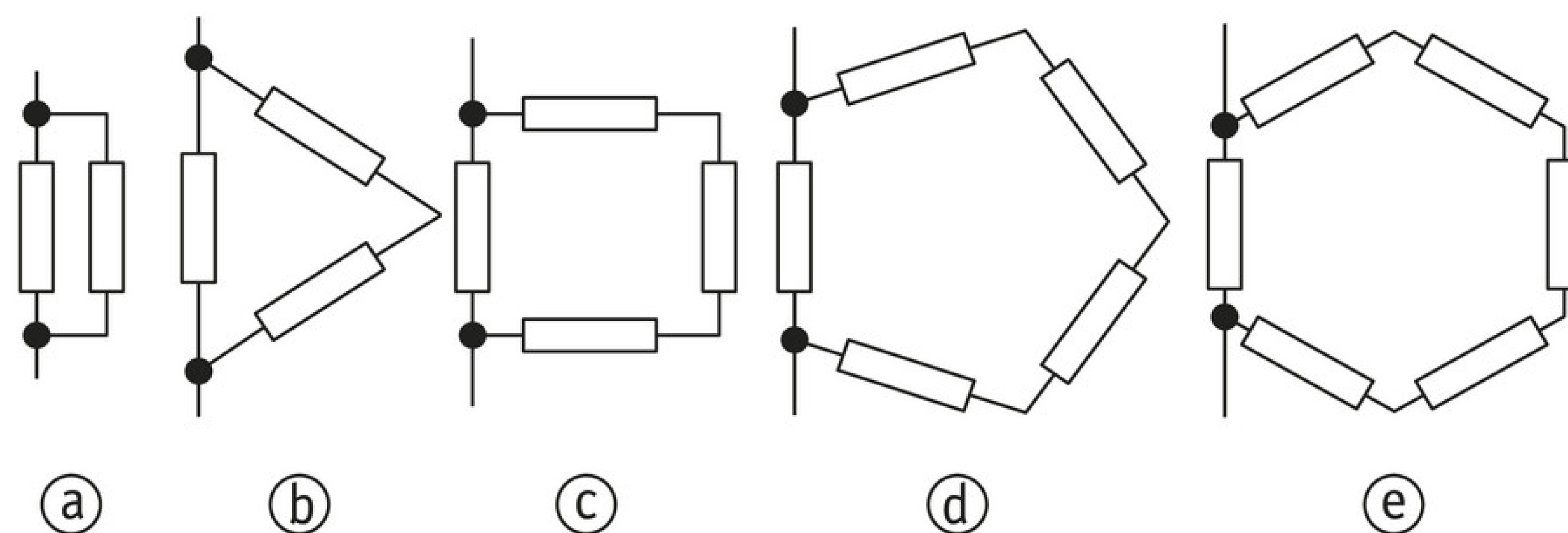
Opdrachten

36 Multitouch
Als je met duim en wijsvinger iets uitvergroot op je smartphone, heb je een parallelschakeling van twee weerstanden die het schermpje met de rest van je lichaam verbinden.
Leg uit wat bekend is over de (minuscule) spanningen over duim en wijsvinger en over de stroompjes door duim, wijsvinger en door de rest van het lichaam.

37 Stekkerdoos
Op een stekkerdoos zijn een waterkoker met vermogen 1,8 kW en een koffiezetapparaat met vermogen 500 W aangesloten.
a Bereken de stroomsterkte door de draad van de stekkerdoos.

Als deze totale stroom groter is dan 16 A, brandt de zekering door.
b Bereken hoe groot het vermogen is van de apparaten die je tegelijk met de waterkoker en het koffiezetapparaat kunt aansluiten, zonder dat de zekering doorbrandt.

38 Stroom berekenen
In elk van de figuren 17a tot en met 17e staat over de twee aansluitpunten een spanning van 1,0 V. Elke afzonderlijke weerstand heeft een waarde van 1,0 Ω. In een serieschakeling kun je alle weerstanden optellen om de totale weerstand te vinden.
Bereken in alle gevallen de grootte van de totale stroom die loopt tussen de aansluitpunten.



▲ **figuur 17** vijf schakelingen

39 Lampje en batterij

Je hebt een batterij van 4,5 V en een lampje waarop staat: 6,0 W; 1,5 V.

a Leg uit hoe je een extra weerstand in de schakeling moet opnemen om ervoor te zorgen dat het lampje goed brandt en bereken de benodigde weerstandswaarde.

b Leg uit dat het niet lukt het lampje te laten branden als je een batterij van 1,5 V hebt en een lampje waarop staat: 6,0 W; 4,5 V.

40 Weerstandenpuzzel

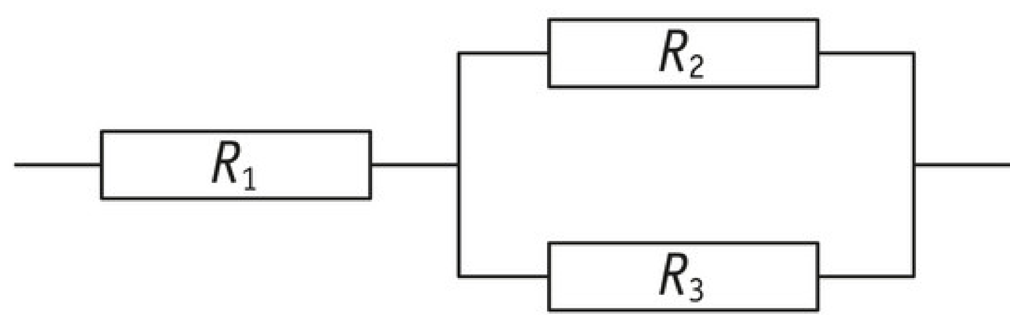
In de schakeling van figuur 18 zijn de drie weerstanden bekend: R_1 = 10 Ω, R_2 = 20 Ω en R_3 = 30 Ω. Je meet dat I_2 gelijk is aan 1,0 A.

a Bereken de stromen door en de spanningen over alle drie de weerstanden.

b Bereken de totale stroom door en de totale spanning over de schakeling.

Je kunt dus met één enkele meting alles vastleggen.

c Leg uit of het uitmaakt welke van de afzonderlijke spanningen of stromen je meet.



▲ **figuur 18** combinatie van drie weerstanden

41 Wet van behoud van auto's

Op een bepaalde snelweg is een constante verkeersstroom van 100 auto's per minuut. Er zijn 30 auto's per minuut die één bepaalde afslag nemen.

a Hoeveel auto's per minuut vervolgen hun weg op de snelweg?

b Welke wet van Kirchhoff is analoog aan deze beschrijving van het aantal auto's op de snelweg?

42 Speciale gevallen

a De regel $I_{totaal} = I_1 + I_2$ voor een parallelschakeling is een speciaal geval van een van de algemene wetten van Kirchhoff. Welke?

b Leg uit hoe de stroomregel voor serieschakelingen volgt uit de algemene wetten van Kirchhoff.

43 Stroommeters en spanningsmeters

Als je een meting doet, is het de bedoeling dat het doen van de meting de oorspronkelijk bestaande situatie zo min mogelijk verandert. Je wilt in een schakeling de stroomsterkte meten. Dat doe je door de schakeling te verbreken, een stroommeter in serie te zetten met de rest van de schakeling en alles opnieuw aan te sluiten.

a Leg met behulp van de regel voor spanningen in een serieschakeling uit dat er weinig spanning over de stroommeter zal moeten staan.

b Leg met behulp van een van de wetten van Kirchhoff uit dat alle stroom door de stroommeter zal gaan.

c Leg uit dat een stroommeter een kleine weerstand moet hebben.

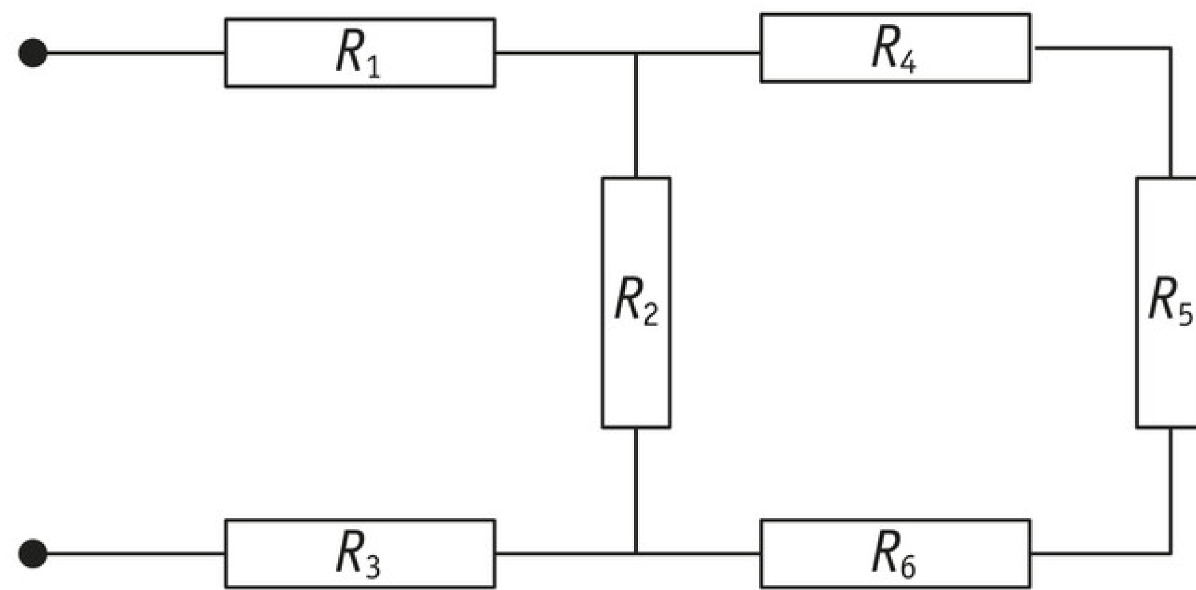
Nu wil je in dezelfde schakeling de spanning over een van de elementen meten. Je zet een spanningsmeter parallel aan het element.

d Leg met behulp van een van de wetten van Kirchhoff uit dat er weinig stroom door de spanningsmeter moet lopen.

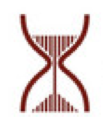
e Leg met behulp van een van de wetten van Kirchhoff uit dat over de spanningsmeter dezelfde spanning staat als over het element waar het parallel aan staat.

f Leg uit dat een spanningsmeter een grote weerstand moet hebben.

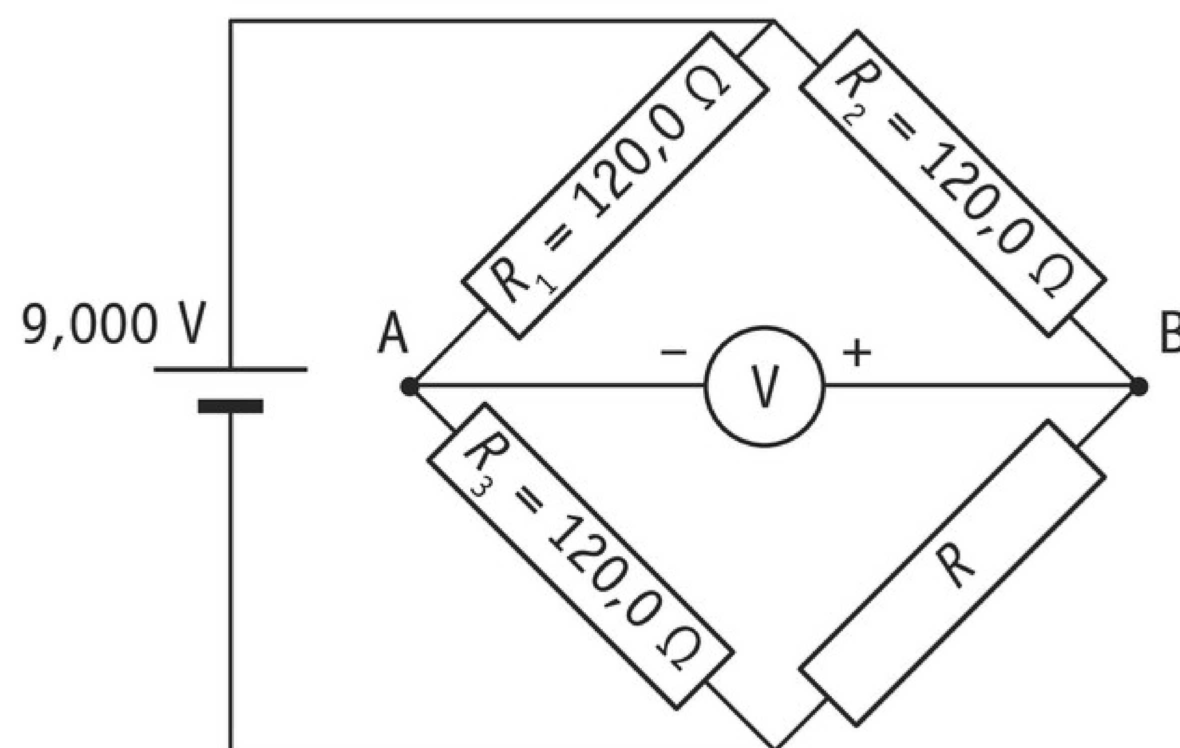
44 Schakeling
In de schakeling van figuur 19 loopt door weerstand R_5 een stroom van 1,0 A. Elke afzonderlijke weerstand heeft een waarde van 1,0 Ω.
Bereken voor elke weerstand de stroomsterkte.



▲ **figuur 19** combinatie van zes weerstanden



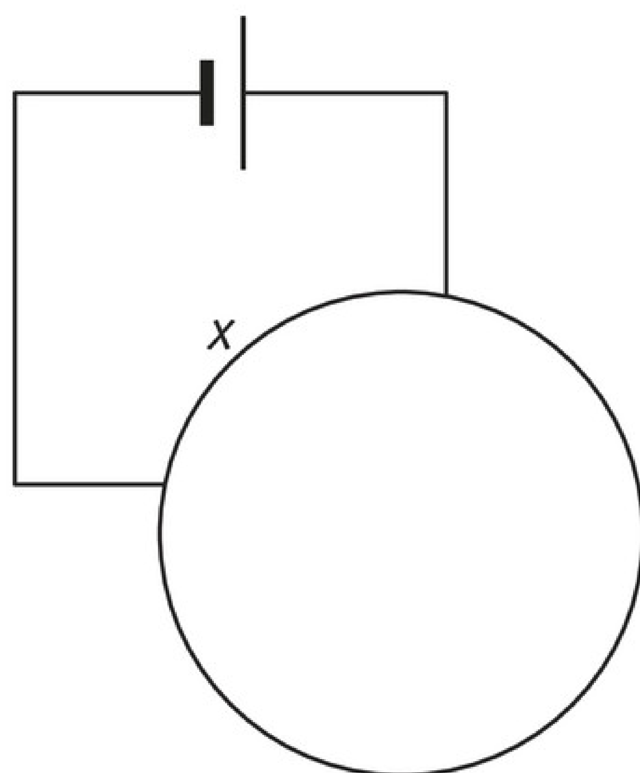
45 Rekstrookjes
Rekstrookjes zijn weerstanden waarvan de weerstand verandert als de lengte verandert. Je kunt ze op een voorwerp plakken. Als dat voorwerp dan langer of korter wordt (of buigt) verandert de elektrische weerstand van het strookje. Zo kun je waarnemen of de lengte van het voorwerp verandert. Om de weerstand van zo'n rekstrookje nauwkeurig te bepalen wordt wel een schakeling als in figuur 20 gebruikt. Deze bestaat uit drie weerstanden van 120,0 Ω terwijl het rekstrookje als vierde weerstand in de schakeling is opgenomen. In een bepaalde situatie geeft de spanningsmeter tussen A en B een spanning weer van 29,0 mV.
Bereken de weerstand van het rekstrookje in deze situatie.



▲ **figuur 20** schakeling met rekstrookje *R*

+46 Cirkel
Een stuk draad heeft een lengte van 1,0 m en een weerstand van 1,0 Ω. Het is in een cirkel gelegd en aangesloten op de manier van figuur 21. De spanning tussen de aansluitpunten is 1,0 V. Tussen de aansluitpunten zit aan de linkerkant een stuk draad van lengte x.

Laat zien dat de totale stroomsterkte gelijk is aan $\dfrac{1}{x(1-x)}$



◀ **figuur 21** stuk draad in de vorm van een cirkel

5 Totale weerstand

In deze paragraaf leer je:
- de totale weerstand berekenen voor serieschakelingen;
- de totale weerstand berekenen voor parallelschakelingen.

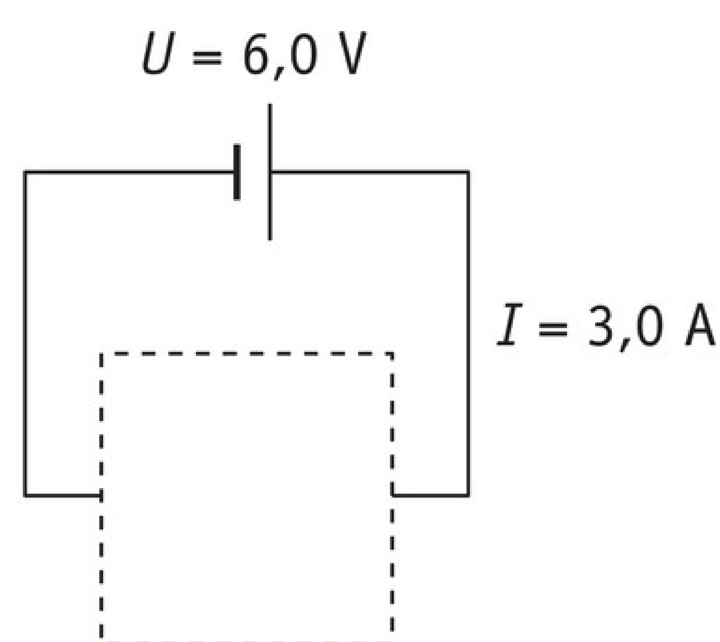
De weerstand van een elektrische component geeft aan hoe groot de stroomsterkte door de component is bij een bepaalde spanning. Dan weet je ook het vermogen van de component. Hetzelfde geldt voor een complete schakeling. Wanneer je de weerstand van de hele schakeling kent, weet je ook hoe groot de stroomsterkte is bij een bepaalde spanning en daarmee het vermogen van de schakeling. Daarom is het handig deze totale weerstand te kunnen berekenen.

▶ **EXPERIMENT 3** De vervangingsweerstand van serie- en parallelschakelingen (begripspracticum)

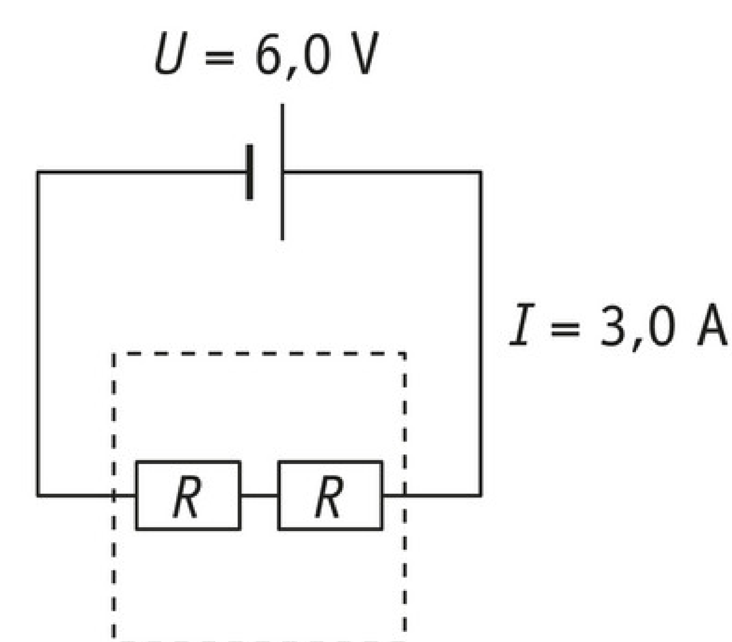
Totale weerstand van een serieschakeling

Stel je een kastje voor dat je op een spanningsbron kunt aansluiten. Je weet niet wat er in het kastje zit. Als je er een spanning van 6,0 V op zet, gaat er een stroomsterkte van 3,0 A lopen (figuur 22). In paragraaf 1 heb je geleerd dat het vermogen van het kastje gelijk is aan

$P = U \cdot I = 6{,}0 \times 3{,}0 = 18$ W. De weerstand kun je ook berekenen: $R = \frac{U}{I} = \frac{6{,}0}{3{,}0} = 2{,}0\ \Omega$ (paragraaf 2).



▲ **figuur 22** Een kastje is aangesloten op een spanningsbron.



▲ **figuur 23** In het kastje zitten twee identieke weerstanden.

Als je het kastje openschroeft, ontdek je dat er twee identieke weerstanden in serie geschakeld zijn (figuur 23). Samen hebben deze weerstanden blijkbaar een weerstand van 2,0 Ω. Dit is de totale weerstand van de in serie geschakelde weerstanden. Zo heeft iedere schakeling een totale weerstand. Dit wordt ook wel de **vervangingsweerstand** genoemd. De totale weerstand van een schakeling is gelijk aan de totale spanning over de schakeling, gedeeld door de totale stroomsterkte door de schakeling:

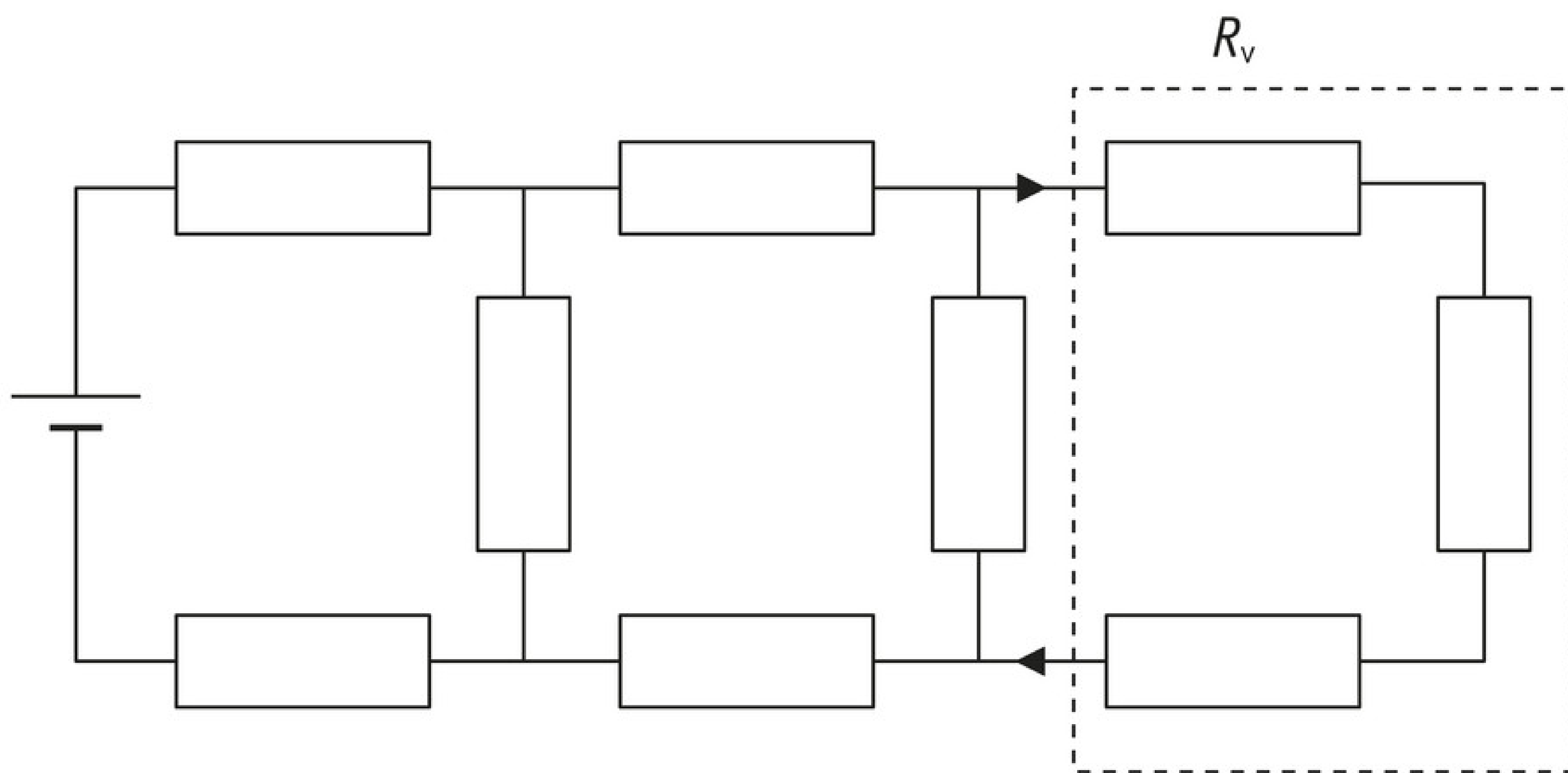
$$R_{tot} = \frac{U_{tot}}{I_{tot}}$$

Hierin is:
- R_{tot} de totale weerstand in ohm (Ω);
- U_{tot} de totale spanning in volt (V);
- I_{tot} de totale stroomsterkte in ampère (A).

Voor een serieschakeling heb je in paragraaf 4 geleerd dat $U_{tot} = U_1 + U_2$ en $I_{tot} = I_1 = I_2$. Voor de totale weerstand van een serieschakeling geldt daarom:

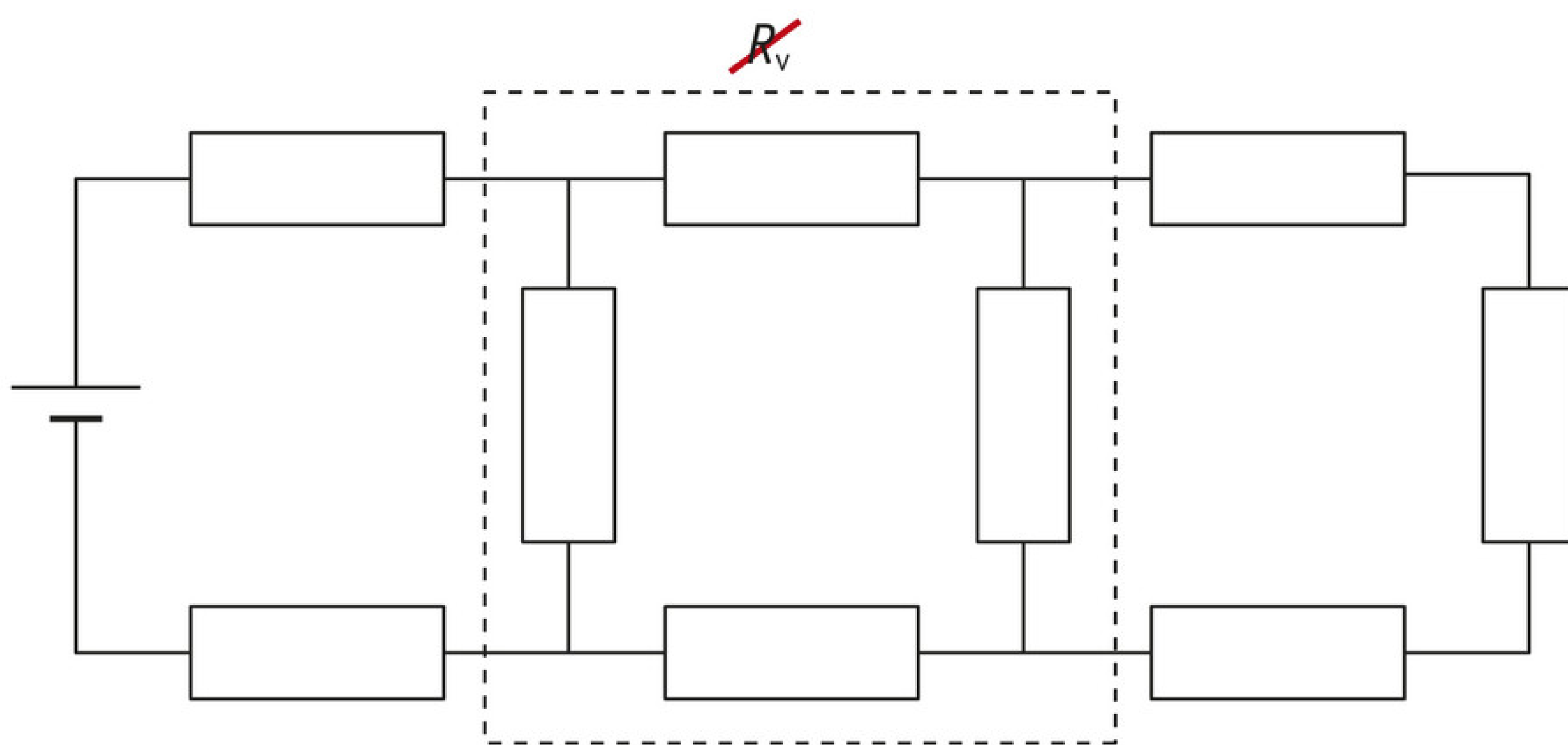
$$R_{tot} = \frac{U_{tot}}{I_{tot}} = \frac{U_1 + U_2 + ...}{I_{tot}} = \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} + \ldots = R_1 + R_2 + \ldots$$

De totale weerstand van in serie geschakelde componenten is dus gelijk aan de som van de weerstanden van de afzonderlijke componenten. De twee identieke in serie geschakelde weerstanden in figuur 23 hebben dus elk een weerstand van 1,0 Ω.
Je kunt van iedere combinatie van componenten de weerstand bepalen, als je ze maar (denkbeeldig) in een kastje kunt stoppen waar één draad in- en één draad uitgaat (figuur 24). Voor zo'n situatie is het handiger de term vervangingsweerstand te gebruiken, omdat je die componenten zou kunnen vervangen door een weerstand met een even grote weerstandswaarde. Het gaat dan niet om de totale weerstand van de schakeling, maar van het stukje dat je bekijkt.



▲ **figuur 24** Je kunt de vervangingsweerstand bepalen van de weerstanden in het 'kastje'.

In figuur 25 zie je een voorbeeld waar het bepalen van de vervangingsweerstand misgaat. In deze situatie zijn er vier draden op het 'kastje' aangesloten. Dan kun je niet meer zeggen welke stroom erin gaat en welke spanning erop staat.



▲ **figuur 25** Het is niet mogelijk de vervangingsweerstand te bepalen van de weerstanden in het getekende 'doosje'.

Totale weerstand van een parallelschakeling

De totale weerstand van een parallelschakeling volgt ook uit de totale stroomsterkte en spanning. Om de vervangingsweerstand voor een parallelschakeling te bepalen, is het makkelijker naar de geleidbaarheid G te kijken. Aangezien $G = \frac{1}{R}$, geldt voor de totale geleidbaarheid van een schakeling:

$$G_{tot} = \frac{I_{tot}}{U_{tot}}$$

In paragraaf 4 heb je geleerd dat voor een parallelschakeling geldt: $U_{tot} = U_1 = U_2$ en $I_{tot} = I_1 + I_2$. Hiermee kun je de totale geleidbaarheid voor een parallelschakeling berekenen:

$$G_{tot} = \frac{I_{tot}}{U_{tot}} = \frac{I_1 + I_2 + ...}{U_{tot}} = \frac{I_1}{U_1} + \frac{I_2}{U_2} + \ldots = G_1 + G_2 + \ldots$$

De geleidbaarheid van parallel geschakelde componenten is dus gelijk aan de som van de geleidbaarheid van de afzonderlijke componenten. Met de formule voor geleidbaarheid, $G = \frac{1}{R}$, volgt dat de totale weerstand van een parallelschakeling voldoet aan:

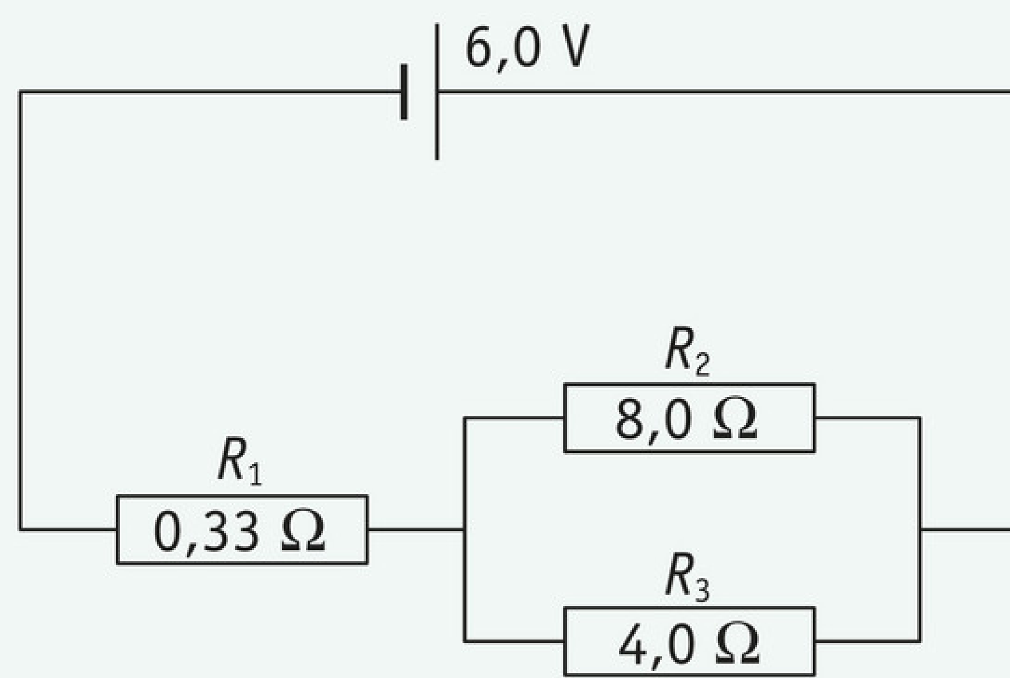
$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

Voorbeeldopgave 6

Bekijk de schakeling in figuur 26.

a Bereken de totale weerstand van deze schakeling.

b Bereken de totale stroomsterkte bij een totale spanning van 6,0 V.



▲ **figuur 26** schakeling met drie weerstanden

Uitwerking

a De totale weerstand kun je in twee stappen berekenen. Bereken eerst de vervangingsweerstand R_p van de twee parallel geschakelde weerstanden: $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{8{,}0} + \frac{1}{4{,}0} = \frac{3}{8}\ \Omega^{-1}$,

dus $R_p = \frac{8}{3}\ \Omega = 2{,}7\ \Omega$

Dit is een afgerond tussenantwoord. Reken in je rekenmachine door met het onafgeronde antwoord. De parallelschakeling staat in serie met weerstand 1. De totale weerstand is dan: $R_{tot} = R_1 + R_p = 0{,}33\ \Omega + 2{,}7\ \Omega = 3{,}0\ \Omega$

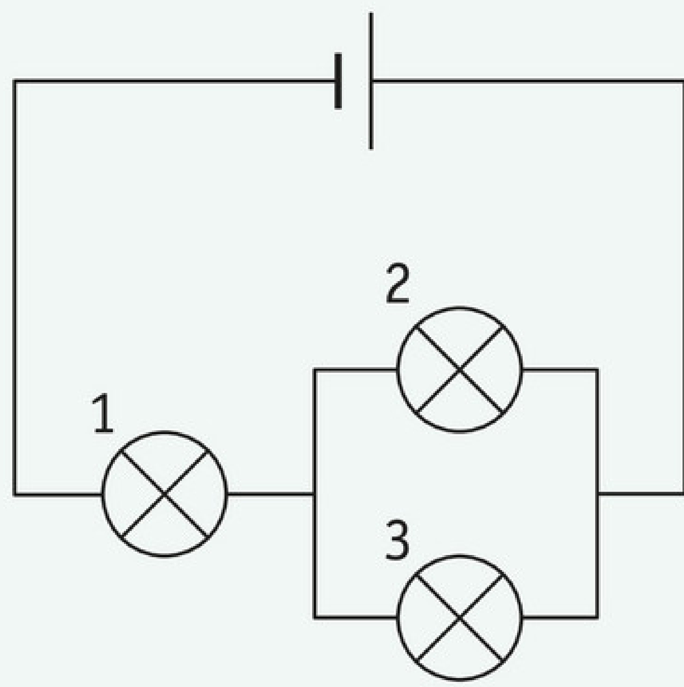
b Uit de formule $R_{tot} = \frac{U_{tot}}{I_{tot}}$ volgt dat de totale stroomsterkte gelijk is aan:

$$I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}} = \frac{6{,}0}{3{,}0} = 2{,}0\ \text{A}$$

Je kunt met behulp van de eigenschappen van een serie- en parallelschakeling ook *beredeneren* wat er met bijvoorbeeld de totale stroomsterkte gebeurt wanneer er iets in de schakeling verandert. Daarvoor hoef je niet steeds alles precies uit te rekenen. Kijk maar eens naar voorbeeldopgave 7.

Voorbeeldopgave 7

Bekijk de schakeling in figuur 27 met drie identieke gloeilampjes. De spanning over de lampjes is laag, zodat ze zich als ohmse weerstand gedragen. Hun weerstanden zijn dus gelijk aan elkaar.



▲ **figuur 27** drie lampjes, aangesloten op een spanningsbron

Beredeneer wat er in de volgende gevallen gebeurt.

a Lampje 1 wordt losgedraaid.
b Lampje 3 wordt losgedraaid.
c Er wordt een lampje parallel aan lampje 1 geplaatst.
d Er wordt een lampje parallel aan lampje 2 en 3 geplaatst.

De bronspanning blijft in alle gevallen gelijk.

Uitwerking

a Wanneer lampje 1 wordt losgedraaid, wordt de stroomkring onderbroken en gaan alle lampjes uit.
b Wanneer lampje 3 wordt losgedraaid, gaat alle stroom door lampje 2. De geleidbaarheid van de parallelschakeling neemt daardoor af, de weerstand neemt toe. De totale stroomsterkte neemt dus af. Uit $U = I \cdot R$ volgt dat de spanning over lampje 1 afneemt. Dus een groter deel van de spanning gaat over lampje 2 staan. Dus lampje 2 gaat feller branden, lampje 1 minder fel. De lampjes branden nu even fel.
c Wanneer er een lampje parallel aan lampje 1 wordt geplaatst, neemt de geleiding van dit deel van de schakeling toe en de weerstand af. Er gaat dan minder spanning over lampje 1 staan. Over alle lampjes komt nu evenveel spanning te staan, dus ze branden even fel.
d Wanneer er nog een lampje parallel aan lampje 2 en 3 wordt geplaatst, neemt de geleiding van de parallelschakeling toe en de weerstand af. Er gaat dus minder spanning over dit deel van de schakeling staan. De parallel geschakelde lampjes gaan dus minder fel branden, lampje 1 feller.

Onthoud!

- De totale weerstand van in serie geschakelde componenten is gelijk aan de som van de weerstand van de afzonderlijke componenten: $R_{tot} = R_1 + R_2 + \dots$
- De geleidbaarheid van parallel geschakelde componenten is gelijk aan de som van de geleidbaarheid van de afzonderlijke componenten: $G_{tot} = G_1 + G_2 + \dots$
- Uit de geleidbaarheid van parallel geschakelde componenten volgt dat de totale weerstand voldoet aan:

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

- De totale weerstand van een gehele schakeling of van een deel van een schakeling wordt ook wel de vervangingsweerstand genoemd.

Opdrachten

47 Weerstanden toevoegen

Een weerstand is aangesloten op een spanningsbron. Leg uit wat er in de volgende gevallen gebeurt met de geleidbaarheid en de weerstand van een schakeling.

a Je voegt een gelijke weerstand in serie toe aan de eerste weerstand.
b Je voegt een gelijke weerstand parallel toe aan de eerste weerstand.
c Je voegt twee gelijke weerstanden toe aan de eerste weerstand: één parallel en één in serie.

48 Weerstanden in waterkoker

Een waterkoker kun je zien als drie in serie geschakelde weerstanden: een nichromen verwarmingselement dat met twee koperen stroomdraden op het stopcontact is aangesloten. De totale weerstand van de waterkoker is gelijk aan 23 Ω.

a Teken schematisch de drie weerstanden van de waterkoker.
b Leg uit welke van de drie weerstanden het grootste vermogen moet hebben.
c Beredeneer welke van de drie weerstanden de grootste weerstand heeft.
d Maak een schatting voor de diameter en de lengte van de twee stroomdraden.
e Bereken met je antwoord op opdracht d de weerstand van de stroomdraden.
f Bereken hoe groot de weerstand van het verwarmingselement dan moet zijn.
g Bereken het vermogen van de stroomdraden.

49 Geleiding van lampjes

Bekijk de schakelingen in figuur 28.

Beredeneer voor elk van de situaties welke lampjes er zwak of fel branden wanneer de schakelaar open is en wanneer de schakelaar gesloten wordt. Gebruik hierbij de begrippen ‘totale weerstand’ en ‘geleidbaarheid’.

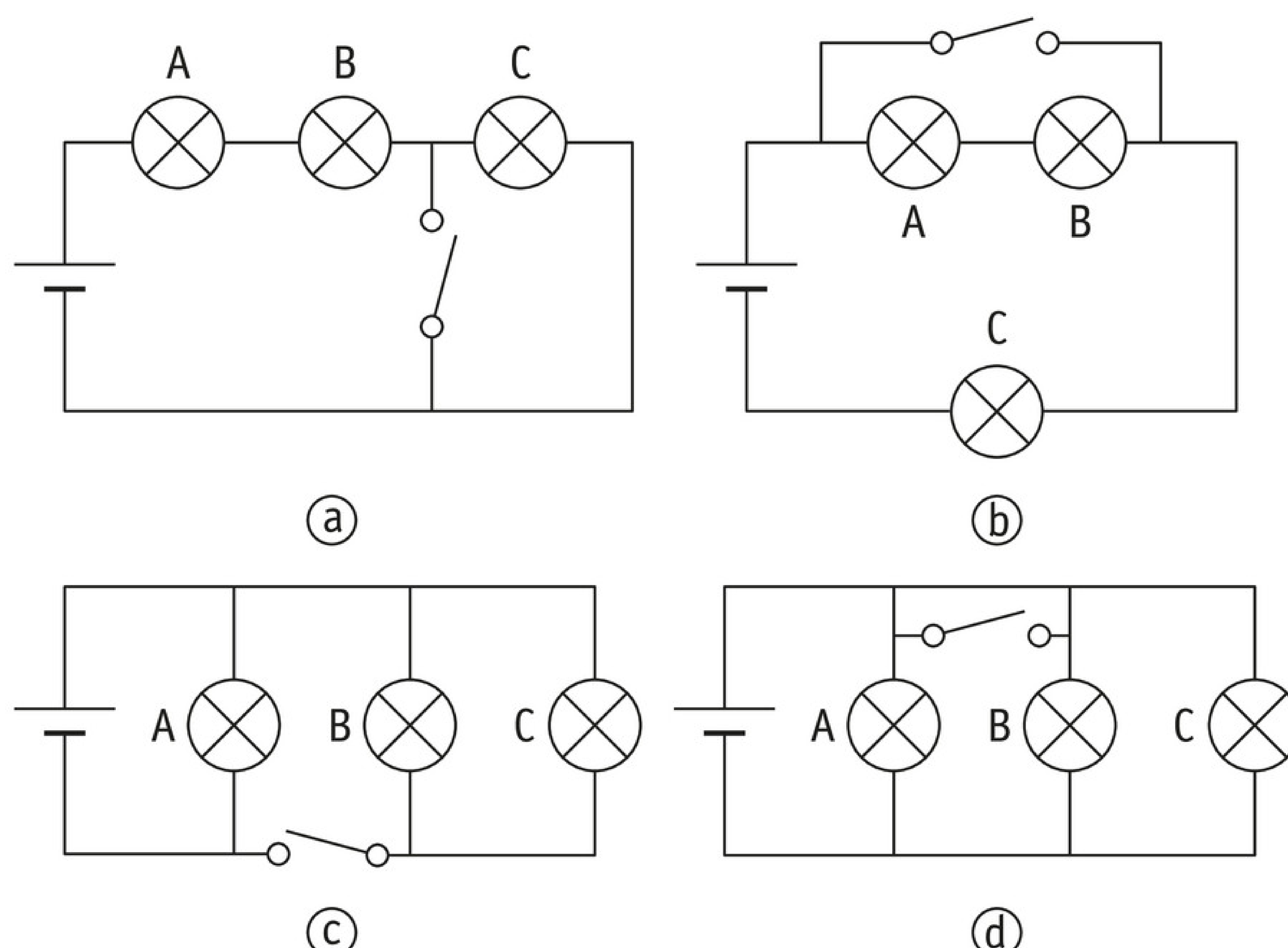
50 Staalwol

Een bolletje staalwol wordt onder spanning gezet (figuur 29). Er gaat een stroom lopen en het bolletje gaat gloeien.

a Leg uit of je het bolletje staalwol kunt zien als serie- of als parallelschakeling.
b Wat betekent je antwoord bij opdracht a voor de totale weerstand van het bolletje?

Je trekt het bolletje staalwol uit elkaar, zodat er een enkele draad ontstaat. Vervolgens zet je deze draad onder dezelfde spanning als hiervoor.

c Leg uit of de staalwol meer of minder zal gaan gloeien.



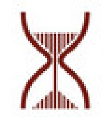
▲ **figuur 28** vier schakelingen met een schakelaar



▲ **figuur 29** bolletje staalwol

51 Meetapparatuur
Een ideale spannings- of stroommeter mag de spanning en stroom van een stroomkring niet beïnvloeden.

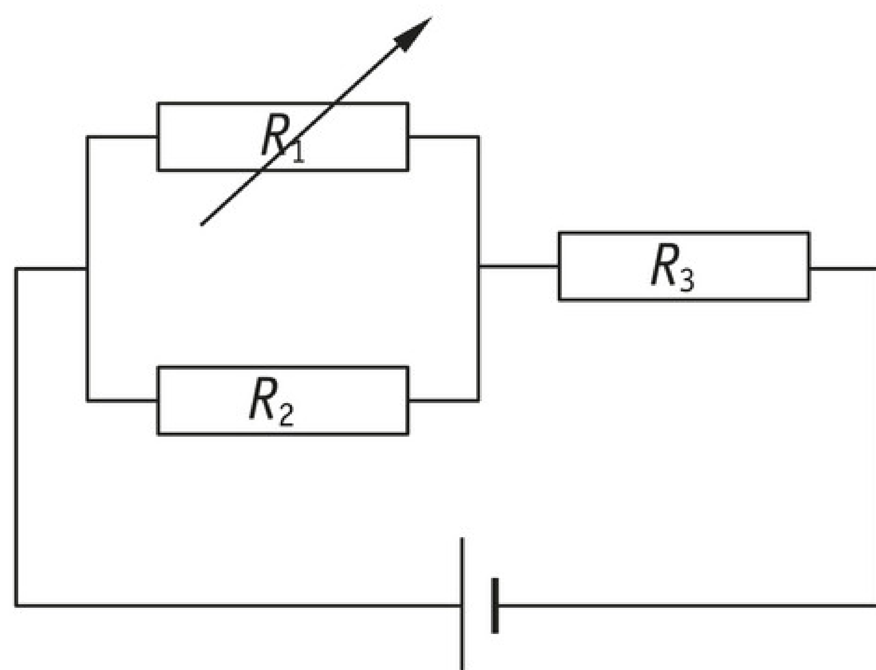
a Hoe moet je een spanningsmeter aansluiten?
b Moet een spanningsmeter een kleine of juist grote weerstand hebben? Gebruik het begrip ‘totale weerstand’ in je antwoord.
c Hoe moet je een stroommeter aansluiten?
d Moet een stroommeter een kleine of juist een grote weerstand hebben? Gebruik het begrip ‘totale weerstand’ in je antwoord.

 **52** Weerstand veranderen
Drie weerstanden zijn opgenomen in de schakeling zoals weergegeven in figuur 30.

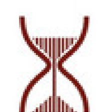
a Zoek in Binas op wat de betekenis is van het symbool van een weerstand met een pijl erdoorheen.

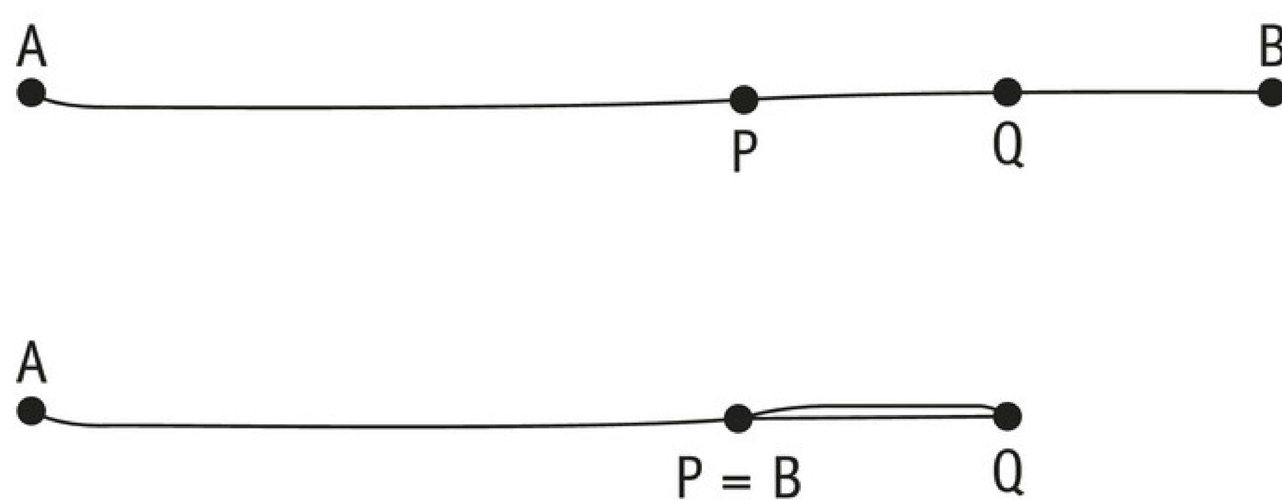
Van weerstand R_1 wordt de weerstandswaarde groter gemaakt.

b Leg uit wat er gebeurt met de stroomsterkten I_2 en I_3 door de weerstanden R_2 en R_3.



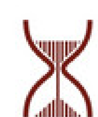
▲ **figuur 30** schakeling met drie weerstanden

 **+53** Dubbelklappen
Een homogene metalen draad AB met een lengte van 1,20 m heeft een elektrische weerstand van 5,0 Ω (figuur 31). P is een willekeurig op de draad gelegen punt. Q ligt precies tussen de punten P en B in. De draad wordt nu gedeeltelijk dubbelgeslagen, waarbij B met P in contact wordt gebracht. De weerstand tussen A en Q blijkt nu 4,0 Ω te zijn.



▲ **figuur 31** een draad die wordt dubbelgeslagen

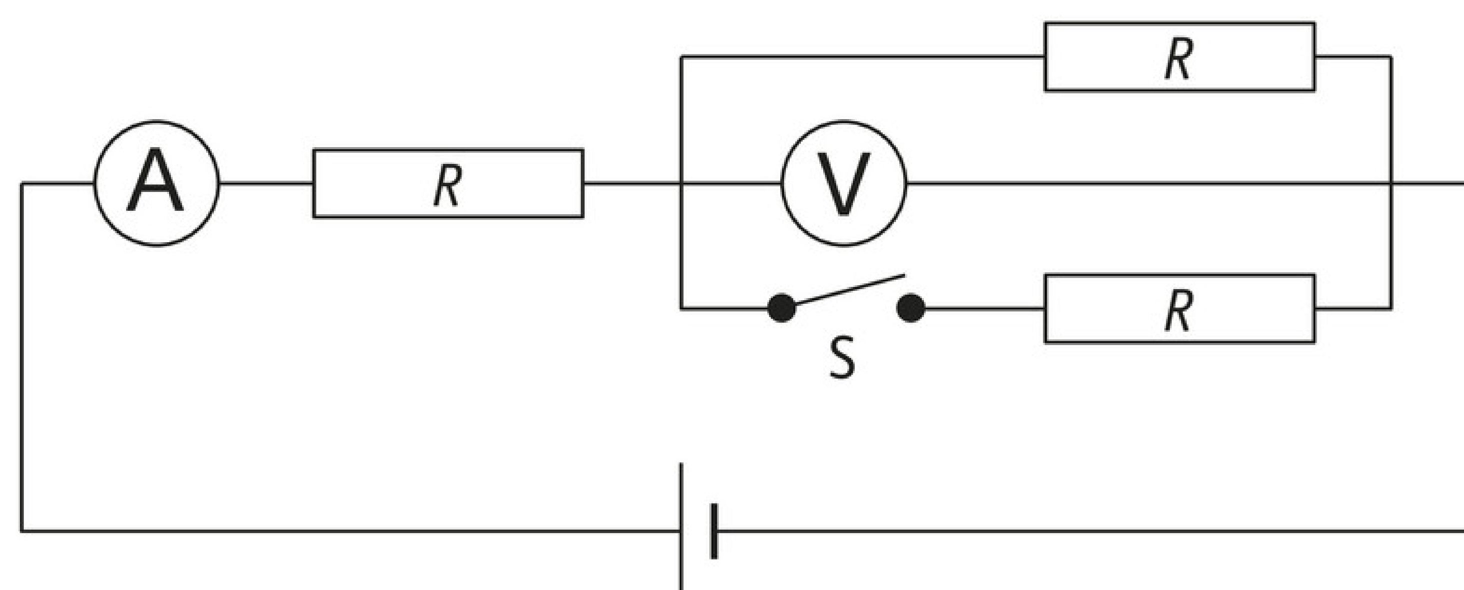
a Teken het schakelschema voor de dubbelgeslagen draad.
b Noem de weerstand tussen punten A en P R_{AP}. Druk de weerstand van een enkele draad tussen P en Q uit in de totale weerstand van de draad en R_{AP}.
c Druk de weerstand van de dubbelgeslagen draad uit in R_{AP} en de totale weerstand van de draad.
d Bereken hoe groot de weerstand R_{AP} is.
e Bereken de afstand tussen de punten A en P.



54 Schakelaar sluiten

Drie gelijke weerstanden en een ideale spannings- en stroommeter zijn opgenomen in een schakeling (figuur 32).

Beredeneer wat er met de aanwijzing op beide meters gebeurt wanneer de schakelaar wordt gesloten.

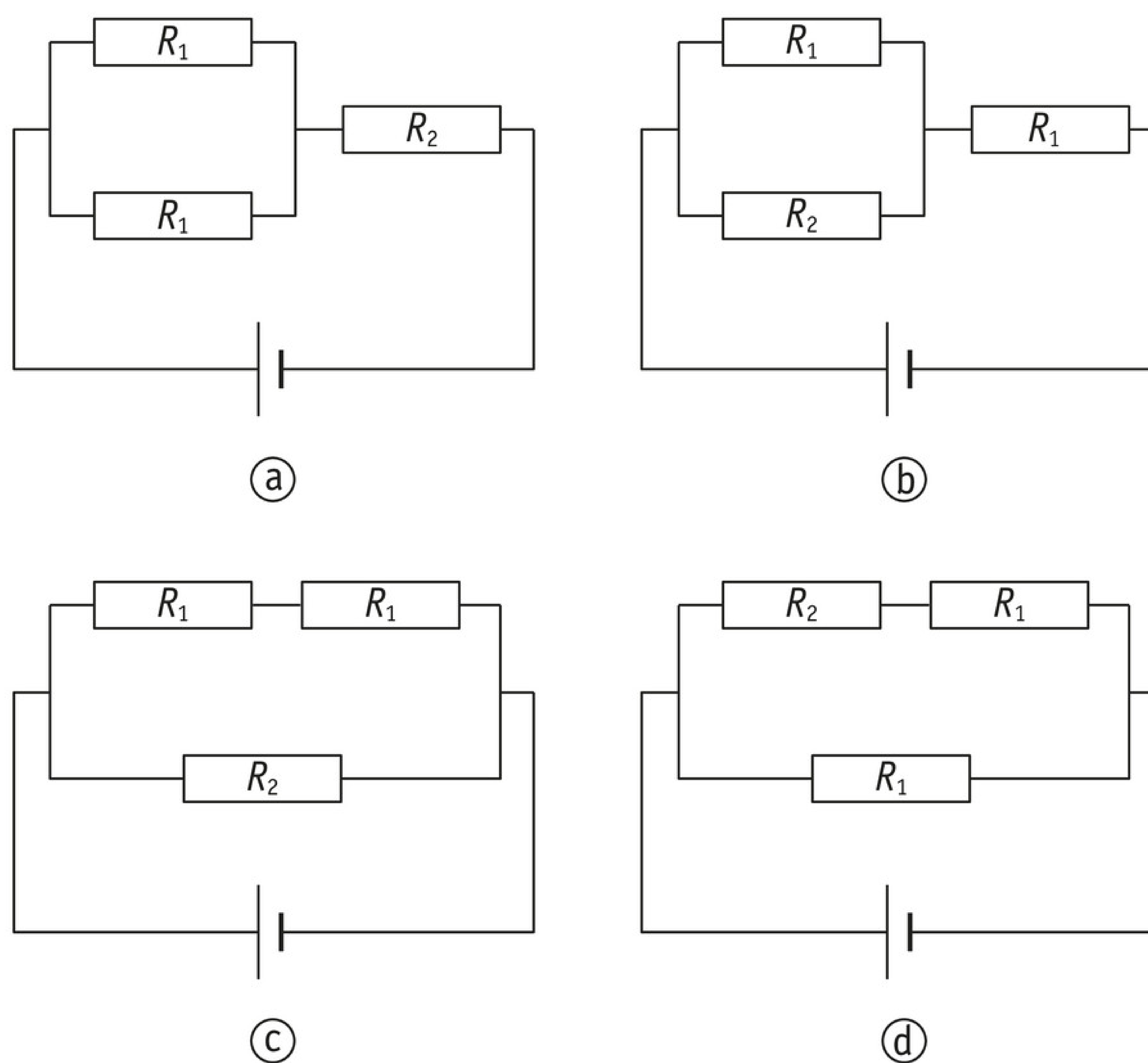


▲ **figuur 32** schakeling met drie identieke weerstanden

55 Grootste vermogen

Bekijk de schakelingen in figuur 33. Weerstand R_2 heeft een 2× zo grote weerstandswaarde als weerstand R_1.

Beredeneer in welke van de schakelingen het (elektrisch) vermogen het grootst is.



▲ **figuur 33** vier schakelingen

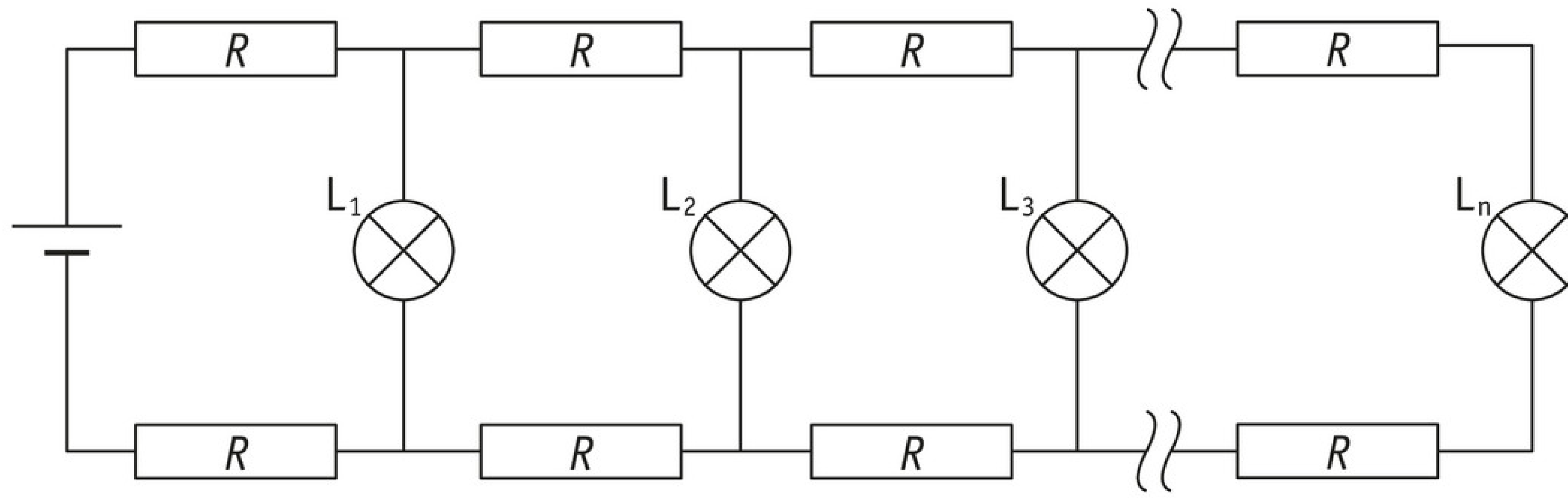
+56 Lampjeslint

In figuur 34 zie je de schakeling van een lint van *n* identieke, parallel aangesloten lampjes, elk met weerstand *R*. De draden waarmee de lampjes op de spanningsbron zijn aangesloten, hebben zelf ook een weerstand *R*.

a Leg uit dat de andere lampjes blijven branden wanneer één van de lampjes doorbrandt.

b Beredeneer of alle lampjes even fel branden. Indien ze niet even fel branden: welk lampje brandt het felst?

c Door welke weerstand gaat de grootste stroom?



▲ **figuur 34** een lint van lampjes

Stel dat je nog een lampje parallel aansluit, op eenzelfde manier als waarop de andere lampjes zijn aangesloten.

d Leg uit dat de drie componenten die je aansluit (twee weerstanden en een lampje) onderling in serie zijn geschakeld en gezamenlijk parallel staan over het laatste lampje.

Om de totale weerstand van de nieuwe schakeling uit te rekenen, is het niet juist om uit te gaan van de weerstand van de schakeling uit figuur 34.

e Leg dit uit door je antwoord bij opdracht d te gebruiken.

f Beredeneer wat er met de totale weerstand zal gebeuren als je het extra lampje erop aansluit.

g Stel dat je het lint oneindig lang maakt. Beredeneer wat er dan gebeurt met de totale weerstand.

h Hoe veranderen je antwoorden bij opdracht b, c, f en g wanneer de draadjes tussen de lampjes geen weerstand zouden hebben?

6 Systemen met speciale componenten

In deze paragraaf leer je:
- welke componenten nog meer voorkomen in schakelingen, behalve weerstanden;
- hoe halfgeleiders worden toegepast;
- welke veiligheidsmaatregelen in elektrische systemen zijn ingebouwd.

Niet alleen metalen geleiden elektrische stroom. Op halfgeleidende materialen is een hele industrie gebaseerd. Chips in bijvoorbeeld telefoons en computers zijn de belangrijkste toepassing. Er worden ook temperatuur- en lichtsensoren van gemaakt.

Metalen

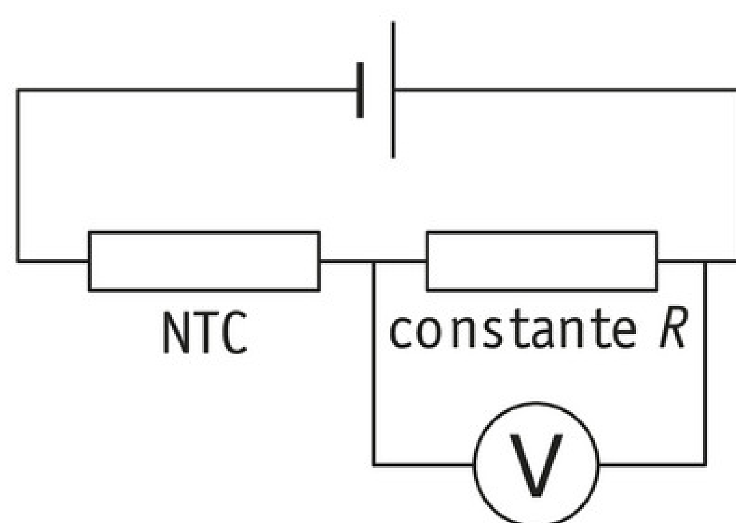
Als je een spanning aanlegt tussen twee uiteinden van een metaaldraad, gaan de geleidingselektronen bewegen. Doordat de elektronen tussen onzuiverheden en trillende atomen van het metaalrooster door moeten, heeft een metaaldraadje een weerstand. Als de temperatuur hoger wordt, trillen de atomen heviger. Er is dan een grotere kans dat een elektron gehinderd wordt. In het algemeen wordt de weerstand hoger als de temperatuur toeneemt. Een draad gemaakt van zo'n metaal noem je een **PTC**, een element met Positieve Temperatuur Coëfficiënt. Elke gewone metaaldraad vertoont dit gedrag.

Halfgeleiders

In halfgeleiders is iets anders aan de hand. Deze stoffen zijn eigenlijk isolatoren. Als het heel koud is, blijven de elektronen bij hun eigen atoom. Er zijn geen geleidingselektronen. Maar de elektronen zitten niet heel erg vast, een klein beetje energie is genoeg om ze los te maken en er geleidingselektronen van te maken. Als de temperatuur hoger wordt, komen er meer elektronen los. Die gaan bijdragen aan de geleiding.
Voor elk elektron dat eenmaal los is, geldt net als bij metalen dat het bij een hogere temperatuur moeilijker wordt door het rooster van steeds heviger trillende atomen te komen. Wat dat betreft neemt de weerstand toe als de temperatuur toeneemt. Maar dit wordt tenietgedaan door het effect van het toenemende aantal geleidingselektronen bij een hogere temperatuur. Al met al neemt de weerstand sterk *af* als de temperatuur toeneemt. Een halfgeleider is een **NTC**, een materiaal met een Negatieve Temperatuur Coëfficiënt.
Ook de energie van licht kan in halfgeleiders extra elektronen vrijmaken. De weerstand van zo'n materiaal neemt af als je er licht op laat vallen. Een **LDR**, een *Light Dependent Resistor*, ofwel lichtgevoelige weerstand, is dus een stukje halfgeleidend materiaal.

Toepassing van NTC en LDR

In veel apparaten wordt de temperatuur gemeten en in een computergeheugen opgeslagen zonder dat iemand voortdurend op een thermometer kijkt en de gegevens intikt. Denk maar aan een weerstation of een couveuse. In deze apparaten wordt een NTC gebruikt om een temperatuurregistratie om te zetten in een elektrische spanning. Elektrische spanningen vormen het signaal dat naar de computer gaat. Zo'n temperatuursensor bestaat uit een serieschakeling van een NTC en een gewone weerstand (figuur 35).



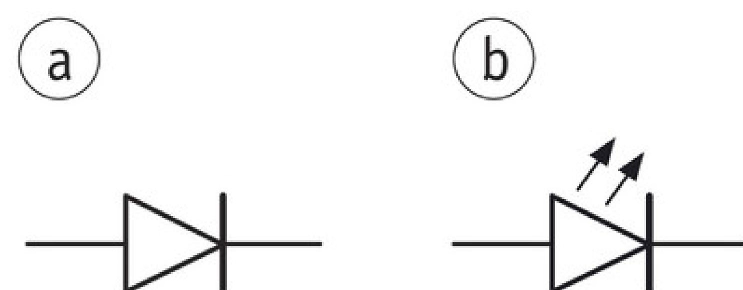
▲ **figuur 35** temperatuursensor

Over de hele schakeling wordt een constante spanning van bijvoorbeeld 5,0 V gezet. Er loopt een kleine stroom. De spanning over de vaste weerstand heeft een bepaalde waarde. Als de temperatuur toeneemt, dan neemt de weerstand van de NTC af. De andere weerstand blijft gelijk. De totale weerstand neemt dus af. Omdat de totale spanning gelijk blijft, neemt de stroomsterkte toe. De spanning over de vaste weerstand is gelijk aan $U = I \cdot R$. Deze neemt toe. Dit is de waarde die de sensor afgeeft. Hoe hoger de temperatuur, hoe hoger deze waarde. Zo wordt de totale spanning van 5,0 V anders verdeeld als de temperatuur verandert.
Als je de NTC vervangt door een LDR heb je een lichtsensor: de spanning over de vaste weerstand neemt toe als de hoeveelheid licht die op de LDR valt toeneemt. Zulke sensoren zorgen er bijvoorbeeld voor dat het licht in een lokaal automatisch wordt gedimd als er genoeg licht van buiten komt.

Diode en led

Hoe goed een halfgeleider geleidt, kan worden beïnvloed door kleine hoeveelheden andere stoffen door het materiaal te mengen. Als het hoofdbestanddeel bijvoorbeeld silicium is, dan verandert een minieme hoeveelheid fosfor de geleidbaarheid enorm. Deze manipuleerbaarheid van halfgeleiders zorgt ervoor dat er veel toepassingen van zijn. Op het principe van die manipuleerbaarheid is de hele chipindustrie gebaseerd.
De **diode** is een belangrijk voorbeeld van een bijzondere halfgeleidercomponent. In een diode zijn twee verschillende stukjes halfgeleider op elkaar geplakt. Het resultaat is dat de diode in

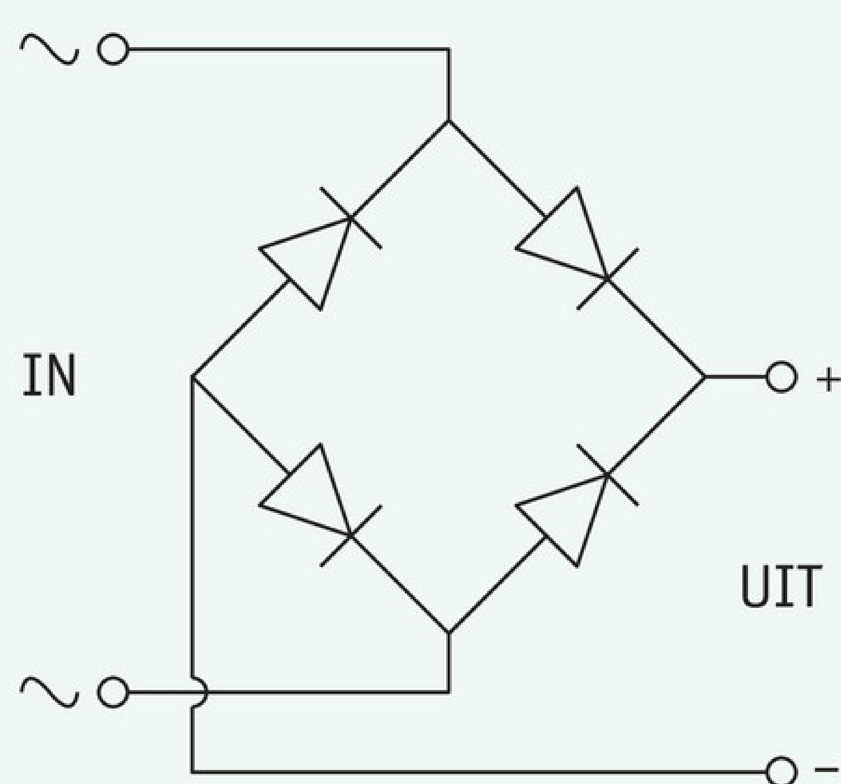
één richting wel stroom doorlaat en in de andere richting niet. De twee richtingen noem je de doorlaatrichting en de sperrichting. Het 'di' in diode betekent 'twee': deze component heeft twee kanten en gedraagt zich verschillend in de twee mogelijke richtingen waarin een stroom kan lopen.
Het symbool voor diode kun je lezen als een pijltje (figuur 36a). In de richting van de pijl laat de diode de stroom (van plus naar min) door, tegen de pijl in niet. Dioden die licht geven als er stroom doorheen gaat heten **leds** (*Light Emitting Diode*; figuur 36b).



▲ **figuur 36** het symbool voor een diode (a) en een led (b)

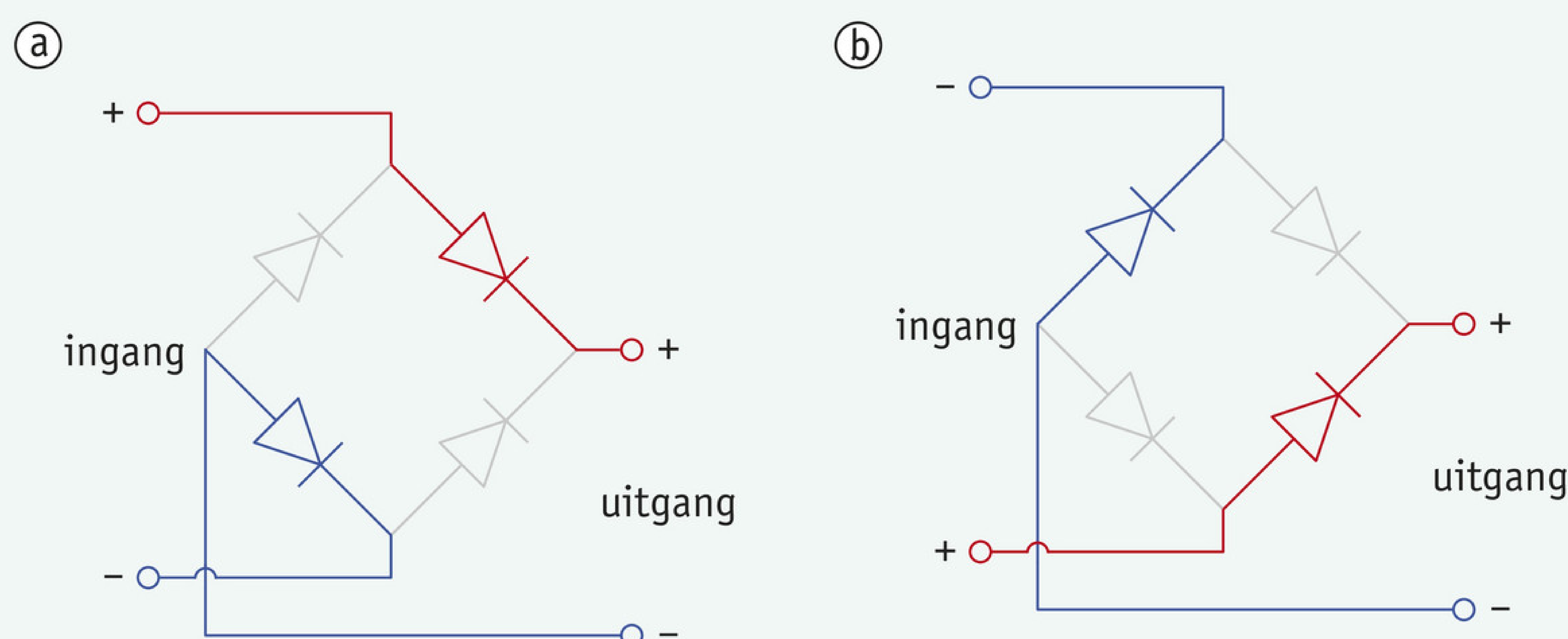
Redeneervoorbeeld

Soms heb je een wisselspanningsbron en is het nodig die wisselspanning om te zetten in een gelijkspanning.
Leg uit dat je dit kunt realiseren met behulp van de schakeling van figuur 37. Dit is een voorbeeld van een Graetzschakeling.



▲ **figuur 37** een schakeling met vier dioden

Uitwerking
Op momenten dat bij de ingang (aan de linkerkant van de schakeling) de bovenkant de pluspool is, heeft de diode rechtsboven geen weerstand en is de bovenste aansluiting van de wisselspanning direct verbonden met het bovenste punt van de uitgang. Die is dus op dat moment de pluspool van de uitgang (figuur 38a).



▲ **figuur 38** de schakeling met vier dioden bij de twee fasen van wisselspanning: met de pluspool aan de bovenkant (a) en aan de onderkant (b)

Gedurende de andere helft van de periode is de onderste aansluiting van de ingang de pluspool. Op dat moment geleidt de diode rechtsonder heel goed en is de bovenste pool van de uitgang opnieuw direct verbonden met de plus van de ingang (figuur 38b). Het punt rechtsboven is dus *altijd* de plus van de uitgang. Op analoge manier beredeneer je dat het punt rechtsonder altijd de min van de uitgang is.

Aardlekschakelaar en zekering

Behalve de componenten waarmee je grip krijgt op de temperatuur, de lichtsterkte en de richting waarin de stroom loopt, zijn er twee componenten die zijn bedoeld voor de veiligheid.
De **zekering** is opgenomen in serie met de hoofdleiding van een groep in de elektrakast. In een groep zijn de apparaten parallel geschakeld. Als er meer en meer apparaten worden aangesloten, neemt de hoofdstroom toe. Dit kan niet oneindig doorgaan. Als je bijvoorbeeld steeds nieuwe stekkerdozen aansluit op andere stekkerdozen ontstaat een te grote hoofdstroom, waardoor draden te heet worden en brand kan ontstaan. Om dat te voorkomen slaat de zekering door als de stroom door de zekering te groot wordt. Vaak is de grenswaarde $I = 16$ A.
De **aardlekschakelaar** meet of er evenveel stroom de schakeling in gaat als eruit komt. Als dat niet zo is, lekt ergens stroom weg naar de aarde, misschien wel via het lichaam van een persoon. Dit is gevaarlijk, ook als de stroom door die persoon veel en veel kleiner is dan de stroomsterkte waarbij de zekering doorslaat. De aardlekschakelaar schakelt binnen milliseconden de spanning uit als er een verschil van 30 mA is tussen de stroom die een groep in gaat en de stroom die terugkomt.

Onthoud!

- Gewone metalen zijn PTC-weerstanden: ze hebben een Positieve Temperatuur Coëfficiënt, de weerstand wordt groter als de temperatuur stijgt. Halfgeleidende materialen werken als een NTC: ze hebben een Negatieve Temperatuur Coëfficiënt, de weerstand daalt als de temperatuur stijgt.
- Halfgeleidende materialen kunnen dienen als LDR: *Light Dependent Resistor*. De weerstand daalt als er licht op valt.
- Met twee verschillende stukjes halfgeleider kun je een diode maken: een component die in één richting stroom doorlaat, en in de andere richting niet.
- Een zekering schakelt de stroom uit als de stroomsterkte te groot dreigt te worden. Dit voorkomt dat er door overbelasting of kortsluiting brand ontstaat.
- Een aardlekschakelaar schakelt de stroom uit als er stroom weglekt naar de aarde. Dit voorkomt dat er langer dan een paar milliseconden een stroom door een persoon blijft lopen.

Opdrachten

57 Componenten
Noem bij elk van de volgende toepassingen de juiste component. Kies uit *aardlekschakelaar*, *diode*, *Graetzschakeling*, *LDR*, *NTC*, *zekering*.
a Hiervan zitten er vier in een Graetzschakeling.
b Zit in smartphones waarbij de lichtsterkte van het scherm zich aanpast aan de omgeving.
c Zit in de oplader van een telefoon.
d Zit in de thermostaat van een centrale verwarming.
e Als deze illegaal is omzeild, is er brandgevaar.
f Als deze in een oud huis ontbreekt, is er gevaar voor elektrocutie.

58 Zekering

Stel dat je vertrouwt op een zekering van 16 A om de spanning uit te schakelen als er een stroom door een persoon loopt.

a Bereken het vermogen van de spanningsbron, dus de energie die maximaal per seconde in het lichaam van de persoon wordt omgezet.

b Leg uit welk ander element ervoor zorgt dat een persoon toch geen gevaar loopt.

59 Diode in serieschakeling

Je schakelt een diode in serie met een weerstand van 100 Ω. Over de serieschakeling zet je een wisselspanning met een amplitude van 4,5 V en een frequentie van 50 Hz. Als er een stroom door de diode loopt, is de spanning over de diode gelijk aan 1,5 V. Je meet de spanning over de weerstand.

a Teken het schakelschema.

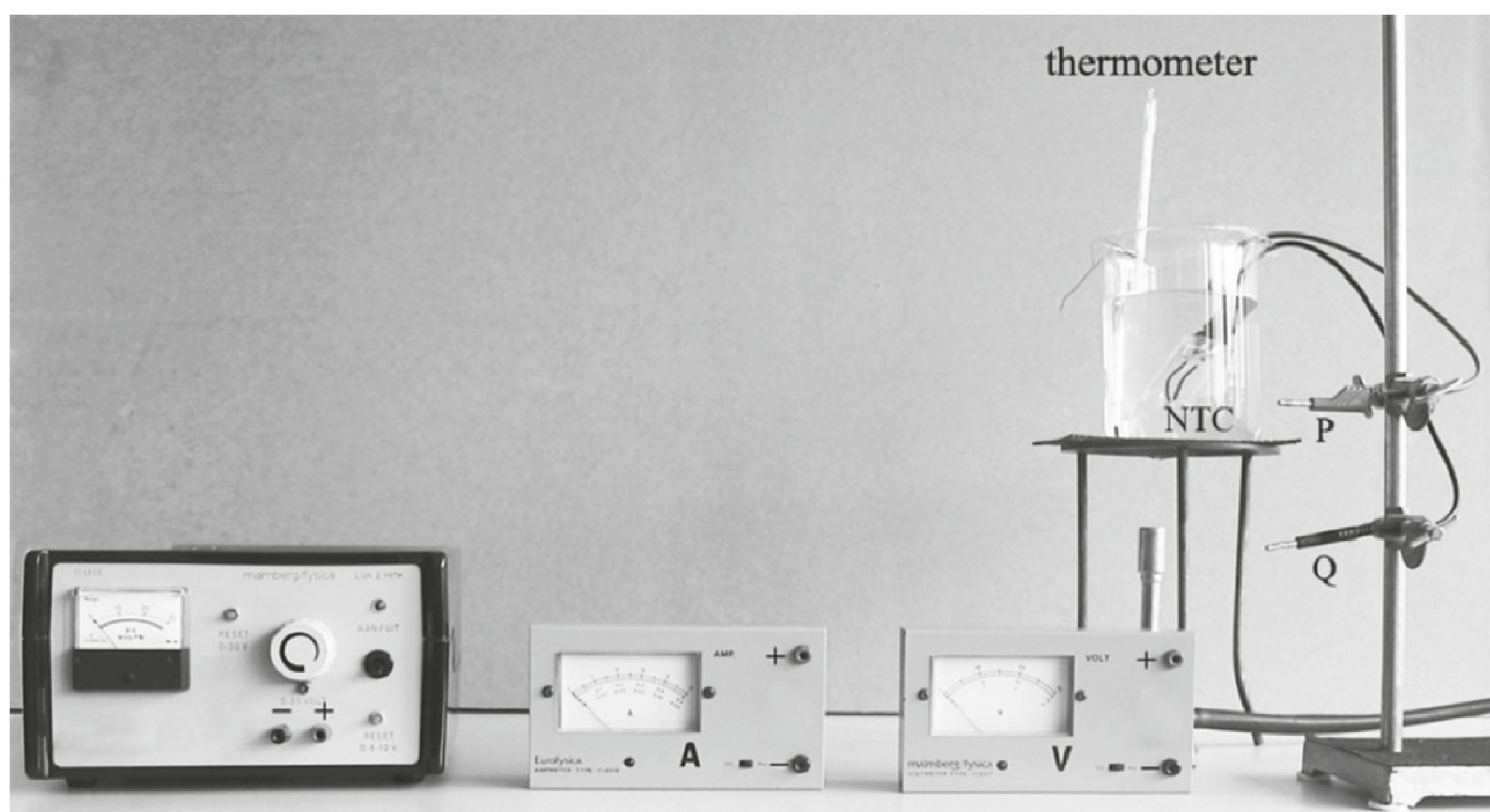
b Teken de grafiek van de stroomsterkte I tegen de tijd t. Laat t lopen van 0 tot 50 ms.

c Teken de grafiek van de gemeten spanning over de weerstand tegen de tijd.

60 Temperatuursensor

Pierre en Diane maken tijdens een practicum een waarschuwingssysteem waarbij een led gaat branden als de temperatuur 20 °C of hoger is (figuur 39). Op de practicumtafel staan de volgende spullen klaar:

- een driepoot met brander en een glas gevuld met water en ijs;
- een NTC en een thermometer die zich in het water bevinden;
- een regelbare spanningsbron, een spannings- en een stroommeter.

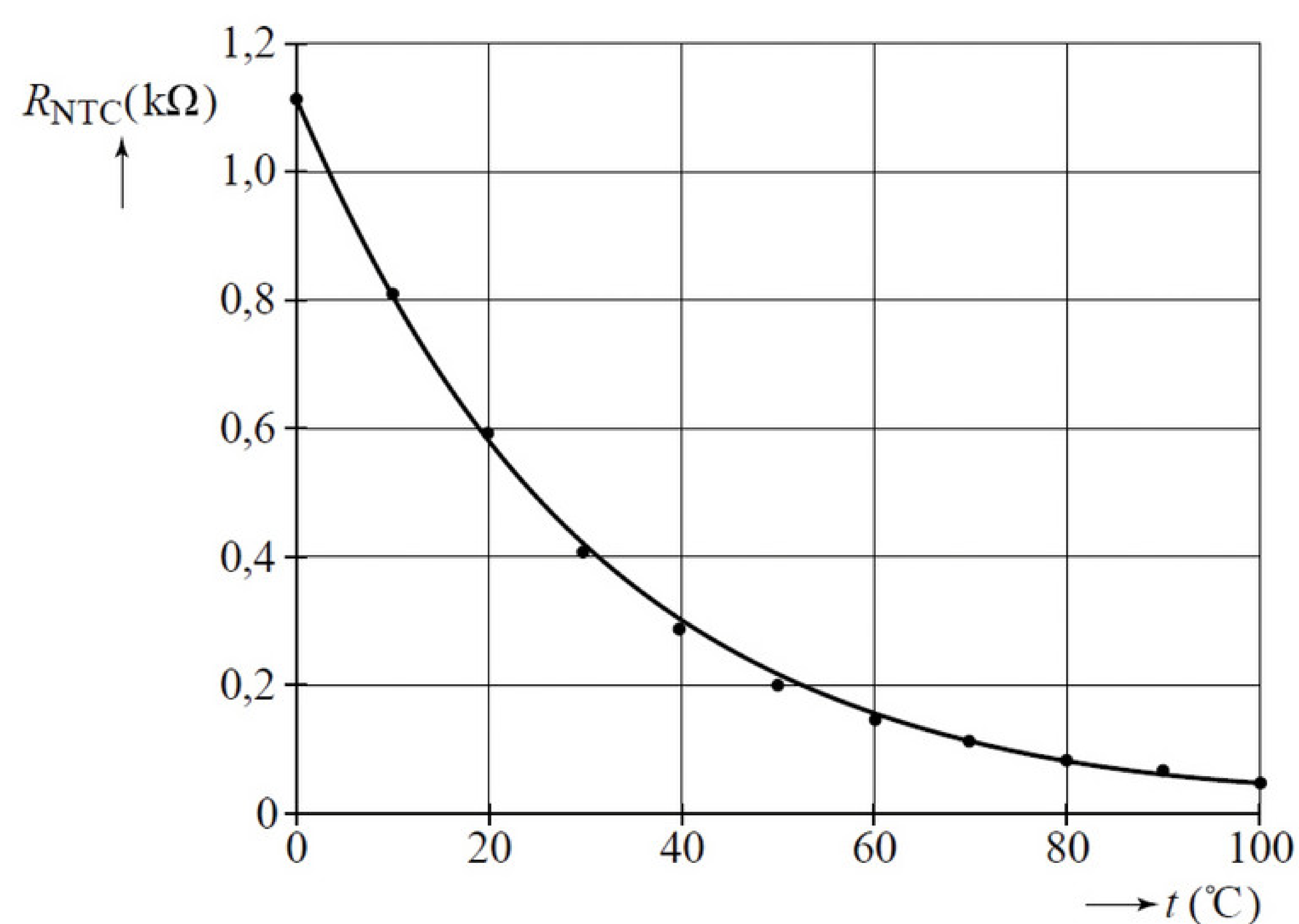


▲ **figuur 39** opstelling van het experiment van Pierre en Diane

Zij willen eerst een grafiek maken van de weerstand van de NTC tegen de temperatuur. Daarvoor moet nog een aantal elektrische verbindingen in de practicumopstelling van figuur 39 gemaakt worden. P en Q zijn de aansluitpunten van de NTC.

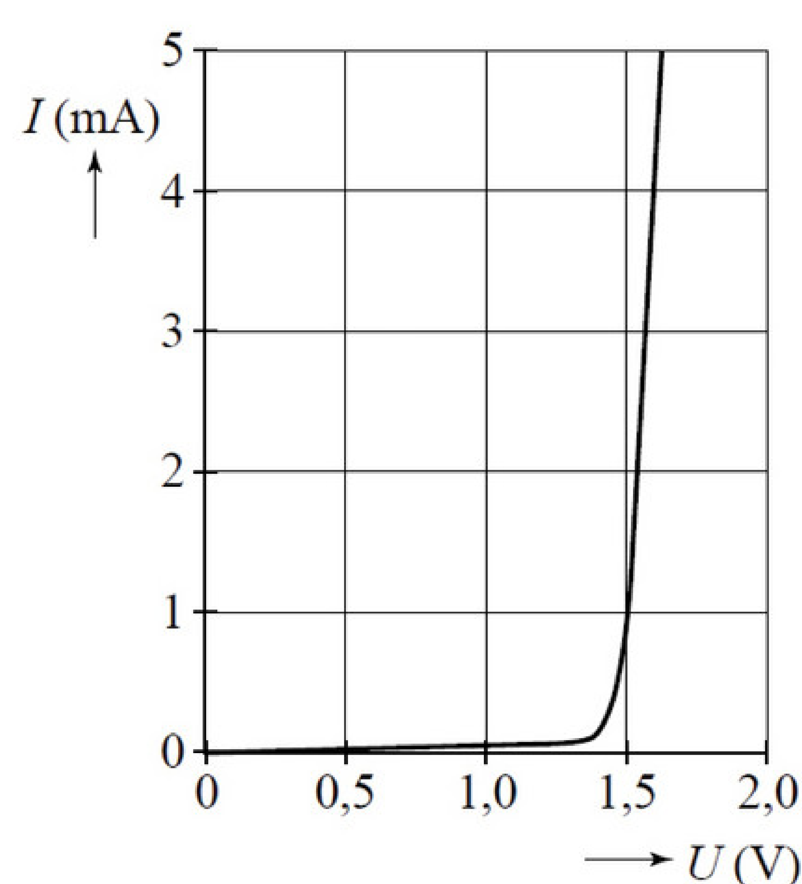
a Teken de figuur schematisch na en teken de draden die nodig zijn om de metingen voor deze grafiek te kunnen uitvoeren.

In figuur 40 zie je de grafiek die Diane en Pierre hebben gemaakt.



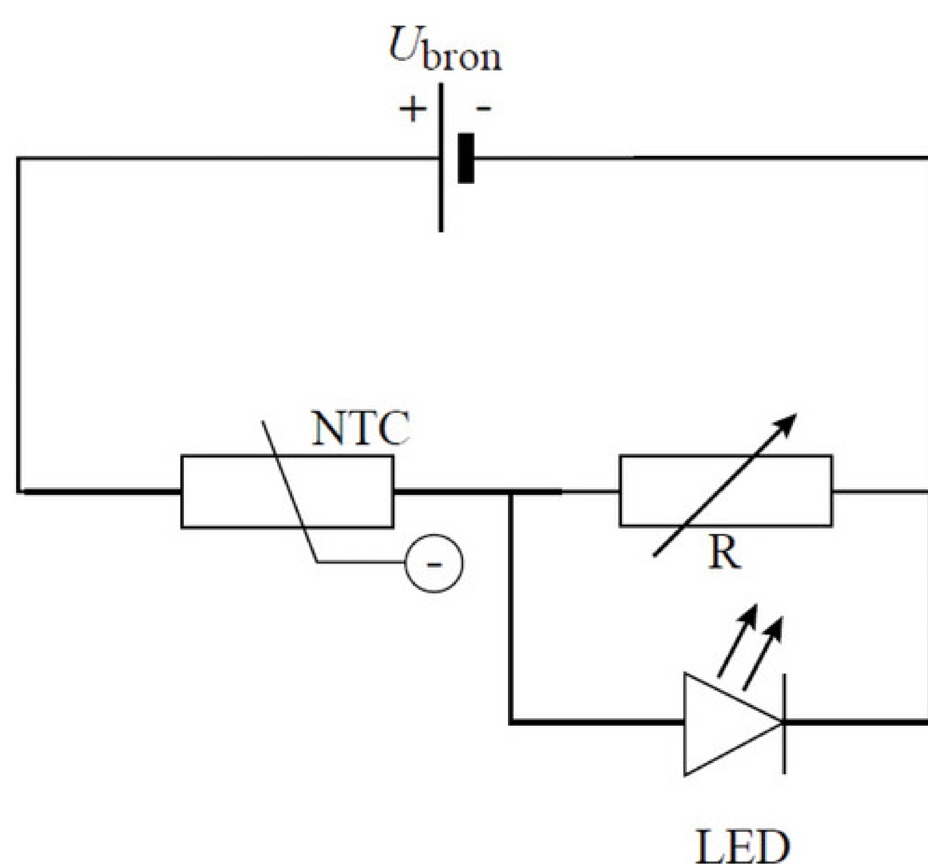
▲ **figuur 40** grafiek van R_{NTC} tegen de temperatuur

Voor het waarschuwingssysteem beschikken zij verder nog over een variabele weerstand en een led. In figuur 41 staat het (I, U)-diagram van de led. De led geeft licht als er een stroom van ten minste 1,0 mA door gaat.



▲ **figuur 41** (I, U)-diagram van de led

Diane en Pierre bouwen de schakeling van figuur 42.



▲ **figuur 42** schakeling voor het waarschuwingssysteem

b Leg aan de hand van figuur 40, 41 en 42 uit dat de led niet brandt bij een lage temperatuur en wel bij een hoge temperatuur.

De variabele weerstand wordt zo ingesteld dat de led licht geeft bij een temperatuur van 20 °C en hoger. De spanning van de spanningsbron is 5,0 V.

c Bepaal de waarde waarop de variabele weerstand wordt ingesteld.

bron: examen 2010-II

61 Modelleer een elektricien

Elektriciens nemen veiligheidsmaatregelen goed in acht. Als ze met hoogspanning werken, hebben ze aan beide handen goed isolerende handschoenen. Ze dragen ook goed isolerende schoenen. Het lichaam geleidt goed. Je stelt een model op voor de stroom die door een persoon loopt, afhankelijk van de weerstand van een hand (huid met of zonder handschoen), het lichaam, en een voet (huid met of zonder isolerende zool).

a Teken het schakelschema dat weergeeft dat de elektricien met elke hand een pool van een spanningsbron raakt.

b Teken het schakelschema als een hand de plus raakt en de grond de minpool is.

62 Ontwerp een buitenlamp

Teken een schakelschema dat ervoor zorgt dat een lamp automatisch aangaat als het donker wordt. Let erop dat het systeem niet concludeert dat het toch nog licht is door het licht van de lamp, want daardoor zou het licht ongecontroleerd gaan knipperen. Geef een uitleg bij je tekening.

Eindopdracht

63 Data binnenhalen

Als je internet gebruikt op je telefoon heb je te maken met meerdere elektrische systemen: in de telefoon zelf en in het datacenter waar de zoekgegevens worden verwerkt. De systemen in het datacenter moeten sterk worden gekoeld, want in de verbindingen ontstaat veel warmte.

a Leg uit of zo'n datacenter bestaat uit veel parallelle schakelingen of uit veel schakelingen in serie. Baseer je antwoord op de geproduceerde hoeveelheid warmte.

Er wordt gewerkt aan verbindingen gebaseerd op grafeen, een nieuw materiaal. Als dat lukt, heb je bij dezelfde stroomsterkte veel minder warmte.

b Leg uit of de soortelijke weerstand van dit materiaal groot of klein zal zijn.

In de kou is het lastig je touchscreen te bedienen, want dat werkt niet met gewone handschoenen. Renée bedenkt dat het nuttig is als de telefoon warmte afgeeft als het buiten koud is. Ze wil de telefoon een temperatuursensor geven en een verwarmingselement. De temperatuursensor bestaat uit een oplaadbare batterij van 7,4 V, aangesloten op een NTC die in serie staat met een gewone weerstand van 10 Ω.

c Leg uit dat over de NTC een grotere spanning staat als het koud is dan als het warm is.

Bij een bepaalde temperatuur loopt er een stroom van 0,10 A door de schakeling.

d Bereken de weerstand die de NTC op dat moment heeft.

Op de oplaadbare batterij staat '2,2 Ah'. De spanning is 7,4 V. Bij een bepaalde stand van het verwarmingselement is de batterij na 2,0 h leeg.

e Bereken het vermogen van de batterij.

De warmte wordt geproduceerd in een koperen draad met een weerstand van 6,7 Ω. Die draad is gewonden als een spiraal en heeft een totale lengte van 2,0 m.

f Bereken de diameter van de draad.

7 Practicum

EXPERIMENT 1 De weerstand van niet-aangesloten apparaten (begripspracticum)

Inleiding
Op apparaten staat vaak het vermogen vermeld. Als een apparaat op het lichtnet werkt, is de spanning bekend en kun je de stroomsterkte door het apparaat berekenen. De weerstand van veel apparaten kun je rechtstreeks meten met een multimeter in de 'ohm-stand', door de twee pennen aan te sluiten op de stekker van het apparaat. Het apparaat werkt dan natuurlijk niet, omdat de stekker niet in het stopcontact zit. Is er een verschil tussen de weerstand die je berekent voor het werkende apparaat en de gemeten weerstand van het niet-aangesloten apparaat?
NB: De manier van meten in dit experiment werkt alleen bij apparaten die geen elektronische componenten hebben die bepalen of er een stroom kan lopen. Het lukt alleen als je ook zonder spanning op het apparaat een knop op 'aan' kunt zetten.

Onderzoeksvraag
Is de weerstand van een apparaat die je bepaalt door het meten van de weerstand tussen de pennen van de stekker gelijk aan de weerstand die je berekent met het vermelde vermogen?

Benodigdheden
strijkbout; waterkoker; bureaulamp met gloeilamp; multimeter

Veiligheid
Voer de metingen uit wanneer de apparaten NIET zijn aangesloten op het stopcontact.

Uitvoering
- Neem een apparaat en zet de aan/uit-knop op 'aan'. Let op: sluit het apparaat niet aan op een stopcontact!
- Sluit de multimeter aan op de pennen van de stekker.
- Noteer de weerstand.
- Noteer ook het vermogen van het apparaat.
- Herhaal dit voor alle apparaten.

Verwerking

1 Bereken uit het vermogen en de spanning van het lichtnet de weerstand van elk apparaat.
2 Vergelijk de gemeten en de berekende waarden.
3 Waarschijnlijk is het verschil het grootst bij de gloeilamp. Kun je dat verklaren?

Conclusie
4 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Het materiaal van een metalen draad bepalen (onderzoekspracticum)

Inleiding
In dit experiment oefen je met wat je hebt geleerd over de weerstand van metalen draden. Door het meten van de weerstand van een metalen draad kun je de soortelijke weerstand bepalen en daarmee het materiaal waar de draad van gemaakt is.

Onderzoeksvraag
Van welk materiaal is een gegeven metalen draad gemaakt?

Benodigdheden
schuifmaat; meetlint of rolmaat; ohmse weerstand ($\approx 10\ \Omega$); (variabele) spanningsbron; spanningsmeter of multimeter; stroommeter of multimeter; aansluitdraden; krokodillenklemmen

Uitvoering
- Meet de lengte van de draad.
- Meet de diameter van de draad.
- Sluit de metalen draad en de ohmse weerstand in serie aan op de spanningsbron.
- Sluit op de juiste wijze de spanningsmeter en stroommeter aan.
- Meet bij verschillende spanningen van de spanningsbron de spanning over, en de stroomsterkte door de draad. Zorg dat het vermogen in de draad niet meer is dan ongeveer 1,0 W. Noteer de meetgegevens in een tabel.

Verwerking

1 Zet de meetgegevens uit in een (U,I)-diagram (dus met de spanning langs de y-as). Welk verband verwacht je te vinden? Teken de grafiek voor dit verband door de meetpunten.
2 Leg uit dat het hellingsgetal van de grafiek gelijk is aan de weerstand van de draad. Bepaal vervolgens deze helling.
3 Reken de diameter van de draad om in de doorsnede van de draad in m^2.
4 Druk de soortelijke weerstand van een draad uit in de weerstand R, de lengte l en de doorsnede A van de draad.
5 Vul de meetgegevens in in de uitdrukking voor de soortelijke weerstand en reken hiermee de soortelijke weerstand van de draad uit in Ω m.
6 Welke aanvullende meting zou je uit kunnen voeren om te controleren of je het juiste materiaal hebt gevonden?

Conclusie

7 Beantwoord de onderzoeksvraag (gebruik Binas).

EXPERIMENT 3 De vervangingsweerstand van serie- en parallelschakelingen (begripspracticum)

Inleiding

De totale weerstand van een schakeling kun je bepalen door de totale stroom en spanning van de schakeling te meten en de formule $R = \frac{U}{I}$ te gebruiken. De totale weerstand kun je ook direct berekenen op basis van de weerstand van de aangesloten componenten.

Onderzoeksvraag

Hoe hangt de totale weerstand af van de manier waarop weerstanden zijn geschakeld (in serie of parallel)?

Benodigdheden

vier verschillende ohmse weerstanden; aansluitdraden; spanningsmeter of multimeter; stroommeter of multimeter; (variabele) spanningsbron

Veiligheid

Let er bij de uitvoering op dat het totale vermogen van de spanningsbron niet hoger wordt dan het maximale vermogen van de ohmse weerstanden.

Uitvoering

- Sluit achtereenvolgens twee, drie en vier ohmse weerstanden in serie aan op de spanningsbron. Noteer voor elke schakeling de weerstand van de aangesloten weerstanden. Meet voor elke schakeling de totale spanning en stroom.
- Herhaal de vorige handeling, maar sluit de weerstanden nu parallel aan.
- Verzin een gemengde schakeling met vier ohmse weerstanden. Laat een klasgenoot de metingen uitvoeren om de totale weerstand te bepalen.

Verwerking

1 Bereken voor elke schakeling de totale weerstand.
2 Welk verband kun je voor een serieschakeling ontdekken tussen de totale weerstand en de afzonderlijke weerstanden?
3 Bereken voor de parallelschakeling de geleidbaarheid ($G = \frac{1}{R}$) van de afzonderlijke componenten en de totale geleidbaarheid.
4 Welk verband kun je voor de parallelschakeling ontdekken tussen de totale geleidbaarheid en de geleidbaarheid van de afzonderlijke componenten?
5 Bepaal de totale weerstand van de gemengde schakeling. Controleer dit antwoord door ook de totale weerstand uit te rekenen met behulp van de formules voor de totale weerstand.

Conclusie

6 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Vermogen meten (apparatuurpractium)

Inleiding
Het vermogen van elektrische apparaten kun je meten door de spanning over en stroom door het apparaat te meten. Het vermogen volgt dan uit de formule: $P = U \cdot I$. In dit experiment bepaal je van verschillende fietslampjes het vermogen. Je frist hiermee ook je kennis op over het meten van spanning en stroom in een stroomkring.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is het vermogen van verschillende fietslampjes?

EXPERIMENT 5 De weerstand van een metalen draad (begripspracticum)

Inleiding
In dit experiment onderzoek je op welke manier de weerstand van een metalen draad afhangt van de volgende grootheden: de lengte van de draad, de dikte van de draad en het materiaal waarvan de draad is gemaakt.

Onderzoeksvraag
Op welke manier hangt de weerstand van een metalen draad af van de dikte en lengte van de draad en het materiaal waarvan de draad is gemaakt?

ONDERZOEK De weerstand van potloodstrepen

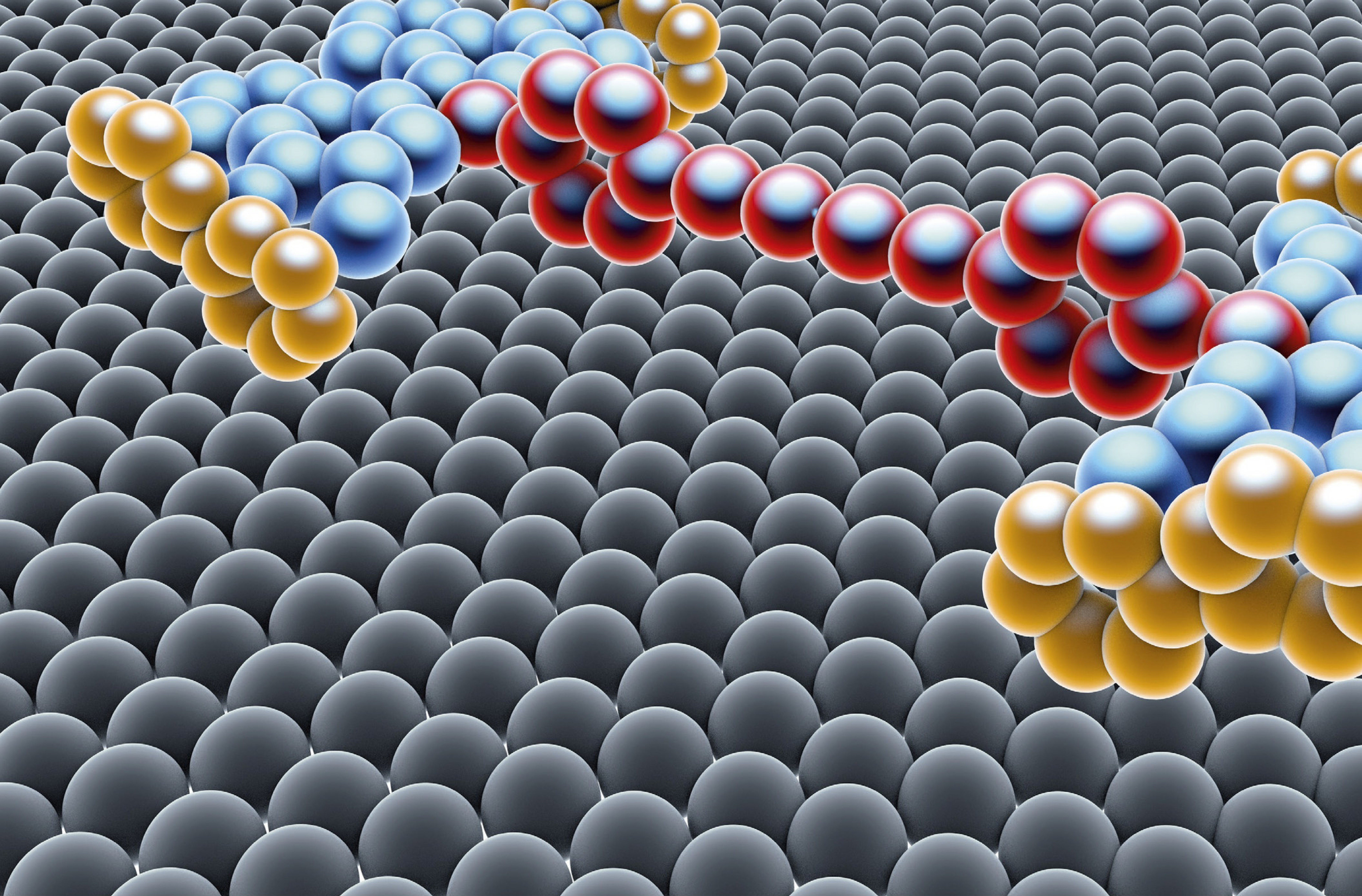
Inleiding
Een potloodstreep geleidt elektrische stroom. Zou de theorie over weerstand die is opgesteld voor stroomdraden ook werken voor dunne, smalle laagjes grafiet? Als deze theorie ook geldig is voor potloodlijnen, dan zal:

- de weerstand groter zijn voor een langere potloodstreep (om precies te zijn zal de weerstand recht evenredig zijn met de lengte van de streep);
- de weerstand omgekeerd evenredig zijn met de breedte van de streep (bij dezelfde lengte en dikte);
- de weerstand omgekeerd evenredig zijn met de dikte van de streep (bij dezelfde lengte en breedte);
- de uitkomst van $\frac{R \cdot A}{l}$ gelijk zijn aan de soortelijke weerstand van grafiet.

Onderzoeksvragen
1 Welke orde van grootte heeft de weerstand van een dikke potloodstreep?
2 Kloppen de metingen met de vier voorspellingen uit de inleiding?
3 Zijn er verschillen tussen H-, B- en HB-potloden?
4 Zijn er verschillen tussen zwarte potloden en kleurpotloden?
5 Kun je uit de metingen de soortelijke weerstand van grafiet bepalen?

Praktisch
De laatste onderzoeksvraag kun je waarschijnlijk alleen wat betreft de orde van grootte beantwoorden. Want om te bepalen hoe dik je laagje is, moet je een schatting maken van het volume dat van je potloodpunt is afgesleten bij het dik opvullen van een lijn van bijvoorbeeld 10 cm lang en 0,5 cm breed, en dat volume is heel klein. Nog een tip bij het interpreteren van de resultaten: stel jezelf de vraag of de stift van een potlood wel uit puur grafiet bestaat.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvragen.



HOOFDSTUK 5

Biofysica: de natuurkunde van het leven

In dit hoofdstuk worden voorbeelden van biofysisch onderzoek beschreven. Daarbij is gekozen voor de volgorde van grote naar kleine biologische systemen: een organisme, een orgaan, een cel, een organel of zelfs een DNA- of RNA-molecuul. Je krijgt bijvoorbeeld inzicht in de werking van moleculaire motoren in cellen. Fundamenteel onderzoek op dit gebied leverde de Groningse hoogleraar Ben Feringa de Nobelprijs voor Scheikunde op. Naast ontwikkelingen op dit fundamentele niveau zijn er ook spectaculaire praktische toepassingen van biofysica op micro- en macroschaal.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Lopen op bionische benen

Onderzoekers ontwikkelen een kunstbeen dat net zo functioneert als een gewoon been. Artsen werken daarbij samen met biomechanici en robotwetenschappers. Hun doel: mensen die een been zijn kwijtgeraakt weer normaal laten staan, lopen en rennen. De resultaten zijn bemoedigend. Er zijn al kunstbenen waarmee je vrijwel natuurlijk en zonder extra inspanning kunt lopen.



Lopen als gecontroleerd vallen

Bij lopen zijn drie zaken van belang: stabiliteit, energieverbruik en wendbaarheid. Mensen lopen heel stabiel, ook over een ondergrond met oneffenheden. De manier waarop ze dat doen, lijkt op een dubbele slingerbeweging. Bij elke stap zwaait het ene been naar voren, met het draaipunt bovenaan bij de heup. Het andere been beweegt ondertussen als een omgekeerde slinger, met het draaipunt onderaan bij de voet.
Vreemd genoeg is het lichaam bij deze manier van lopen vrijwel geen moment in evenwicht. Sterker nog: eigenlijk ben je de hele tijd aan het vallen. Dat merk je als iemand je pootje licht: voor je het weet, lig je op je neus. Al dat vallen leidt niet tot problemen. Zolang je niet struikelt, wordt die valbeweging steeds op het juiste moment afgebroken. Zo nodig voert je lichaam tegelijk een kleine correctie uit, zodat je niet te ver uit balans raakt. Lopen is gecontroleerd vallen.
Die controle is zo goed geautomatiseerd, dat je kunt lopen zonder erbij na te denken. Dat is heel anders als je net een kunstbeen hebt gekregen. Spieren en pezen die je vroeger gebruikte, zijn er niet meer. Bovendien is het gevoel in het getroffen been weg. Het lopen gaat daardoor niet meer vanzelf. Je moet opnieuw leren de valbeweging van je lichaam te controleren. Veel hangt daarbij af van de kwaliteit van het kunstbeen. Hoe beter dat presteert – het liefst als een echt been natuurlijk – des te stabieler en soepeler je loopt.

Een bionisch kunstbeen

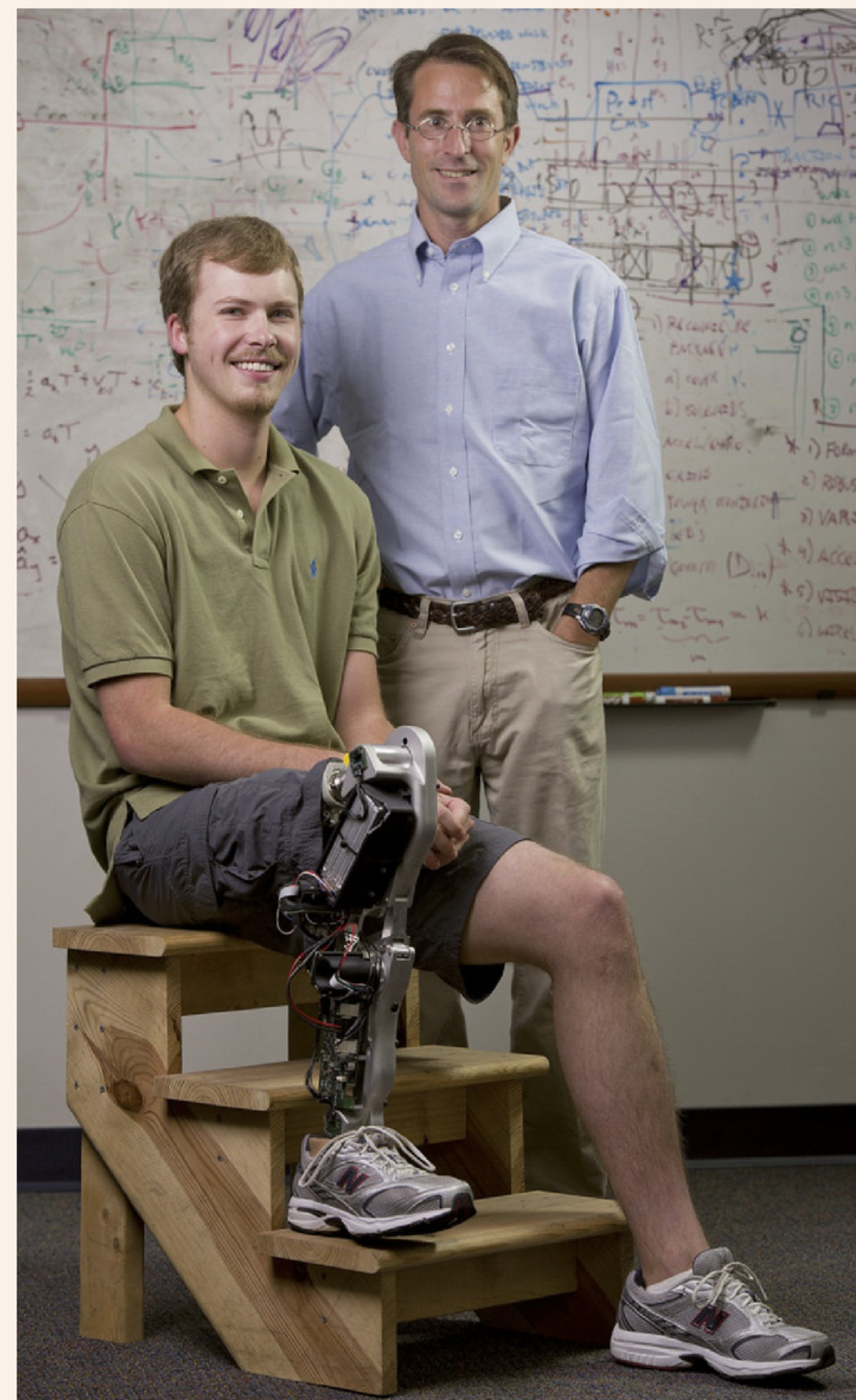
Het bionische been van Craig Hutto (figuur 1) is ontwikkeld door ingenieur Michael Goldfarb van de

"Het been leert van jou wat het moet doen."



Craig Hutto was zestien jaar toen hij voor de kust van Florida werd aangevallen door een haai. Hij bracht het er levend af, maar werd zwaargewond. Zijn rechterbeen moest vlak boven de knie geamputeerd worden. Nu, zes jaar later, loopt Craig weer bijna normaal, dankzij een experimenteel kunstbeen met actief aangedreven knie- en enkelgewrichten. Craig is enthousiast: "Mijn gewone kunstbeen is altijd een stap te laat, dit been maar een fractie van een seconde! En ik kan weer gewoon een trap op lopen."

▲ **figuur 1** Craig Hutto

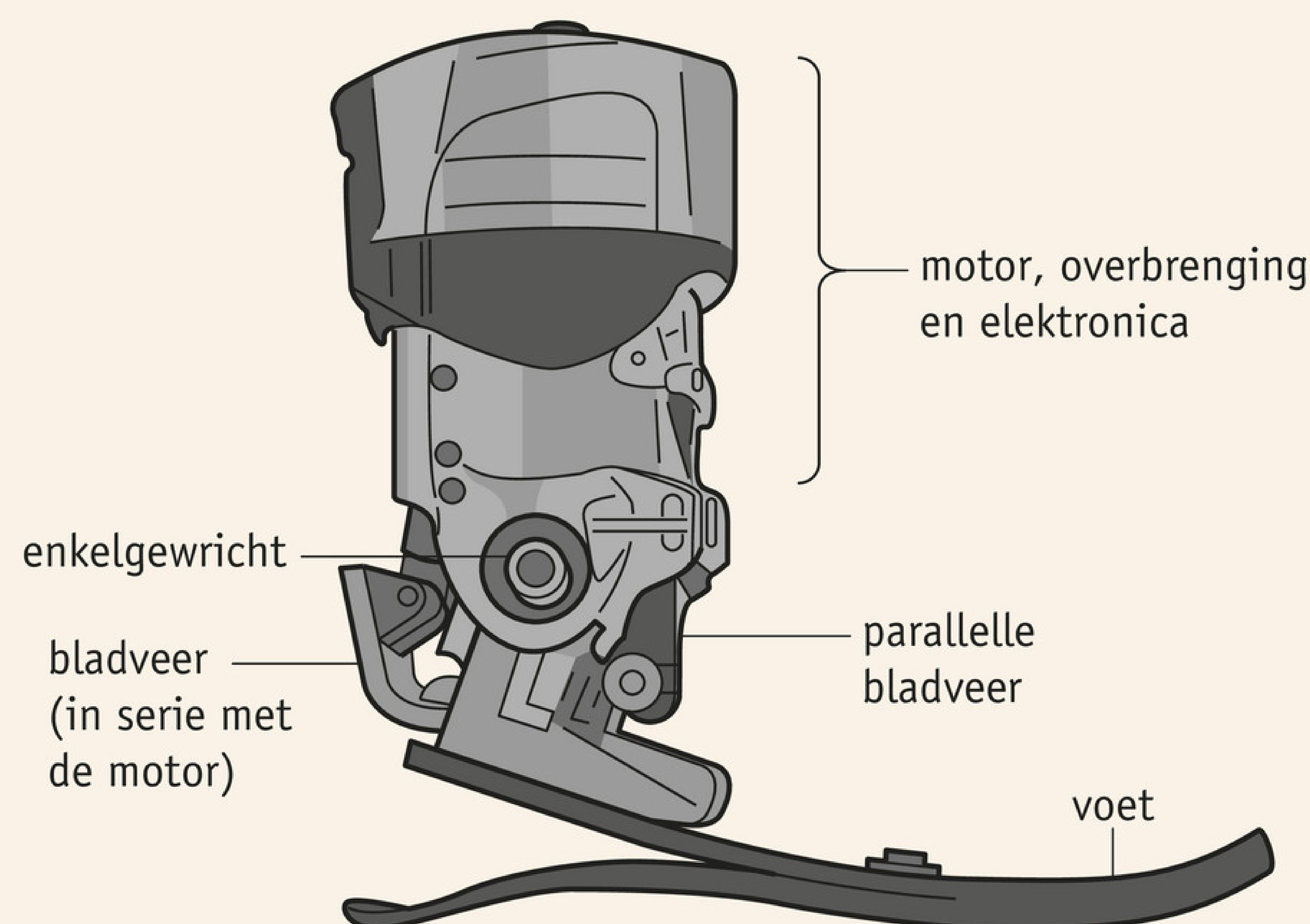


▶ **figuur 2** Michael Goldfarb en Craig Hutto

Vanderbilt-universiteit (figuur 2). Goldfarb wilde een kunstbeen maken met superieure prestaties. "De beste kunstbenen die nu te koop zijn, hebben schokdempers als knieën en een bladveer van carbon," zegt hij. "Deze benen kunnen zich niet aanpassen als de gebruiker iets anders wil dan lopen over een vlakke ondergrond. De echte problemen komen wanneer je een helling of een trap probeert op of af te lopen. Conventionele kunstbenen zijn daar niet geschikt voor. Ze zijn erg onstabiel en dus vallen de gebruikers vaak."

Het laboratorium van Goldfarb heeft een batterij-aangedreven kunstbeen ontwikkeld dat zich aanpast aan wat de gebruiker doet. Dat been stelt vast of je een helling op of af loopt en levert daarna de biomechanisch vereiste krachten. "Het been maakt gebruik van de technologie uit smartphones en tablets," zegt Goldfarb. "De microsensoren en accelerometers die een smartphone vertellen wat de stand van het scherm is, gebruiken wij om de stand van het been te bepalen. Niet alleen de oriëntatie in de ruimte, maar ook snelheid, versnelling en draaihoek van elk onderdeel is belangrijk."

Doordat het been niet achter de gebruiker aansleept, maar bij elke stap naar voren zwaait, is de stabiliteit veel beter dan van een passief



▲ **figuur 3** door een elektromotor aangedreven enkelgewricht

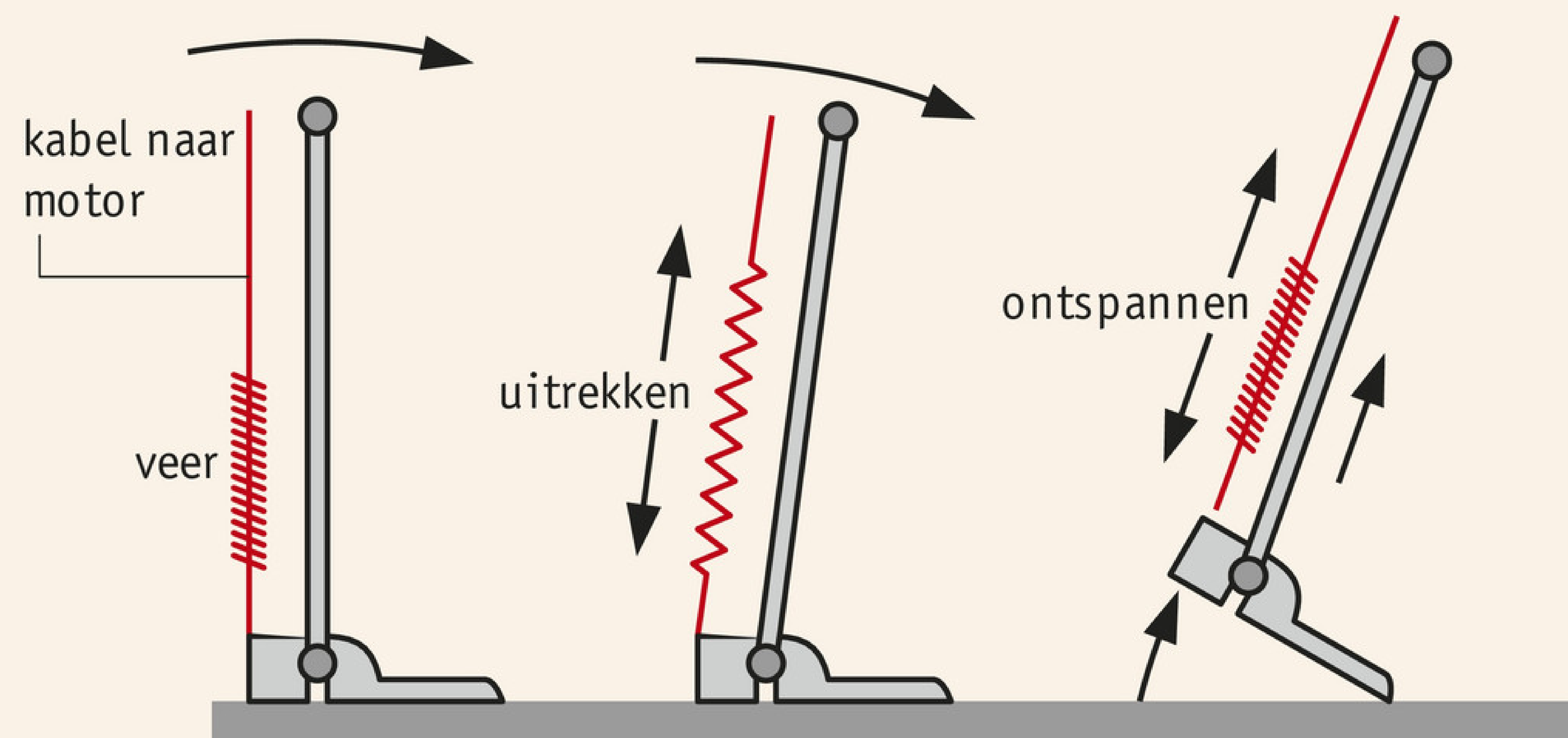
been. De informatie die nodig is om het been aan te sturen, wordt afgeleid uit de beweging van het heupgewricht ten opzichte van het been. "Het besturingssysteem moet snel en betrouwbaar beslissingen nemen," zegt Goldfarb. "Het heeft veel sensoren en gecompliceerde software, die gebruikt wordt om erachter te komen wat de gebruiker wil doen. Het is te vergelijken met de patroonherkenningssoftware in spraakherkenningsprogramma's. Het been leert van jou wat het moet doen. Dat is echt revolutionair."

Energiezuinig(er) lopen

Naast stabiliteit is ook het energieverbruik een belangrijk aspect van lopen. Wetenschappers hebben ontdekt dat de loopsnelheid waaraan mensen de voorkeur geven uit energieoogpunt het meest efficiënt is. De ideale loopsnelheid van een volwassene is zo'n 4,5 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$. Het energieverbruik van het lichaam is bij deze snelheid ongeveer 3 J per kilogram lichaamsmassa hoger dan bij rechtop stilstaan. Voor iemand van 60 kg komt dat neer op een extra verbruik van circa 180 J. De extra energie is nodig voor de spieren die bij het lopen in actie komen. Die hebben chemische energie nodig om zich samen te trekken en zo krachten op de benen uit te oefenen. Om op die energie te besparen, maakt het lichaam ook gebruik van de veerkracht in de spieren en de pezen. Dat zie je bijvoorbeeld bij de achillespees in de hiel. Deze pees werkt als een veer die eerst wordt opgerekt (en dan veerenergie opslaat) en dan terugveert (en dan veerenergie teruggeeft). Zo krijgt het lichaam een duwtje mee. Mensen die op een passief (niet-aangedreven) kunstbeen lopen, moeten op een andere manier leren lopen. Dat valt niet mee. Uit onderzoek blijkt dat lopen met een passief kunstbeen erg inspannend is. Mensen van wie een been onder de knie geamputeerd is, lopen gemiddeld 36% langzamer dan mensen met gewone benen. Ze hebben gemiddeld 41% meer energie nodig om een bepaalde afstand af te leggen. Voor mensen van wie een been boven de knie is geamputeerd, zijn de cijfers nog ongunstiger: respectievelijk 43% en 89%. Lopen met een passief kunstbeen is dus duidelijk minder efficiënt dan lopen op twee normale benen.

Een kunstvoet met aandrijving

Het probleem is dat een passief kunstbeen zelf geen krachten kan uitoefenen. Het moet vanuit de knie of de heup naar voren geslingerd worden en dat kost relatief veel energie. Je ziet veel geamputeerden daardoor op een slepende manier lopen. Actieve kunstbenen, zoals het bionische been van Craig Hutto, kunnen zich wel actief afzetten. Dat komt doordat de gewrichten elektrisch worden aangedreven. In figuur 3 zie je een voorbeeld van een aangedreven enkelgewricht. De elektromotor en veren in de kunstvoet hebben dezelfde functie als de spieren en de pezen in het menselijk lichaam. De elektromotor geeft het been op het juiste moment een zetje, net als een spier die zich op het juiste moment samentrekt. De veren werken als pezen: ze slaan veerenergie op als ze uitrekken en geven die energie weer terug als ze zich ontspannen (figuur 4).



▲ **figuur 4** Zo werkt de veer die de functie van achillespees heeft.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Lopen

Als mensen sneller of langzamer gaan lopen, verandert de stapfrequentie (het aantal stappen per tijdseenheid). Je kunt dit verband gemakkelijk onderzoeken met een loopband, maar met een stopwatch en een meetlint kom je ook een heel eind.

a Bepaal de loopsnelheid v en de stapfrequentie f van enkele proefpersonen bij vier verschillende snelheden. Geef de uitkomsten weer in een grafiek.

Volgens de biofysici Bertram en Ruina wordt het verband tussen v en f bij normaal lopende volwassenen gegeven door $f = c \cdot v^b$, waarin c een constante is en $b = 0{,}58$.

b Laat zien of jouw onderzoeksresultaten met deze formule in overeenstemming zijn.

2 Orthese

Mensen die te weinig spierkracht in hun benen hebben, kunnen gebruikmaken van speciale hulpmiddelen die de werking van de benen ondersteunen. Zo'n hulpmiddel wordt een orthese genoemd.

In figuur 5 zie je een experimentele orthese die veerenergie opslaat en op het juiste moment weer afgeeft. De orthese heeft een mechanisme (*clutch*) dat het bovenste uiteinde van de veer afwisselend vergrendelt en weer vrijgeeft.

a Wanneer wordt het uiteinde van de veer vergrendeld?

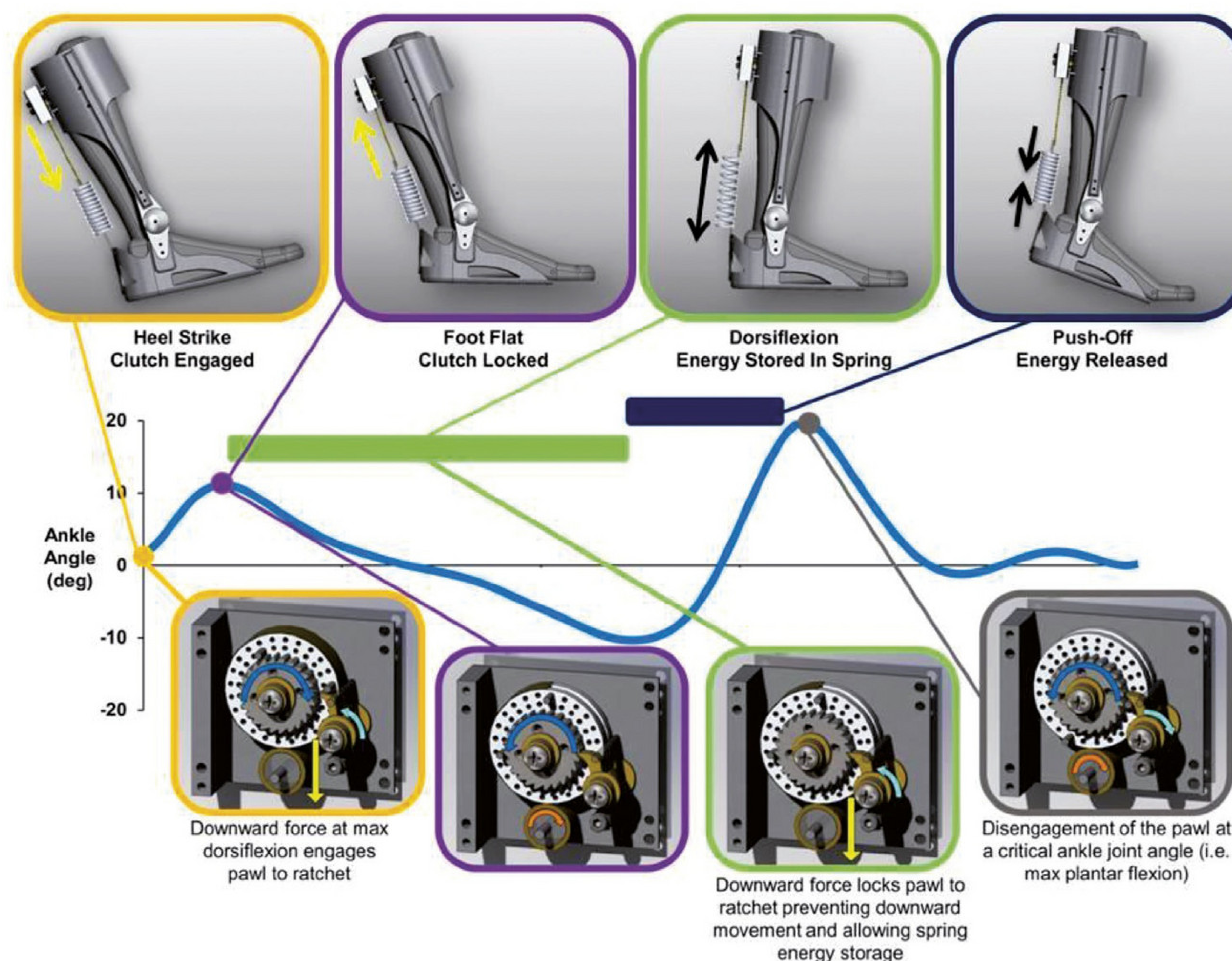
b Leg uit waarom dat juist op dat moment gebeurt.

c Wanneer wordt het uiteinde van de veer weer vrijgegeven?

d Leg uit waarom dat juist op dat moment gebeurt.

Inmiddels wordt gewerkt aan een orthese met een elektromotor op de plaats van het vergrendelingsmechanisme. Zo'n elektromotor (zie het onderste gedeelte van figuur 5) kan de kracht tijdens de afzet groter maken, zonder dat daarvoor iets aan de veer veranderd hoeft te worden.

e Leg uit wat zo'n elektromotor daarvoor tijdens elke fase van de beweging moet doen. De elektromotor kan linksom en rechtsom draaien, vergrendelen en 'in zijn vrij staan'.



▶ **figuur 5** een experimentele orthese

1 Een model voor lopen

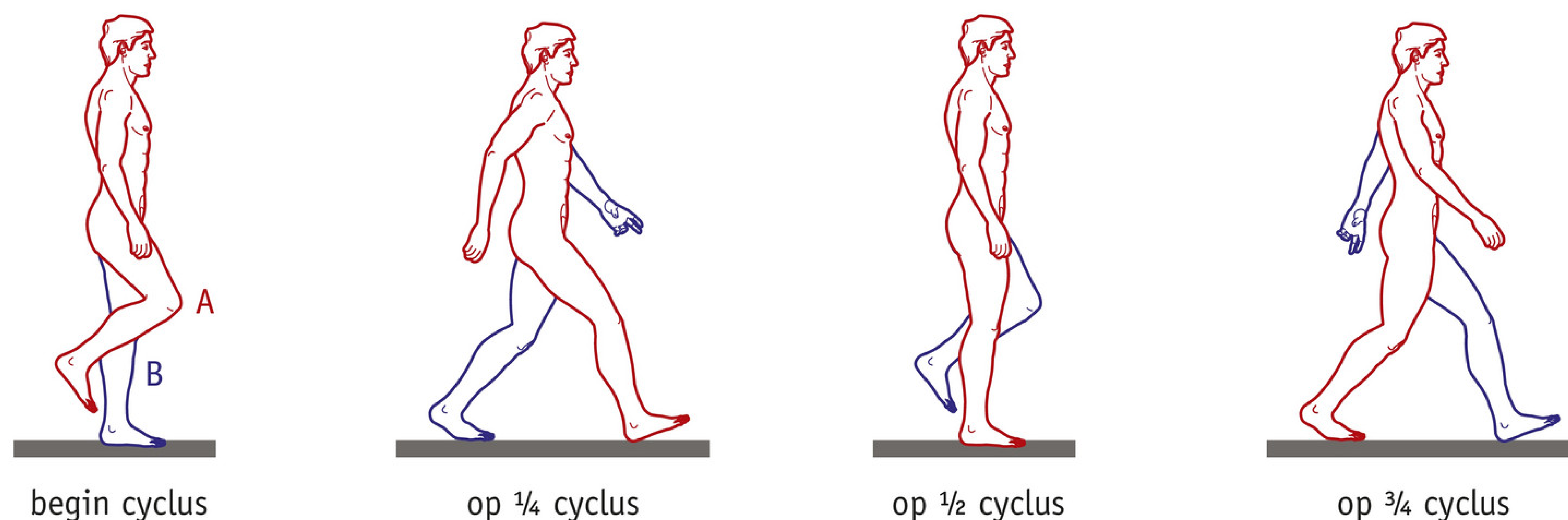
In deze paragraaf leer je:
- hoe de slingerfrequentie van het been en zuinigheid met energie de loopsnelheid bepalen;
- welke factoren bepalen wanneer je overgaat van wandelen op rennen.

Deze paragraaf gaat over de manier waarop mensen en dieren lopen. Er is een verband waarmee je deze bewegingen onder heel uiteenlopende omstandigheden kunt vergelijken.

De loopcyclus

Als je wandelt, herhaal je steeds dezelfde loopcyclus (figuur 1), die bestaat uit vier perioden:
- periode 1: been A zwaait naar voren, been B blijft staan;
- periode 2: been A landt op de grond, terwijl been B zich afzet;
- periode 3 en 4: Als 1 en 2, maar met A en B verwisseld.

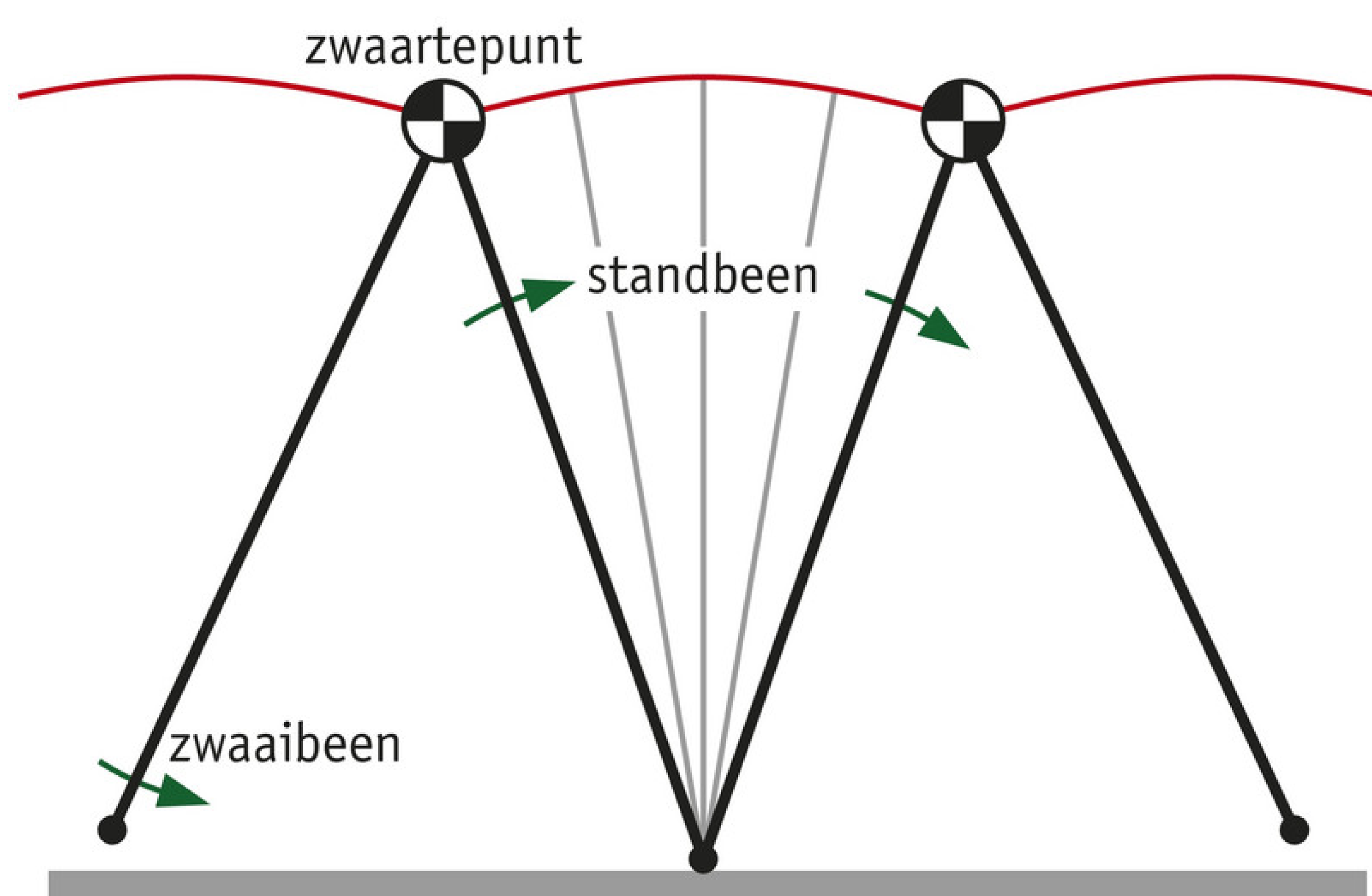
Kenmerkend voor lopen is verder dat er altijd minstens één voet op de grond staat. Dat is een belangrijk verschil met hardlopen (rennen), waarbij je een deel van de tijd met beide voeten los bent van de grond.
Belangrijke eigenschappen van de loopcyclus zijn de **stapfrequentie** (het aantal stappen per tijdseenheid) en de **staplengte** (de afstand die tijdens elke stap wordt afgelegd).



▲ **figuur 1** de loopcyclus

Lopen als dubbele slingerbeweging

Biofysici hebben een eenvoudig loopmodel ontwikkeld (figuur 2). In dit model wordt het zwaaibeen gezien als een gewone slinger, met het draaipunt aan de bovenkant. Het standbeen wordt bekeken als een omgekeerde slinger, met het draaipunt aan de onderkant. Het zwaartepunt van het lichaam bevindt zich in het scharnierpunt van de beide benen.

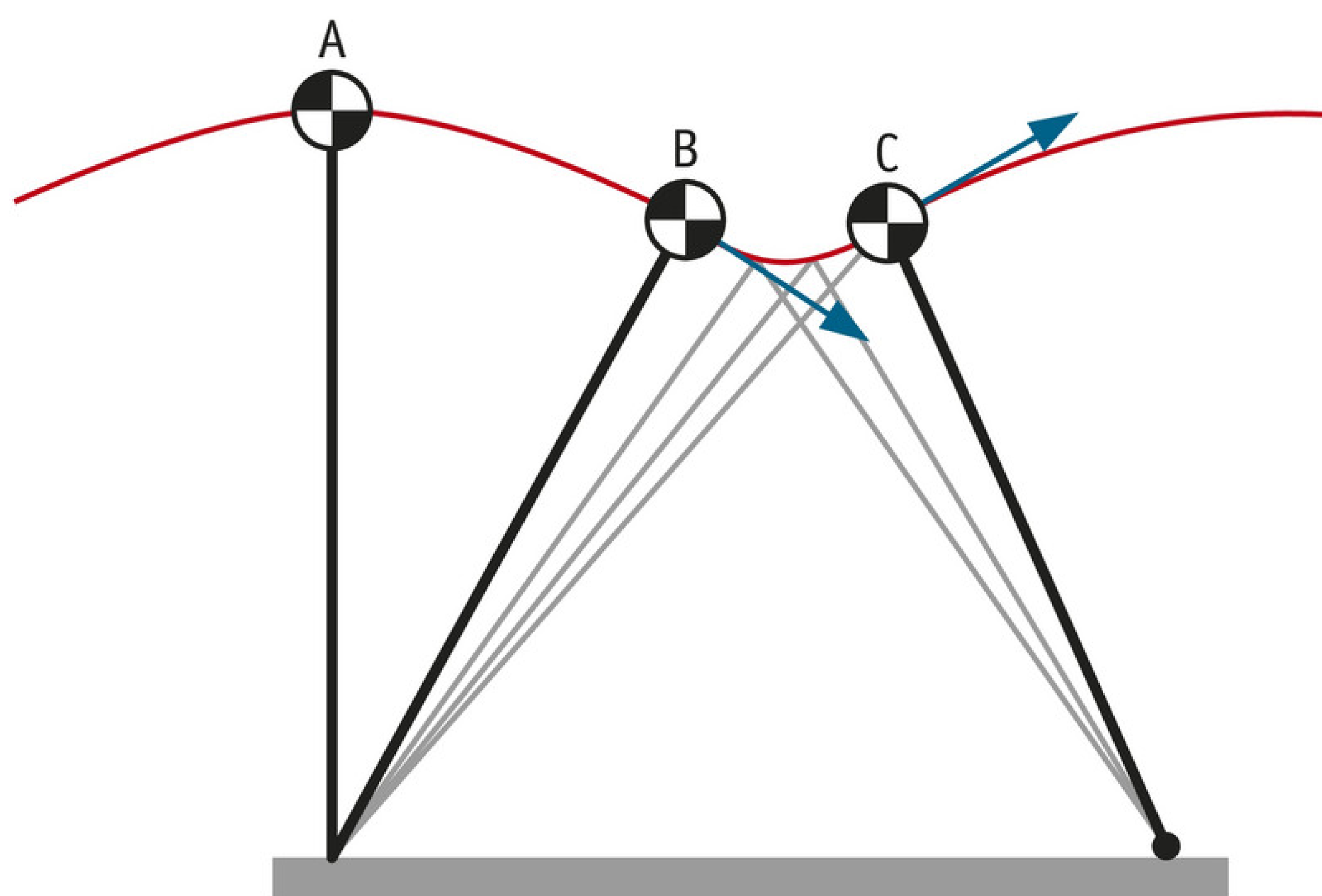


◀ **figuur 2** eenvoudig loopmodel: één stap

Dit model is een sterke vereenvoudiging van de werkelijkheid. Toch kunnen bepaalde aspecten van de werkelijkheid er goed mee begrepen worden. Je benen hebben bijvoorbeeld, net als een ‘echte’ slinger, een natuurlijke frequentie. Dat is de frequentie waarmee een slinger heen en weer gaat bewegen als je hem een duwtje geeft. Hoe langer een slinger, des te kleiner is zijn natuurlijke frequentie.
Het kost weinig energie om een slinger met de natuurlijke frequentie een flinke uitwijking te geven. Dan is af en toe een zetje op het juiste moment al voldoende (dat merk je als je een kind op een schommel aanduwt). Maar als je de slinger (bij dezelfde uitwijking) met een grotere of kleinere frequentie wilt laten bewegen, is er meer energie nodig.
Dit verklaart waarom de stapfrequentie van mensen in de buurt ligt van de natuurlijke frequentie van hun benen. Als dat niet zo was, zouden ze te veel energie in de beweging van de benen stoppen. Het verklaart ook waarom de stapfrequentie afneemt naarmate mensen langer zijn. De natuurlijke frequentie van een lang been is kleiner dan die van een kort been.

Energie, staplengte en stapfrequentie

In het eenvoudige loopmodel van figuur 2 beschrijft het zwaartepunt van het lichaam bij elke stap een boog. Daarbij wordt kinetische energie ($E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$) omgezet in zwaarte-energie ($E_z = m \cdot g \cdot h$). Als het zwaartepunt het hoogste punt gepasseerd is, gebeurt het omgekeerde: dan beweegt het zwaartepunt weer naar beneden en wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie. Dit gebeurt als het zwaartepunt in figuur 3 van A naar B beweegt. Daar hoeft, als de benen vrij heen en weer kunnen bewegen, geen energie bij.



▲ **figuur 3** beweging van het zwaartepunt

Dat verandert als de voorste voet de grond raakt. Het zwaartepunt moet dan plotseling van richting veranderen: van omlaag (aan het einde van de vorige stap) naar omhoog (aan het begin van de volgende stap). Dit gebeurt in figuur 3 tussen B en C. Voor deze richtingsverandering is energie nodig. Het lichaam maakt onder andere gebruik van veerenergie die in de pezen is opgeslagen: hun veerkracht zorgt voor een afzeteffect dat netto geen energie kost. Daarnaast is er ook chemische energie nodig om spieren te laten samentrekken en arbeid te verrichten.
Hoe groter de staplengte, des te sneller en steiler beweegt het zwaartepunt aan het einde van een stap naar beneden. De hoeveelheid energie die nodig is om het zwaartepunt van richting te laten veranderen, neemt daardoor toe. Als je alleen let op dit energieverbruik, kun je het beste met heel kleine stapjes lopen. De richtingsverandering van het zwaartepunt is dan minimaal.
Toch lopen mensen niet met heel kleine stapjes. Dat heeft te maken met de stapfrequentie: die moet bij zulke kleine stapjes ‘onnatuurlijk’ hoog zijn om op een redelijke snelheid uit te komen.
Om de optimale staplengte en stapfrequentie te vinden, moet je lichaam een afweging maken: niet te grote stappen, want dan is er te veel energie nodig om het zwaartepunt van richting te laten veranderen. Niet te kleine stappen, want dan kost het te veel energie om de frequentie van de benen op te voeren. Voor een volwassene van 1,80 m die met een snelheid van 5 km h^{-1} loopt, is de optimale staplengte circa 70 cm en de optimale stapfrequentie circa 2 Hz.

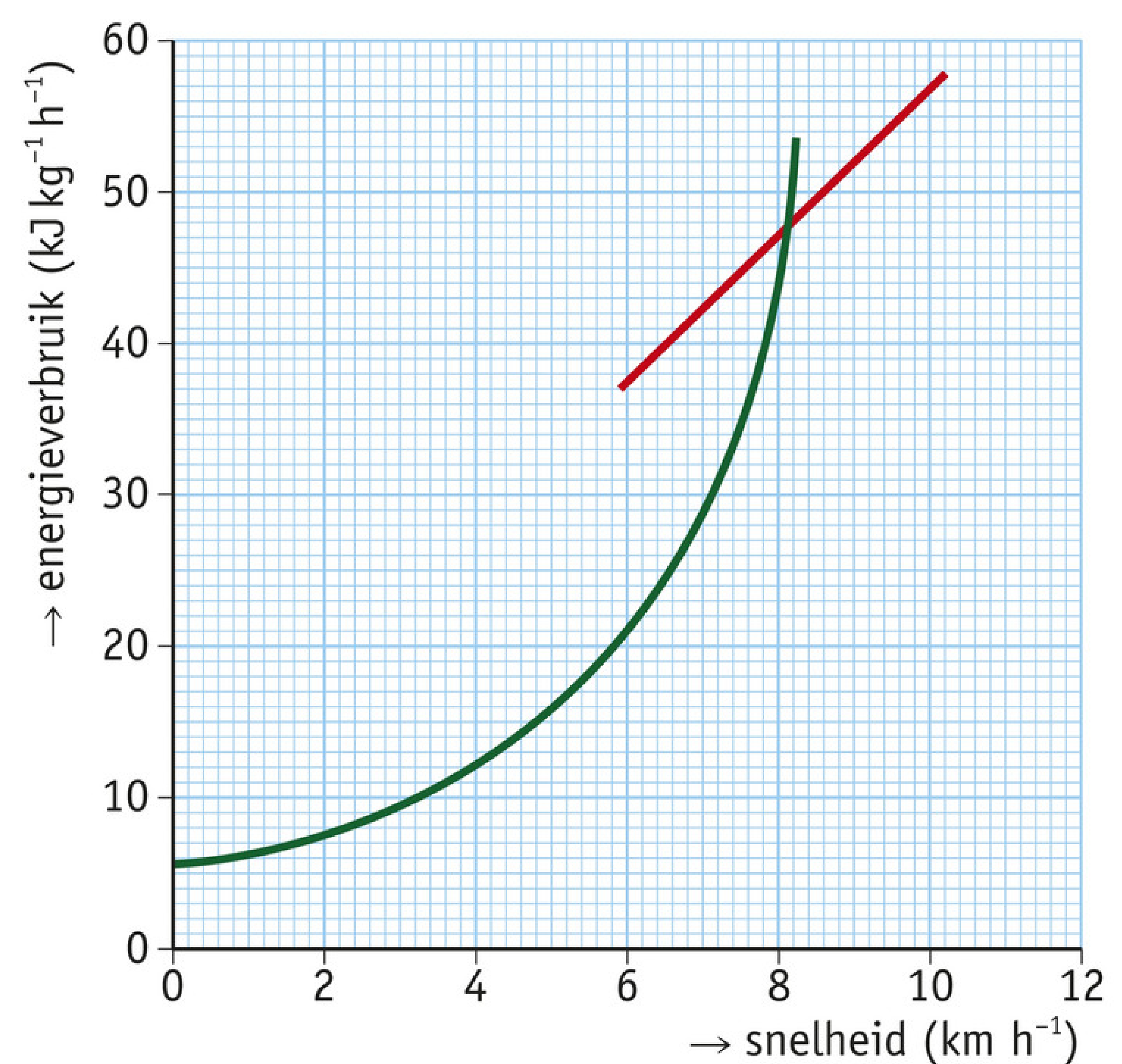
Van lopen naar rennen

Om erachter te komen hoeveel chemische energie bij het lopen wordt verbruikt, laten onderzoekers een proefpersoon op een loopband lopen. Ondertussen meten ze de zuurstof- en de koolstofdioxideconcentratie van de omgevingslucht én van de lucht die de proefpersoon uitademt (figuur 4). Het verschil tussen die twee is wat de proefpersoon heeft gebruikt aan zuurstof en heeft geproduceerd aan koolstofdioxide. Uit deze gegevens kan het energieverbruik berekend worden.

Je lichaam gebruikt chemische energie, zelfs als je helemaal niets doet. Om te bepalen hoeveel energie het lopen kost, moet het energieverbruik twee keer gemeten worden: één keer als de proefpersoon stilstaat en één keer als de proefpersoon loopt. Het verschil tussen die twee is de hoeveelheid energie die het lopen kost. Deze hoeveelheid energie wordt vaak uitgedrukt in $J\,m^{-1}\,kg^{-1}$: het aantal joules dat de proefpersoon verbruikt per meter en per kg lichaamsgewicht. In figuur 5 zie je hoe groot het energieverbruik is bij verschillende snelheden. De groene lijn geeft het energieverbruik bij lopen, de rode lijn bij hardlopen. Je ziet dat vanaf een snelheid van circa 8 $km\,h^{-1}$ hardlopen minder energie kost per uur, en dus ook per meter afgelegde afstand, dan lopen. Dit is ook de snelheid waarbij mensen uit zichzelf overschakelen van lopen op rennen.



▲ **figuur 4** meten hoeveel chemische energie bij het lopen wordt verbruikt



▲ **figuur 5** het energieverbruik bij lopen (groen) en rennen (rood)

Biofysici die zich bezighouden met de manier waarop mensen en dieren bewegen, werken vaak met het **getal van Froude**. Met dit getal kun je de bewegingen van mensen en dieren onder heel uiteenlopende omstandigheden vergelijken. Het getal van Froude is gedefinieerd als:

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot l}$$

Hierin is:

- v de bewegingssnelheid in meter per seconde ($m\,s^{-1}$);
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat ($m\,s^{-2}$);
- l de lengte van een been of poot in meter (m).

Voor een mens met een beenlengte van 90 cm en een snelheid van 1,25 m s^{-1} is het getal van Froude gelijk aan:

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot l} = \frac{1{,}25^2}{9{,}8 \times 0{,}90} \approx 0{,}18$$

Mensen of dieren bewegen op een vergelijkbare manier als hun Froude-getal even groot is, ook al zijn hun massa en afmetingen heel verschillend. Tot $Fr \approx 0{,}5$ lopen (stappen) ze, van $Fr \approx 0{,}5$ tot $Fr \approx 2{,}5$ rennen (draven) ze, en vanaf $Fr \approx 2{,}5$ bewegen ze vaak op een minder regelmatige manier. Dat zie je bijvoorbeeld bij het galopperen van een paard.

▶ **EXPERIMENT 1** Videometing van een loopbeweging (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Je kunt lopen zien als een dubbele slingerbeweging, met het zwaaibeen als gewone slinger en het standbeen als omgekeerde slinger.
- De stapfrequentie van mensen ligt in de buurt van de natuurlijke frequentie van hun benen, omdat er voor het bewegen van de benen dan weinig energie nodig is.
- Na elke stap moet het zwaartepunt van het lichaam van richting veranderen. Daarvoor moeten je spieren arbeid verrichten en dat kost chemische energie.
- Mensen en andere dieren bewegen op een vergelijkbare manier als hun getal van Froude, $Fr = \frac{v^2}{g \cdot l}$, even groot is.

Opdrachten

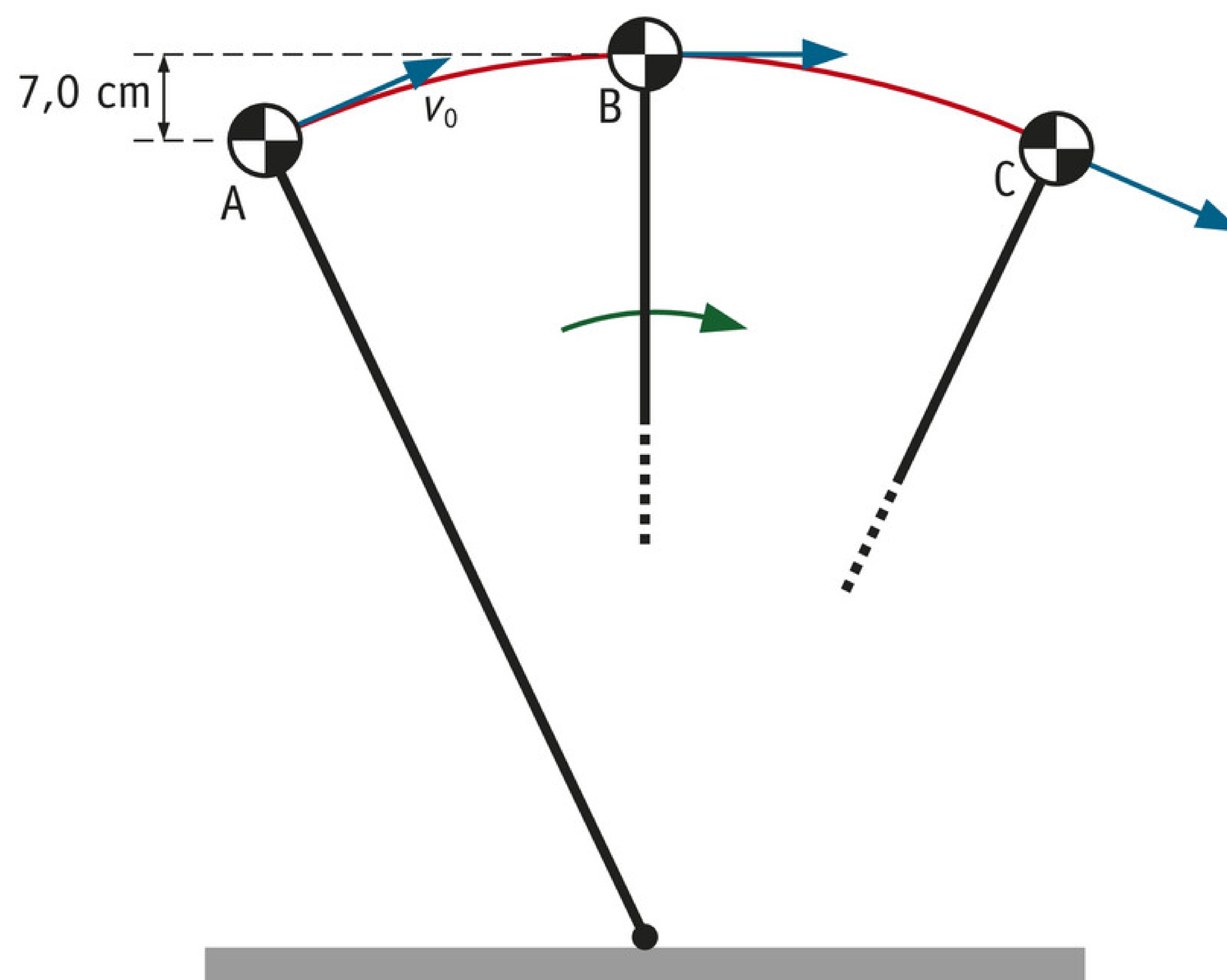
1 Zwaartepunt

In figuur 6 beweegt het zwaartepunt in een boog van A via B naar C. De totale hoeveelheid mechanische energie ($E_k + E_z$) blijft constant.

In punt A beweegt het zwaartepunt schuin omhoog met een snelheid v_0.

a Bereken hoe snel het zwaartepunt beweegt in punt B, als $v_0 = 1{,}5$ m s^{-1}.

b Bereken hoe groot v_0 op zijn minst moet zijn om punt B te bereiken.



▲ **figuur 6** van E_k naar E_z en weer terug

2 Kinderen
Kleine kinderen hebben een hogere stapfrequentie dan volwassenen als ze met dezelfde snelheid lopen.
Geef hiervoor een verklaring met behulp van het loopmodel in deze paragraaf.

3 Fietsen
Fietsen is een efficiëntere vorm van voortbewegen dan lopen. Onder gunstige omstandigheden kan de efficiëntie van fietsen wel drie keer zo hoog zijn als die van lopen.

a Betekent dit dat een uur fietsen onder gunstige omstandigheden drie keer zo weinig energie kost als een uur lopen? Zo nee, wat betekent het dan wel?
b Hoe beweegt het zwaartepunt van je lichaam als je loopt? En hoe beweegt het zwaartepunt als je fietst?
c De manier waarop het zwaartepunt beweegt, is een van de oorzaken waardoor fietsen minder energie kost dan lopen.
Leg uit hoe dat zit.

4 Voedsel
Uit proeven met een loopband blijkt dat lopen met een snelheid van 5 $km\,h^{-1}$ ongeveer 3,3 $J\,m^{-1}\,kg^{-1}$ energie kost.

a Bereken hoeveel kilometer een volwassene van 70 kg kan afleggen op 34 MJ energie uit voedsel (het equivalent van 1 L benzine), als hij loopt met een snelheid van 5 $km\,h^{-1}$.
b Zoek op internet op hoeveel kilometer een willekeurige auto kan afleggen op 1 L benzine. Vergelijk die afstand met de waarde die je bij opdracht a hebt berekend. Wat is je conclusie?

+5 Vermogen
Voor biofysici is het energieverbruik per kilogram (lichaamsmassa) en per meter (afgelegde afstand), afgekort als E_w, een belangrijke grootheid. Daarnaast rekenen biofysici ook vaak met het vermogen per kilogram (lichaamsmassa), afgekort als P_w.

a Wat is het verband tussen E_w en P_w? Kies uit de volgende formules. Hierin is s de afgelegde afstand, v de snelheid waarmee die afstand werd afgelegd en t de tijd die daarvoor nodig was.
A $P_w = E_w \cdot s$

B $P_w = \frac{E_w}{s}$

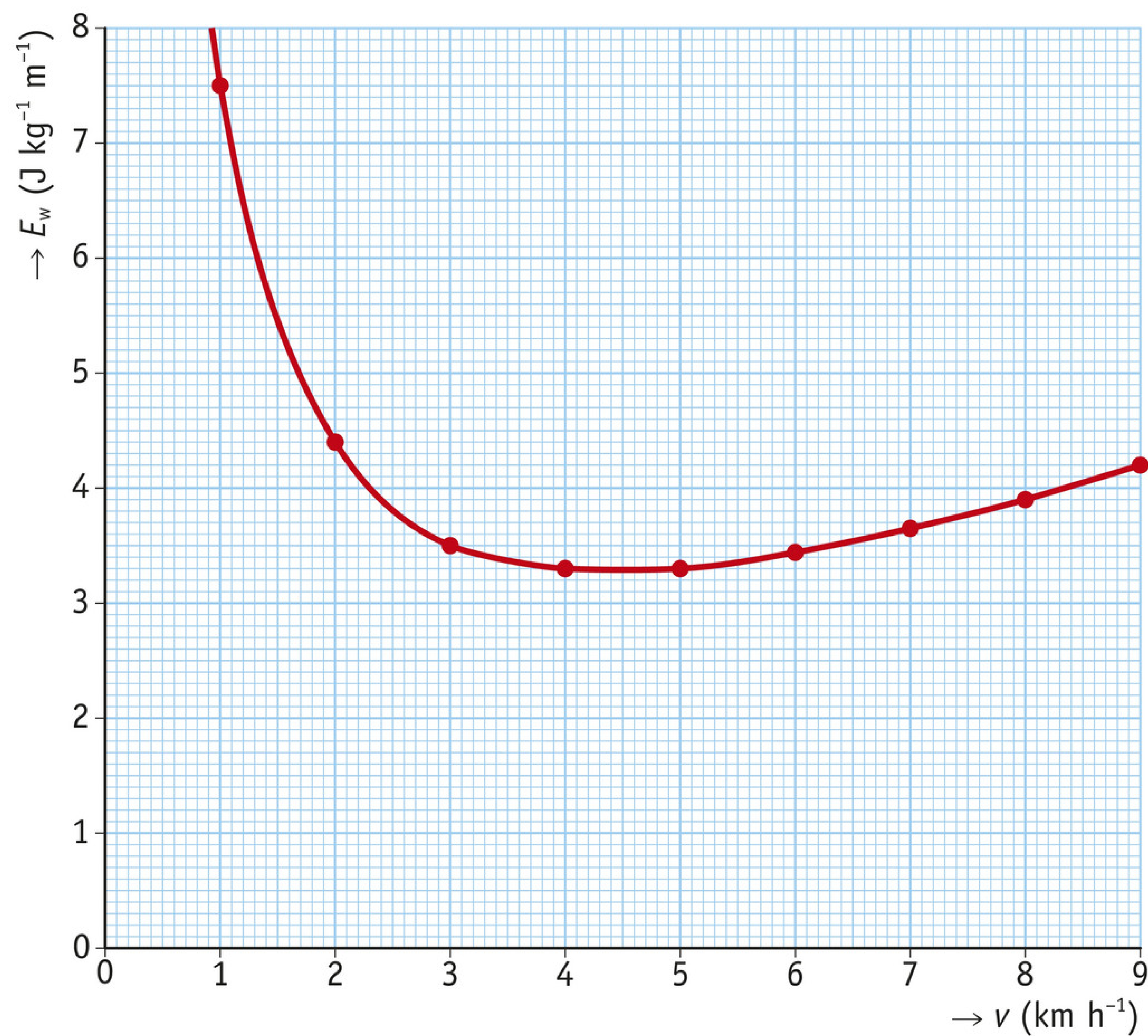
C $P_w = E_w \cdot v$

D $P_w = \frac{E_w}{v}$

E $P_w = E_w \cdot t$

F $P_w = \frac{E_w}{t}$

b Vul tabel 1 in. Lees de waarden van E_w af uit figuur 7. Bereken P_w met de formule die je bij a hebt gekozen.
c Teken een diagram waarin je P_w uitzet tegen v.
d Wat voor soort verband bestaat er tussen P_w en v? Licht je antwoord toe.



▲ **figuur 7** energieverbruik per kilogram per meter, als functie van de snelheid

▼ **tabel 1** het verband tussen P_w en v

v (km h^{-1})	v (m s^{-1})	E_w (J m^{-1} kg^{-1})	P_w (W kg^{-1})
1			
2			
3			
4	1,1	3,3	3,7
5			
6			
7			
8			
9			

6 Hollen

Johan (32 jaar, 1,82 m) brengt zijn zoontje Erwin (4 jaar, 1,05 m) naar school. Johan is laat en loopt daarom haastig over het schoolplein. Erwin moet hollen om zijn vader bij te houden.

a Bereken hoe groot de Froude-getallen zijn van Johan en Erwin bij een snelheid van 7,0 km h^{-1}. Gebruik figuur 8 om hun beenlengte te schatten.

b Bereken bij welke snelheid Erwin hetzelfde Froude-getal heeft als zijn vader.



▶ **figuur 8** Johan en Erwin

+7 Maan
Zoek een video op YouTube waarop je kunt zien hoe Amerikaanse astronauten zich in 1971 of 1972 voortbewogen over het maanoppervlak. Gebruik 'moonwalk 1971 1972'.
- **a** Beschrijf hoe hun manier van voortbewegen eruitziet en vergelijk die met lopen.
- **b** Schat hoe groot hun getal van Froude is. Schrijf op hoe je aan je schatting komt.
- **c** Had je met het getal van Froude hun manier van voortbewegen kunnen voorspellen? Licht je antwoord toe.
- **d** Welke factor zorgt ervoor dat je op de maan een ander getal van Froude hebt dan op aarde, ook al komen beide situaties verder helemaal overeen?

2 Evenwicht: het zesde zintuig

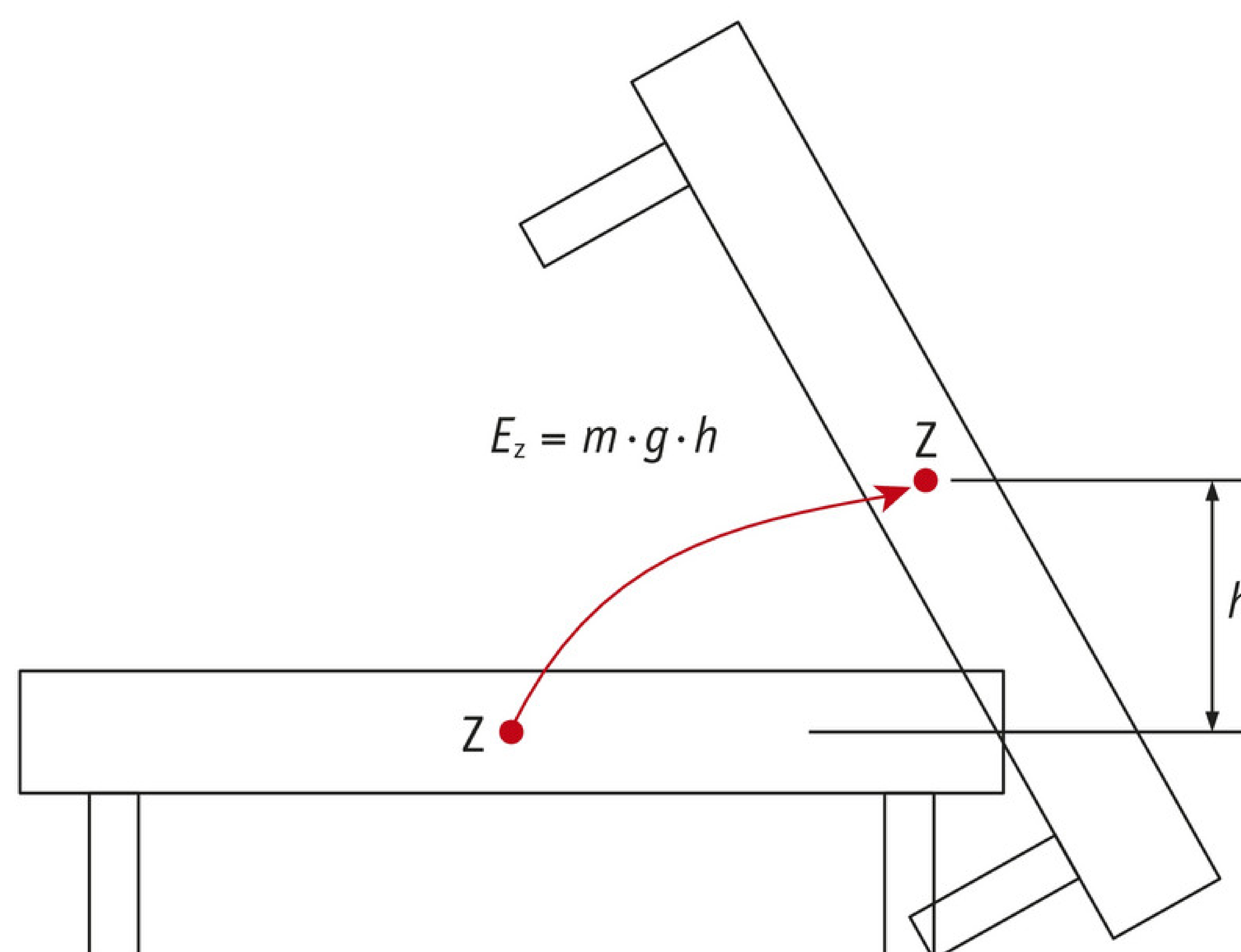
In deze paragraaf leer je:
- hoe het evenwichtsorgaan detecteert hoe je beweegt.

De manier waarop mensen hun evenwicht bewaren, is intensief onderzocht. Daarbij spelen technieken uit de biofysica een belangrijke rol. Daarmee kon achterhaald worden hoe het evenwichtsorgaan van gewervelde organismen, zoals de mens, functioneert.

Je evenwicht bewaren

Een voorwerp is in evenwicht als het zwaartepunt zich boven het steunvlak bevindt.
Hoe **stabiel** (moeilijk te verstoren) het evenwicht is, hangt af van drie factoren:
- de afmetingen van het steunvlak;
- de plaats van het zwaartepunt;
- de zwaartekracht op het voorwerp.

Een zwaar voorwerp met een groot steunvlak en een laag en centraal gelegen zwaartepunt is erg stabiel. In figuur 9 zie je hoe dat komt. Er is veel energie nodig om zo'n voorwerp zo ver te roteren dat het zwaartepunt zich niet meer boven het steunvlak bevindt. Een licht voorwerp met een klein steunvlak en een hoog en niet-centraal gelegen zwaartepunt is juist weinig stabiel. Bij zo'n voorwerp is er maar weinig energie nodig om het evenwicht te verstoren.



▲ **figuur 9** een stabiele tafel

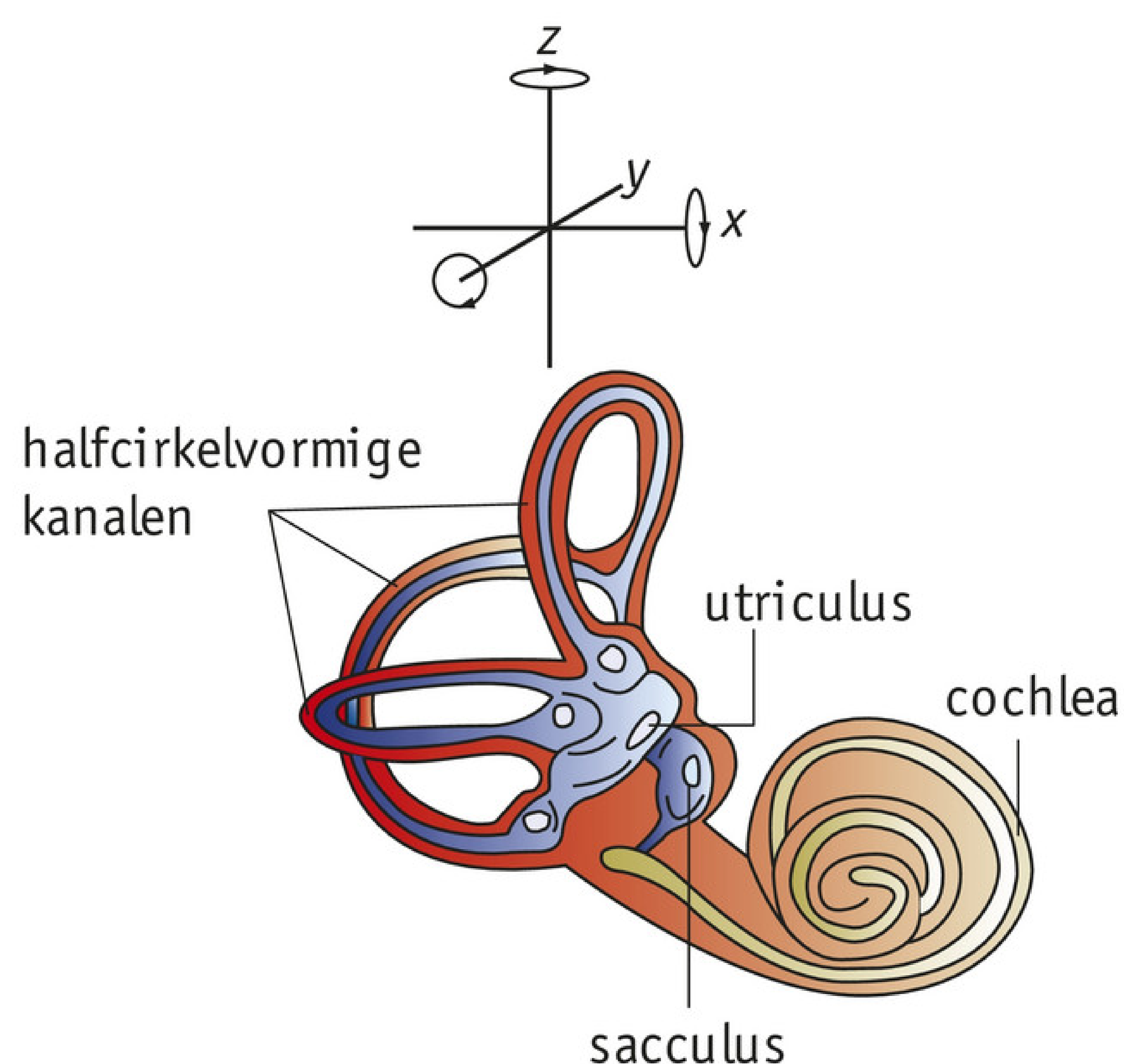
Bij een star voorwerp, zoals een tafel of een stoel, ligt het zwaartepunt op een vaste plaats. Bij mensen is dat anders. Als je rechtop stilstaat, verschuift het zwaartepunt voortdurend een klein beetje, doordat je lichaamsdelen kleine bewegingen maken. Door spieren samen te trekken of juist te ontspannen, voert je lichaam kleine correcties uit, zodat het zwaartepunt niet te ver beweegt van de ideale positie, midden boven het steunvlak. De informatie die hiervoor nodig is, wordt onder andere geleverd door je evenwichtsorgaan.

Stabiliteit bij lopen

Tijdens het lopen is het lichaam vrijwel geen moment in evenwicht. Dat komt doordat het zwaartepunt zich maar zelden recht boven het steunvlak bevindt. Het gevolg is dat je lichaam steeds aan het vallen is: naar voren en naar opzij. Maar doordat je telkens op het juiste moment een voet neerzet, wordt de valbeweging onderbroken en kun je aan een volgende stap beginnen.
Dat je ‘stabiel loopt’, betekent dat je loopcyclus moeilijk te verstoren is. Je valt niet meteen omver als je opeens een duw krijgt of onverwacht een afstapje tegenkomt. Je lichaam merkt meteen dat een stap niet op de gebruikelijke manier verloopt en voert automatisch een correctie uit. Ook hiervoor is het evenwichtsorgaan een belangrijke informatiebron.

Het evenwichtsorgaan

Het **evenwichtsorgaan** bestaat uit twee helften, één in het linker- en één in het rechterbinnenoor. Beide helften hebben dezelfde opbouw, met drie halfcirkelvormige kanalen en twee statolietorganen, de utriculus en de sacculus (figuur 10). De halfcirkelvormige kanalen detecteren of het hoofd een rotatie uitvoert rond de *x*-, de *y*- of de *z*-as. De statolietorganen stellen vast in welke richting de zwaartekracht werkt en nemen lineaire versnellingen waar (versnellingen langs een rechte lijn, zoals in een lift of in een optrekkende auto). Deze informatie wordt vervolgens door zenuwvezels doorgegeven aan de hersenen.



▲ **figuur 10** het evenwichtsorgaan en de cochlea (deel van het gehoororgaan)

De hersenen combineren deze informatie met gegevens over de stand en de beweging van je overige lichaamsdelen en met de beelden die je ogen leveren. Op basis van het totaalbeeld stuurt het centrale zenuwstelsel de spieren in het lichaam aan, vaak zonder dat je je daarvan bewust bent.

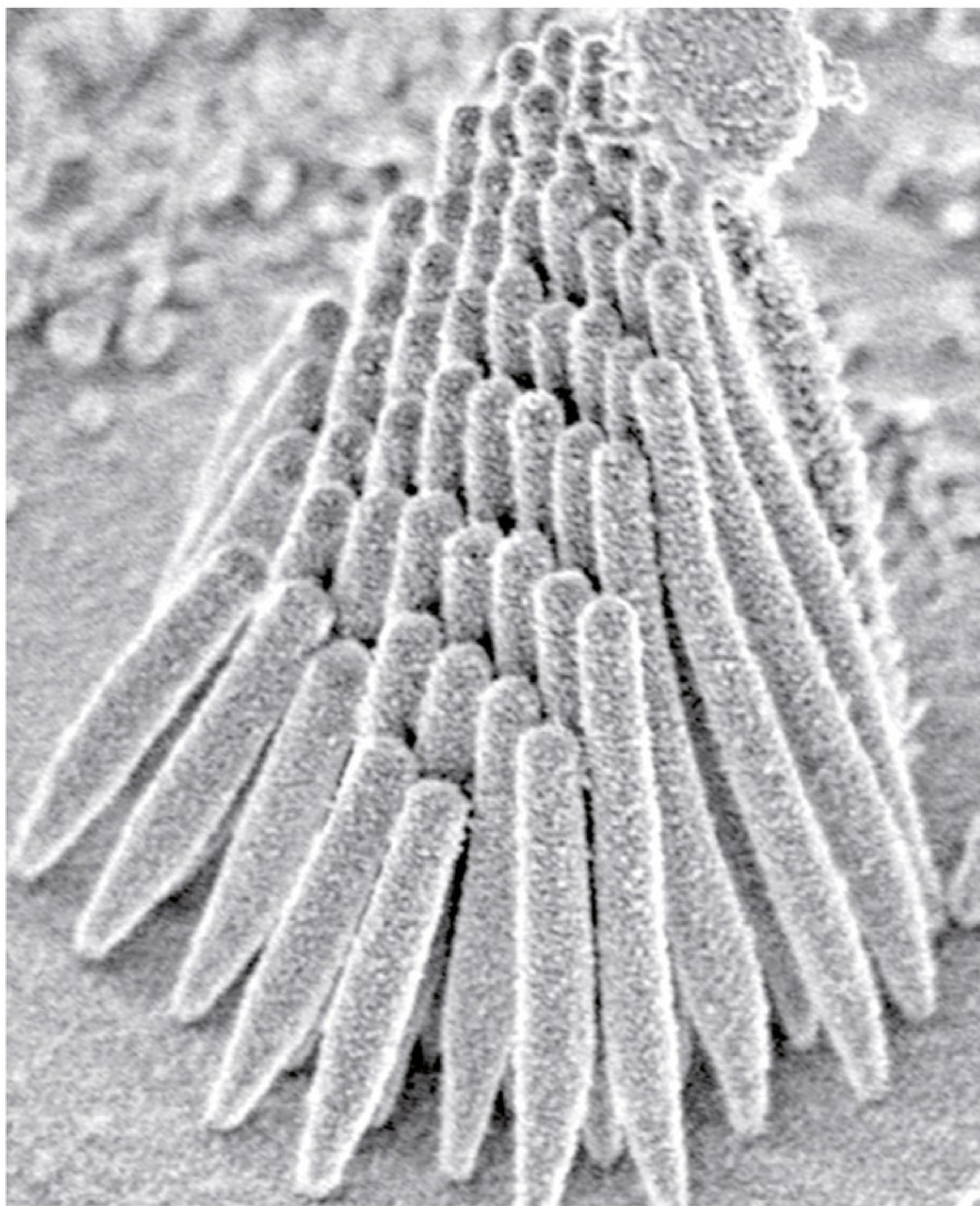
Haarcellen en statolieten

Je evenwichtsorgaan bevat zintuigcellen die uiterst kleine verplaatsingen kunnen waarnemen. Deze cellen worden haarcellen genoemd, omdat uit elke cel een bundel met tientallen haren steekt (figuur 11). Als zo'n haarbundel ombuigt, komt de haarcel in actie en genereert een elektrisch signaal. Een uitwijking van 100 picometer is daarvoor al voldoende.

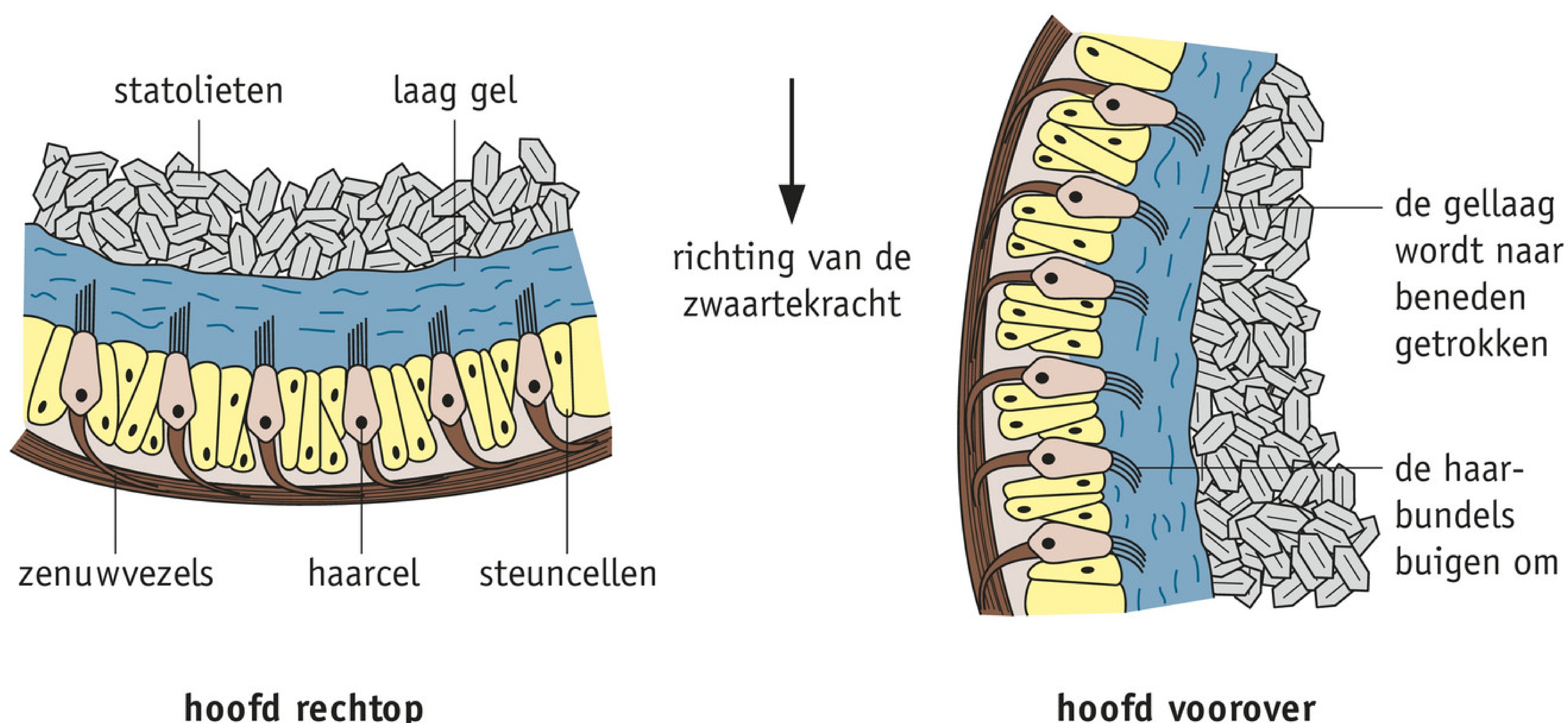
In figuur 12 is een deel getekend van de utriculus, een van de twee statolietorganen. De haarbundels zijn ingebed in een laag gel. Aan de buitenkant van deze laag gel vind je grote aantallen statolieten (oorsteentjes): kristallen calciumcarbonaat die een veel grotere dichtheid hebben dan het omringende materiaal.

Als de stand van het hoofd verandert, verandert de richting van de zwaartekracht ten opzichte van het hoofd. De relatief zware statolieten worden een eindje in de nieuwe richting getrokken en nemen de bovenste laag gel mee, waardoor de haarbundels in de gel ombuigen. De haarcellen zorgen er vervolgens voor dat er een elektrisch signaal naar de hersenen wordt gestuurd.

Wanneer het hoofd versneld beweegt, gebeurt iets vergelijkbaars. Door hun relatief grote traagheid blijven de statolieten achter bij de omringende weefsels. De laag gel waar ze aan vastzitten, vervormt hierdoor, en de haarbundels buigen mee met deze vervorming.



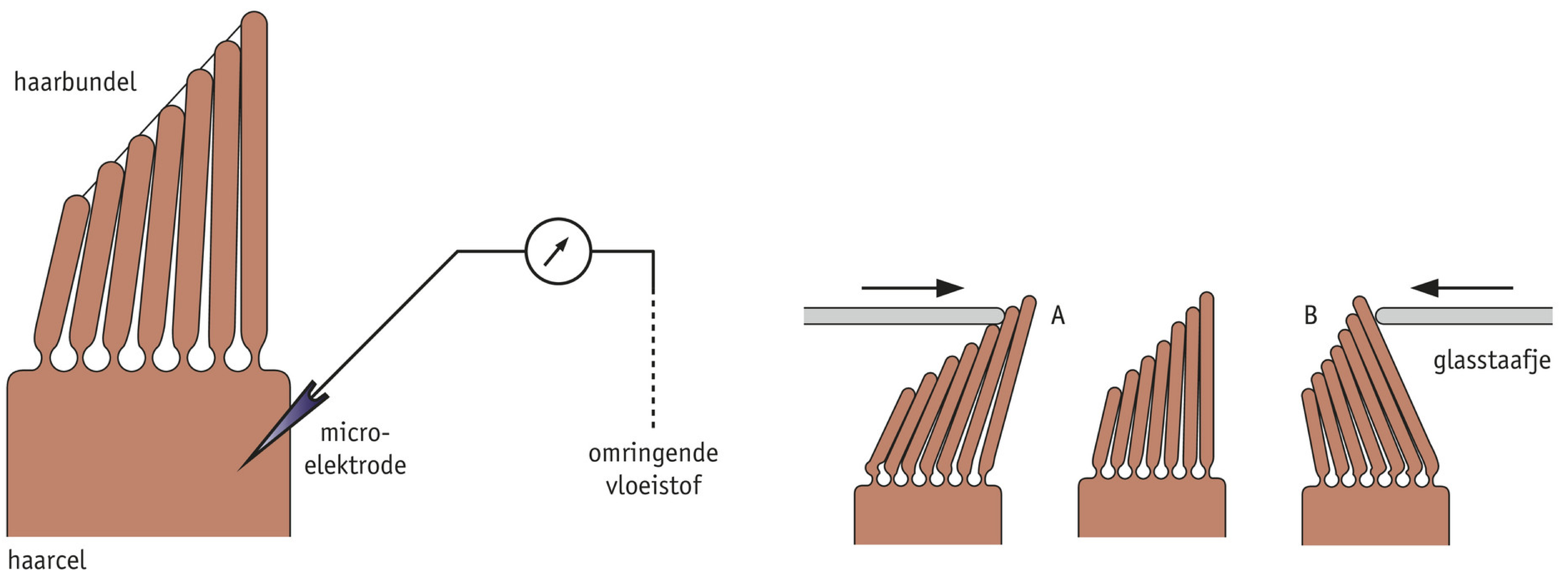
▲ **figuur 11** haarbundel in de sacculus van een brulkikker



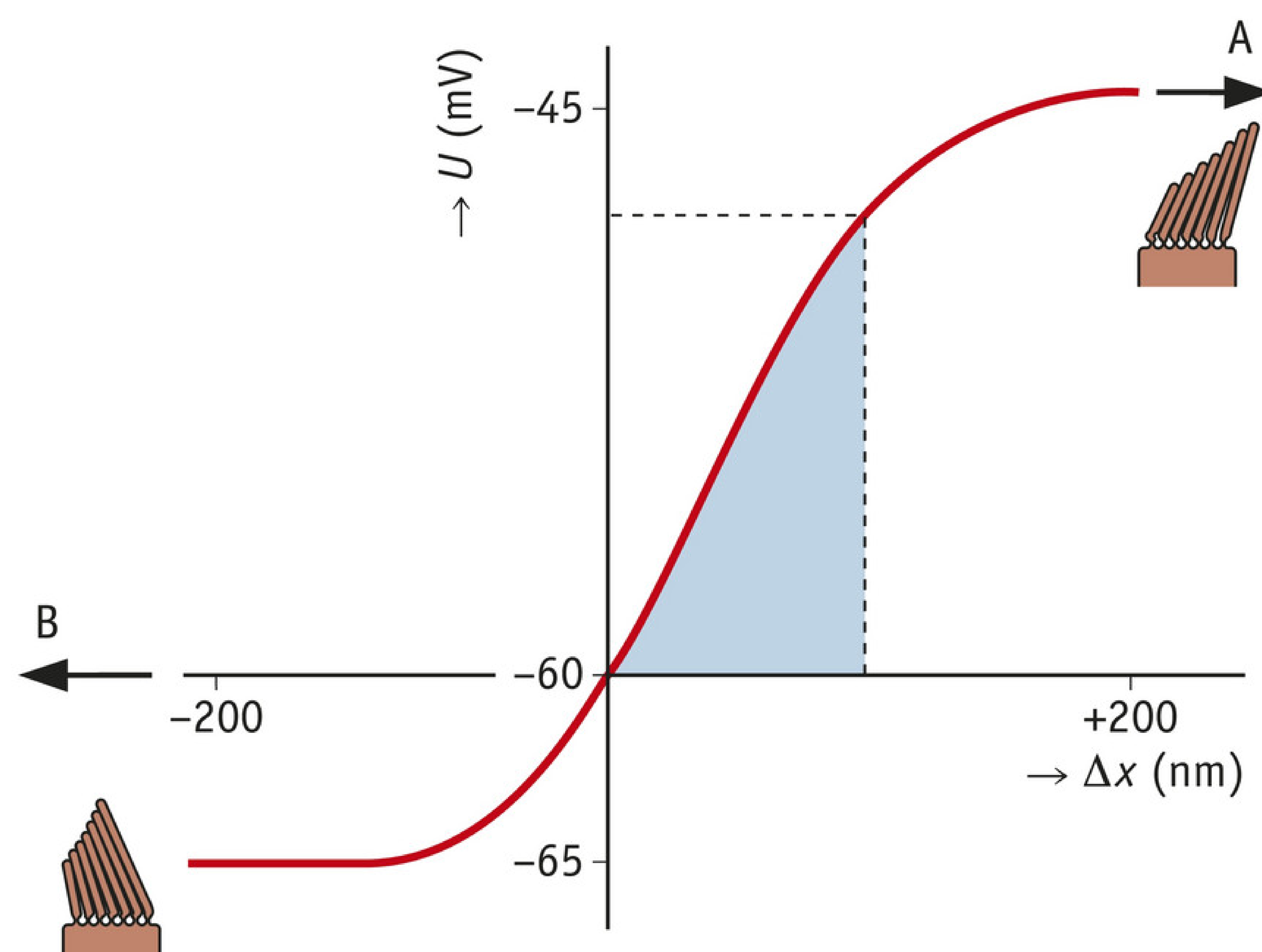
▲ **figuur 12** Zo detecteert het evenwichtsorgaan de stand van het hoofd.

Meten aan haarcellen

Biofysici hebben apparatuur ontwikkeld waarmee ze metingen kunnen uitvoeren aan individuele haarcellen. Hiervoor worden haarcellen gebruikt die afkomstig zijn van proefdieren. Een onderzoeker maakt de haarcellen vrij, legt ze in een zoutoplossing en plaatst het preparaat onder een microscoop. Met een computergestuurd glasstaafje wordt daarna één haarbundel heen en weer bewogen. Tegelijkertijd wordt de spanning over het celmembraan gemeten met een micro-elektrode (figuur 13).
Op deze manier kun je onderzoeken hoe een haarcel reageert op bewegingen van de haarbundel. In figuur 14 zie je enkele meetresultaten van zo'n proef. Zolang de haarbundel niet buigt, is de spanning over het celmembraan 60 mV (in figuur 13 als negatieve spanning gemeten). Als de haarbundel richting A wordt geduwd, daalt de spanning tot 45 mV. Je zegt dan dat de haarcel **depolariseert**. Als je de haarbundel richting B duwt, stijgt de spanning tot 65 mV. De haarcel **hyperpolariseert**.
Als je de haarbundel in een richting duwt die loodrecht op AB staat, gebeurt er niets. De spanning over het celmembraan verandert dan niet. Duw je de haarbundel in een willekeurige richting, dan wordt alleen de component langs AB geregistreerd. Uit dit soort proeven blijkt dat haarcellen sterk richtingsgevoelig zijn. Verplaatsingen in de polarisatierichting (AB) worden waargenomen, verplaatsingen loodrecht daarop worden genegeerd.



▲ **figuur 13** proef met een haarcel van een brulkikker



▲ **figuur 14** depolarisatie (A) en hyperpolarisatie (B)

Onthoud!

- Je bent in evenwicht als je zwaartepunt zich recht boven je steunvlak bevindt. Omdat een mens geen star voorwerp is, moeten je spieren zich daar voortdurend voor inspannen.
- Het evenwichtsorgaan helpt om het evenwicht te bewaren als je staat en als je loopt.
- Het evenwichtsorgaan levert informatie over de stand van het hoofd en de manier waarop het hoofd beweegt; het detecteert zowel rotaties als lineaire versnellingen.
- Een haarcel depolariseert als zijn haarbundel een bepaalde richting op beweegt, en hyperpolariseert als zijn haarbundel de tegenovergestelde richting op gaat.

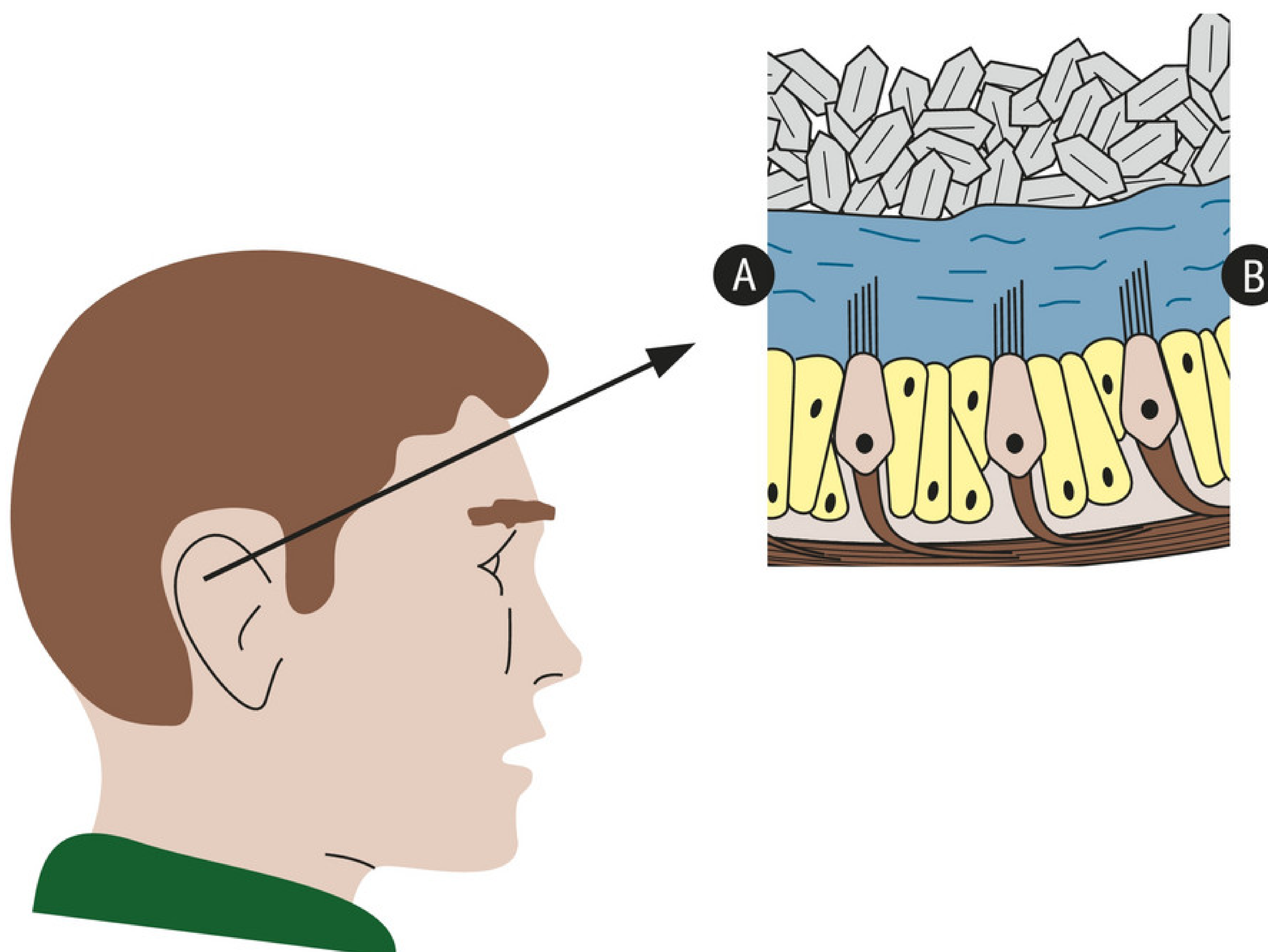
Opdrachten

8 Koffer
Als je aan één hand een zware koffer draagt, pas je automatisch je houding aan.
a Beschrijf hoe je houding er dan uitziet, vergeleken met de gewone situatie.
b Leg uit dat deze aanpassing nodig is om stabiel te kunnen staan. Gebruik de woorden ‘zwaartepunt’ en ‘steunvlak’ in je uitleg.

9 Hond
Een mens staat duidelijk minder stabiel dan een hond met een even grote massa.
a Welke twee factoren zijn verantwoordelijk voor het verschil in stabiliteit?
b In welke richting is een hond het meest stabiel: in zijn lengte of in zijn breedte?
c Hoe komt het dat een hond niet in beide richtingen even stabiel is? Licht je antwoord toe.

10 Statoliet
De dichtheid van calciumcarbonaat, het materiaal waaruit de statolieten bestaan, is bijna drie keer zo groot als die van het omringende weefsel.
Leg uit dat die grotere dichtheid noodzakelijk is voor een goede werking van het evenwichtsorgaan.

11 Gas geven
Rens kijkt recht voor zich uit, terwijl hij aan het autorijden is. In figuur 15 is zijn hoofd getekend, met daarnaast – sterk vergroot – enkele haarcellen in zijn rechterutriculus.
a Waaraan kun je zien dat Rens op dit moment met een constante snelheid rijdt?
b In welke richting (A of B) bewegen de haarbundels als Rens het gaspedaal flink intrapt?



▲ **figuur 15** autorijden met een constante snelheid

12 Liggen
Wanneer je op je rug ligt, worden de haarcellen in je statolietorganen op dezelfde manier geprikkeld als wanneer je versneld vooruit beweegt.
a Leg uit hoe het komt dat je haarcellen deze twee situaties niet van elkaar kunnen onderscheiden.

Andere zintuigsystemen helpen je lichaam om dat onderscheid wel correct te maken.
b Noem twee zintuigsystemen die daarbij een rol zouden kunnen spelen.

13 Depolariseren
Onderzoekers hebben het mechanisme ontdekt waardoor een haarcel depolariseert. Het ombuigen van een haarbundel opent poriën in het celmembraan, waardoor ionen uit de omringende vloeistof de haarcel kunnen binnenkomen.
De omringende vloeistof bevat zowel positieve ionen (zoals K^+) als negatieve ionen (zoals Cl^-).
a Hoe komt het dat positieve ionen de cel binnengaan als de poriën worden geopend, terwijl negatieve ionen buiten blijven?
b Hoe verandert de spanning over het celmembraan onder invloed van deze instroom?

+14 Evenwichtsorgaan
In het leerboek *Keel-neus-oorheelkunde en hoofd-hals-chirurgie* staat over het evenwichtsorgaan:
Het *evenwichtsorgaan* (het zesde zintuig) vormt de primaire sensor voor het meten van de stand en bewegingen van ons hoofd in de ruimte. Het detecteert de hoofdstand ten opzichte van de zwaartekracht binnen een halve graad nauwkeurig en meet hoofdversnellingen groter dan $0{,}5°\,s^{-2}$ (rotaties) en $2\ cm\,s^{-2}$ (translaties).
a Leg uit hoe de beweging van het hoofd verandert bij een versnelling van $1°\,s^{-2}$.
b Geef een voorbeeld van een situatie waarin zo'n versnelling kan optreden.
c Door welk deel van het evenwichtsorgaan wordt zo'n versnelling gemeten?
d Leg uit hoe de beweging van het hoofd verandert bij een versnelling van $5\ cm\,s^{-2}$.
e Geef een voorbeeld van een situatie waarin zo'n versnelling kan optreden.
f Door welk deel van het evenwichtsorgaan wordt zo'n versnelling gemeten?

3 Moleculaire motoren

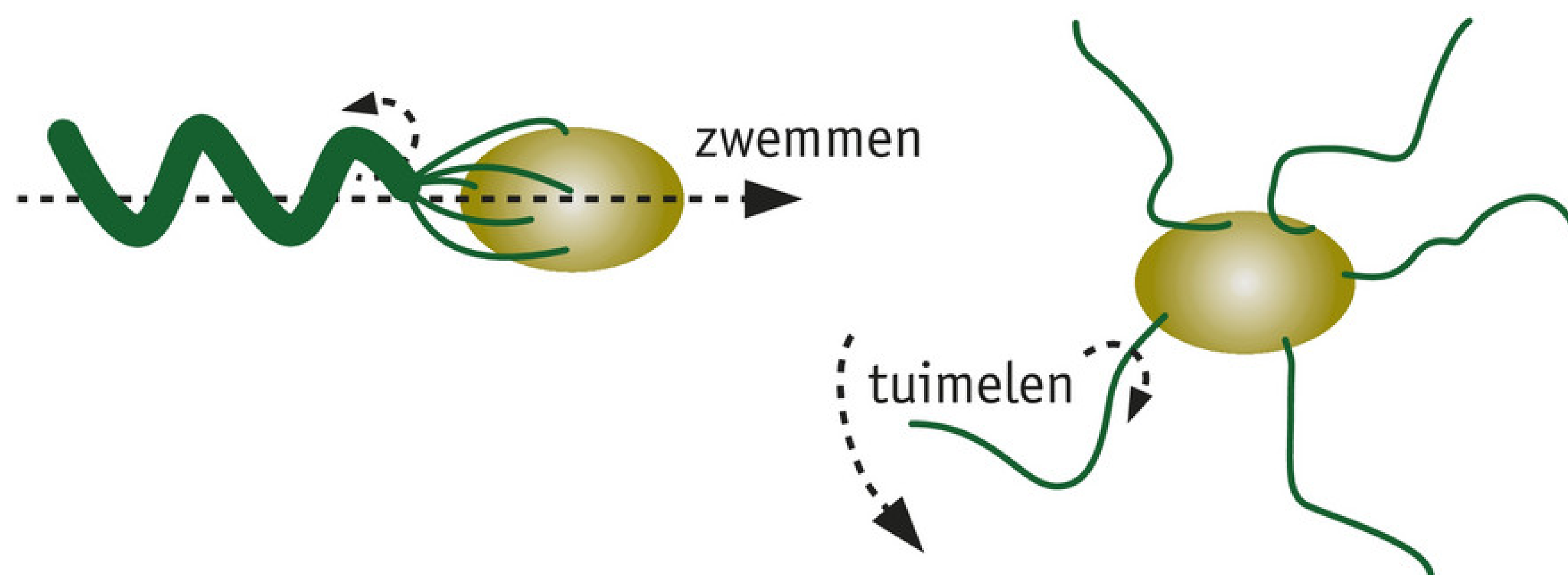
In deze paragraaf leer je:
- hoe bacteriën zich voortbewegen.

Een motor is een machine die chemische of elektrische energie gebruikt om een beweging in gang te zetten en te houden. Je komt motoren niet alleen tegen in dingen die door mensen gemaakt zijn, ze zitten ook in levende wezens. Een voorbeeld is de motor die de zweepstaart van bacteriën aandrijft. Biofysici hebben technieken ontwikkeld om de prestaties van deze extreem kleine motoren te bepalen.

Zwemmen en tuimelen

E. coli (voluit *Escherichia coli*) bacteriën komen in enorme aantallen in je darmen voor. Ze worden veel gebruikt voor onderzoek omdat ze gemakkelijk in het laboratorium gekweekt kunnen worden. Biofysici hebben onderzoek gedaan naar de manier waarop dit micro-organisme (lengte exclusief zweepstaarten 2 µm, doorsnede 1 µm) zich voortbeweegt.

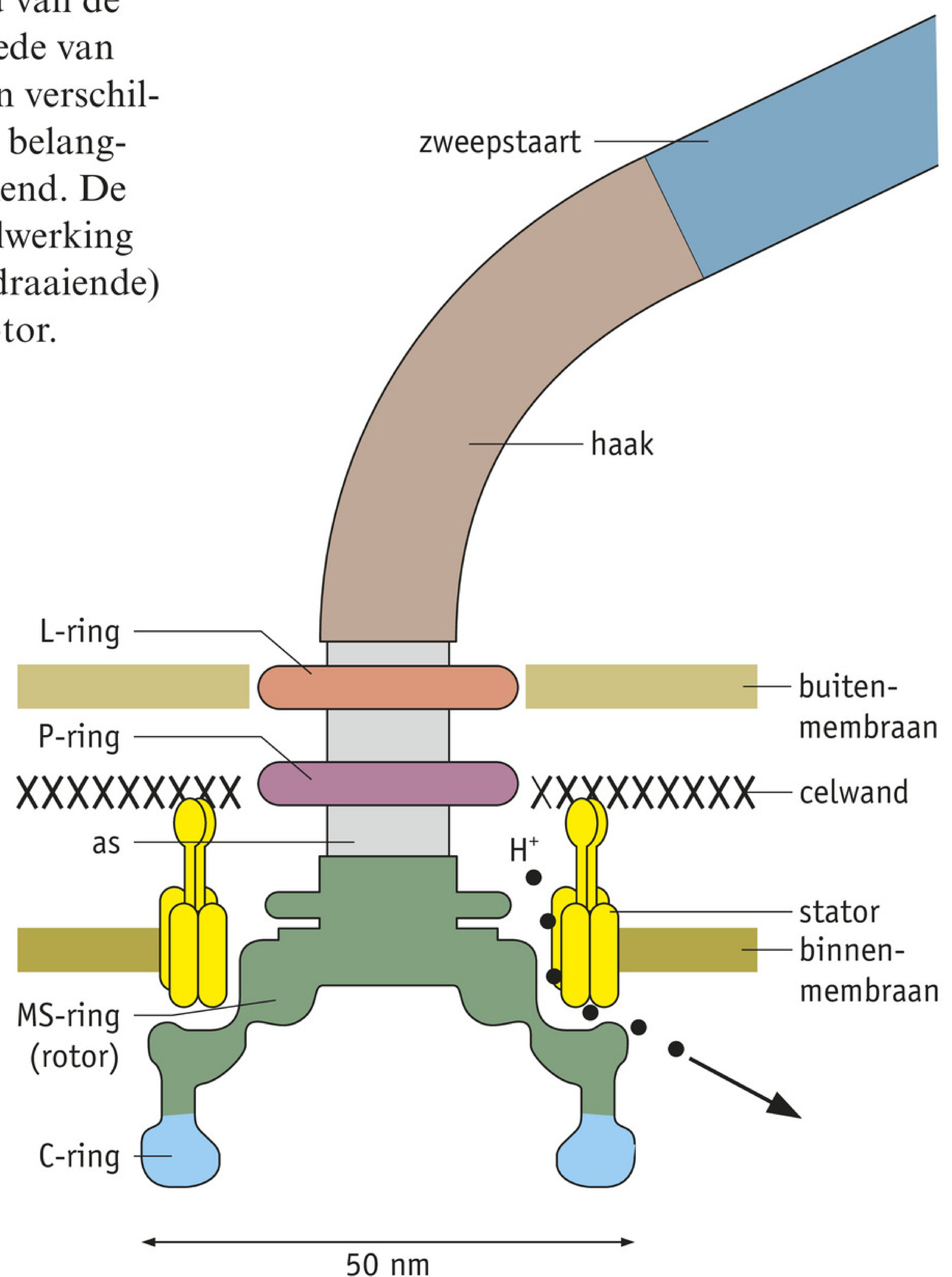
E. colibacteriën zijn goede zwemmers. Ze kunnen zich, zoals veel soorten bacteriën, op eigen kracht verplaatsen door de vloeistof waar ze in leven. De bacterie wordt daarbij voortgestuwd door zweepstaarten (flagellen) van 5-10 μm die op verschillende plaatsen uit de cel steken. De spiraalvormige zweepstaarten werken als een soort scheepsschroef: door te draaien genereren ze de stuwkracht die voor de beweging nodig is.
De zweepstaarten draaien afwisselend met de wijzers van de klok mee en ertegenin. Als ze tegen de wijzers van de klok in draaien, vormen ze een bundel die de bacterie in één richting voortstuwt. Dit wordt 'zwemmen' genoemd (figuur 16). De bacterie kan hierbij een snelheid bereiken van 50 $\mu m\,s^{-1}$: 25× de eigen lichaamslengte per seconde. Als de zweepstaarten met de wijzer van de klok mee draaien, ontwart de bundel en gaan de zweepstaarten alle kanten op staan. De bacterie draait dan in een cirkel rond. Dit wordt 'tuimelen' genoemd.



▲ **figuur 16** tegen de klok in (links) en met de klok mee (rechts)

De zweepstaartmotor

Elke zweepstaart wordt aangedreven door een motor die verankerd is in de celwand van de bacterie. De motor heeft een doorsnede van 50 nm, en is opgebouwd uit tientallen verschillende moleculen. In figuur 17 zijn de belangrijkste onderdelen schematisch getekend. De motor draait als gevolg van de wisselwerking tussen de (stilstaande) stator en de (draaiende) rotor, net als een 'gewone' elektromotor.



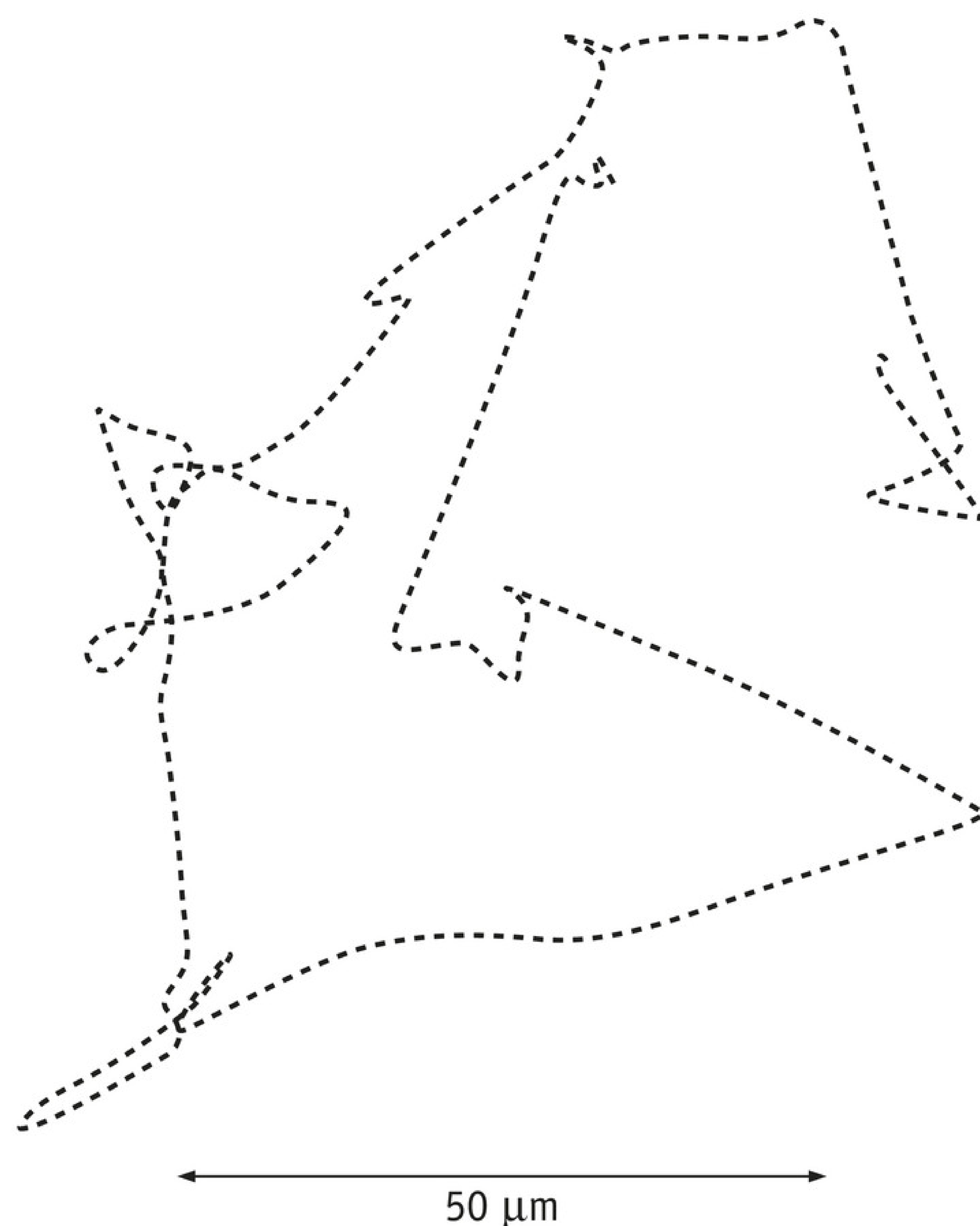
▶ **figuur 17** dwarsdoorsnede van een zweepstaartmotor

Zoals elke elektromotor heeft ook de zweepstaartmotor elektrische energie nodig. De bacterie zorgt daarvoor door positief geladen ionen uit de cel te 'pompen'. Hierdoor ontstaat een elektrochemische spanning over het membraan. Binnen in de cel is de spanning circa 170 mV lager dan daarbuiten. Onder invloed hiervan stromen protonen (H^+) de cel binnen. Bij het passeren van de stator brengen ze de rotor in beweging.
Biofysisch onderzoek heeft veel kennis over de zweepstaartmotor opgeleverd. Een aantal cijfers:

- Bij elke omwenteling van de motor stromen circa 1200 protonen de cel binnen.
- Het toerental van de motor varieert van 0 tot 200 Hz (omwentelingen per seconde).
- Het rendement van de motor is erg hoog, 90-100%, bij toerentallen tot 200 Hz. Bij hogere toerentallen neemt het rendement sterk af.

Biased random walk

Een bacterie kan maar enkele seconden rechtuit zwemmen. Dat komt doordat de bacterie omringd wordt door moleculen die er steeds tegenaan botsen. Soms komen er toevallig meer moleculen vanuit de ene richting dan vanuit de andere, dan wordt de bacterie uit koers geslagen. Op de schaal waarop een bacterie leeft, worden deze toevallige fluctuaties niet 'uitgemiddeld', zoals dat op menselijke schaal wel gebeurt.
Een E. colibacterie beweegt via een grillig traject (figuur 18). Met behulp van een microscoop en een camera is de plaats van de bacterie vastgelegd met tussentijden van 0,1 s. De bacterie zwemt steeds 1 à 2 seconden min of meer rechtuit en tuimelt daarna circa 0,1 s lang. Na een tuimeling zwemt de bacterie weg in een nieuwe richting. De bacterie kan die richting niet zelf kiezen: die is helemaal van het toeval afhankelijk.

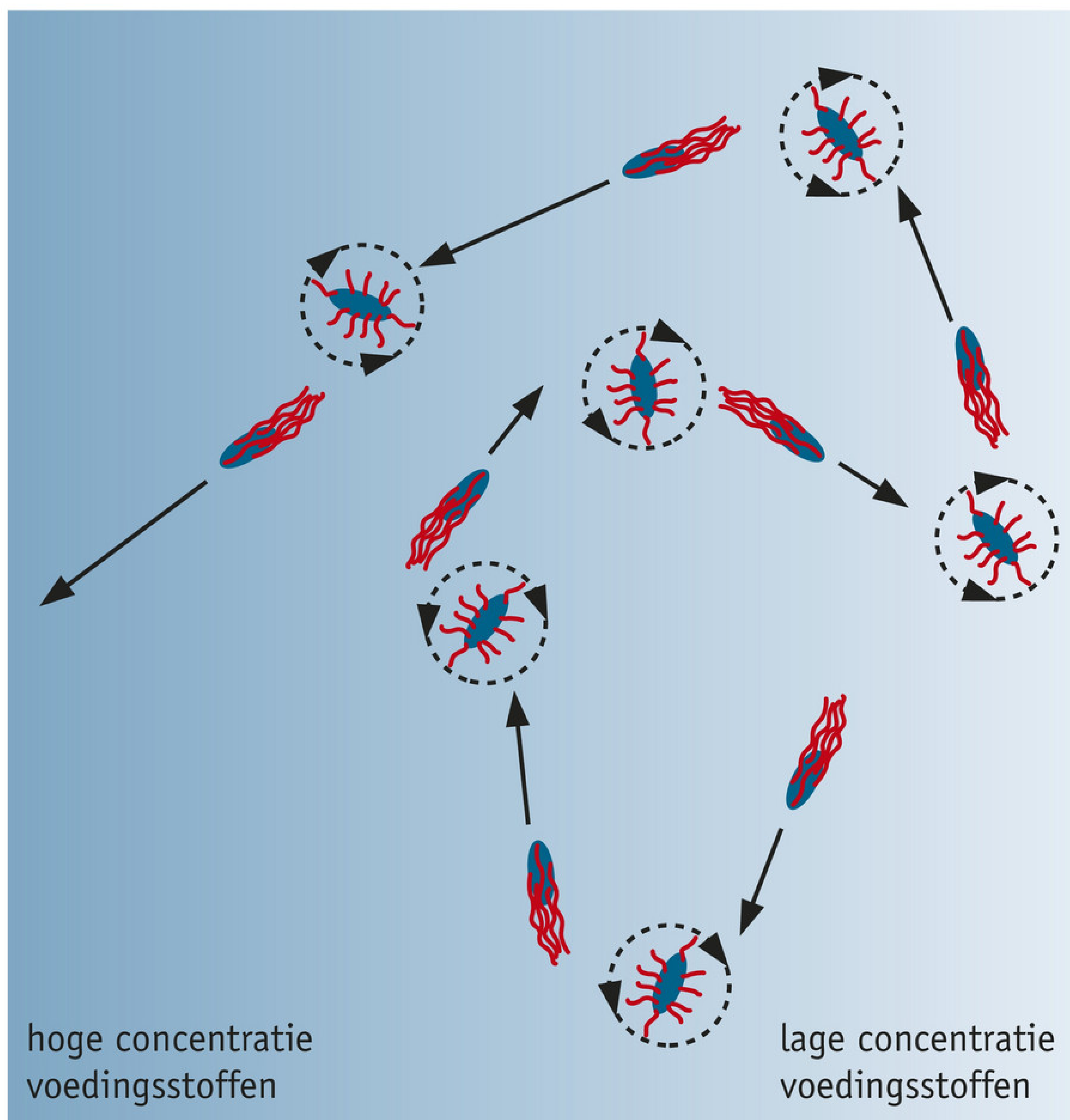


▲ **figuur 18** *biased random walk* van een E. colibacterie

Toch beweegt een bacterie al zwemmend en tuimelend wel een bepaalde kant op. Dat komt doordat de bacterie de lengte van de zwemperiode afstemt op de kwaliteit van de omgeving.

Als de concentratie gunstige stoffen toeneemt of de concentratie schadelijke stoffen afneemt, zwemt de bacterie zo lang mogelijk door. Als het omgekeerde het geval is, stopt de bacterie al gauw met zwemmen en probeert een – willekeurige – nieuwe richting uit. Hierdoor beweegt de bacterie geleidelijk in de richting waar de omstandigheden het beste zijn (figuur 19).
Het resultaat is een traject dat wiskundigen een *biased random walk* noemen: een toevalswandeling met een voorkeursrichting. Bij een echte *random walk* wordt alles aan het toeval overgelaten: de richtingsverandering en de lengte van elke zwemperiode. Bij een *biased random walk* krijgt één richting een voorkeursbehandeling.

▶ **EXPERIMENT 2** Simulatie van een *biased random walk* (begripspracticum)



▲ **figuur 19** Zo beweegt een bacterie onder invloed van een concentratieverschil.

Onthoud!

- Een E. colibacterie (orde van grootte 1 µm) kan zich door een vloeistof bewegen met behulp van zweepstaarten die werken als een scheepsschroef.
- Als de zweepstaarten tegen de wijzers van de klok in draaien, ‘zwemt’ de bacterie in één richting. Als de zweepstaarten andersom draaien, ‘tuimelt’ de bacterie in een cirkel rond.
- Elke zweepstaart wordt aangedreven door een elektromotor (50 nm). De rotor van deze motor wordt in beweging gebracht door protonen (H^+) die via de stator de cel binnenstromen.
- Een E. colibacterie voert al zwemmend en tuimelend een *biased random walk* uit die ondanks abrupte richtingsveranderingen naar betere leefomstandigheden voert.

Opdrachten

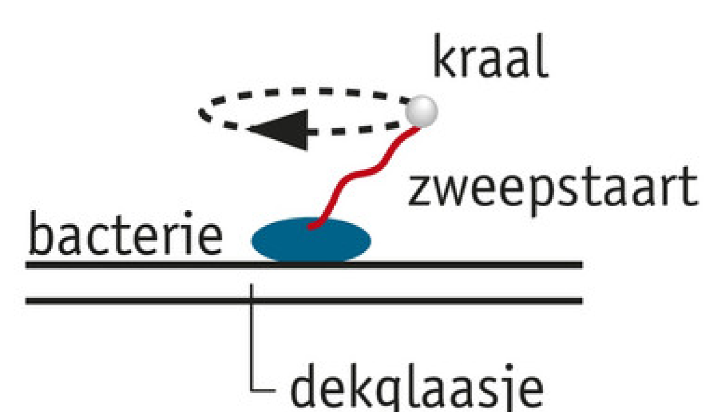
15 Zwemmen
Een redelijk getrainde zwemmer (geen topatleet) haalt een zwemsnelheid van circa 1 m s^{-1} (3,6 km h^{-1}).
- **a** Vergelijk de zwemsnelheid in m s^{-1} van een mens met die van een E. colibacterie. Wat valt op?
- **b** Bepaal de zwemsnelheid in lichaamslengten per seconde van een mens, en vergelijk de uitkomst met de zwemprestaties van een E. colibacterie. Wat valt op?
- **c** Hoe snel zou een mens bewegen als hij ook een snelheid kon halen van 25 lichaamslengten per seconde?

16 *Biased random walk*
In figuur 18 is de plaats van een E. colibacterie vastgelegd met tussenpozen van 0,1 s.
- **a** Zoek in de figuur een (min of meer) rechtlijnig deel van de beweging. Bepaal de snelheid die de bacterie haalt over dit traject.
- **b** Bepaal de verplaatsing tussen het startpunt en het eindpunt van de beweging.
- **c** Schat de tijd die de bacterie nodig heeft om van het startpunt naar het eindpunt te komen.
- **d** Gebruik de antwoorden op b en c om te berekenen hoe groot de effectieve snelheid van de bacterie is.

17 Dronkemanswandeling
Een dronken persoon zet stappen in een willekeurige richting: hij voert een *random walk* uit. Bedenk een situatie waarbij dit een *biased random walk* is.

18 Vermogen
Bij elke omwenteling van de zweepstaartmotor stromen circa 1200 protonen de cel binnen, onder invloed van een spanning van 170 mV.
- **a** Hoe groot is de totale lading die dan de cel instroomt?
- **b** Bereken de stroom door de motor bij een toerental van 100 Hz. Tip: de lading Q ken je al. Hoe groot is de bijbehorende tijd t?
- **c** Bereken het elektrisch vermogen van de motor.

19 Draaien
Biofysici voeren experimenten uit waarbij ze de zweepstaart van een bacterie afbreken en een kunststof microkraal aan het overgebleven stompje plakken. Vervolgens meten ze de positie van de kraal, terwijl die door de zweepstaart in een cirkel wordt rondgeslingerd (figuur 20).
Bij een meting maakt de kraal 100 omwentelingen per seconde. De kraal beschrijft bij elke omwenteling een cirkel met een straal van 800 nm.
- **a** Bereken de snelheid van de kraal in m s^{-1}.
- **b** Bereken de wrijvingskracht op de kraal met de formule $F_w = -b \cdot v$. De constante b is bij deze meting gelijk aan $9{,}4 \cdot 10^{-9}$ kg s^{-1}.



▲ **figuur 20** experiment waarbij een bacterie een microkraal rondslingert

Bij een constant toerental is de kracht die de zweepstaart op de kraal uitoefent even groot als de wrijvingskracht (maar tegengesteld gericht).

c Leg uit waarom dat het geval is.

20 Rendement

Bij een experiment worden het opgenomen vermogen en het nuttig geleverde vermogen van een zweepstaartmotor bepaald. Bij één meting is het opgenomen vermogen $3{,}1 \cdot 10^{-15}$ W en het nuttig vermogen $2{,}7 \cdot 10^{-15}$ W.

Bereken het rendement van de zweepstaartmotor.

4 Nanowetenschap

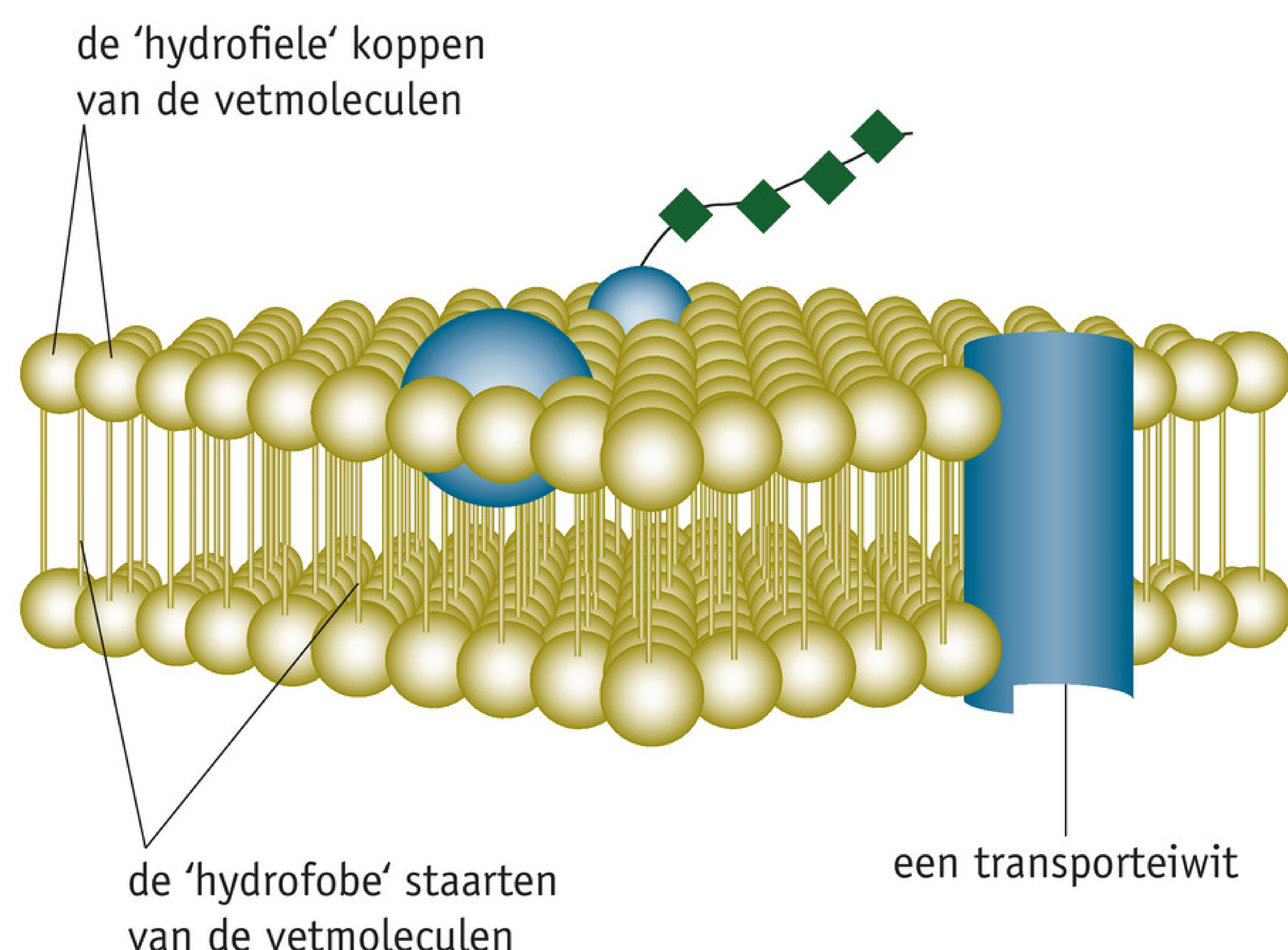
In deze paragraaf leer je:

- op welke twee manieren moleculen cellen in- en uitgaan;
- met welke methoden transport van DNA wordt onderzocht.

Veel verschijnselen die voor biofysici interessant zijn, spelen zich af op nanoschaal: een factor 10^9 kleiner dan een mens, een hond, een fiets of een stoel. Dit is de schaal waarop de processen in een cel zich afspelen. Wil je weten hoe het leven werkt, dan moet je onderzoeken hoe de wereld er op nanoschaal uitziet.

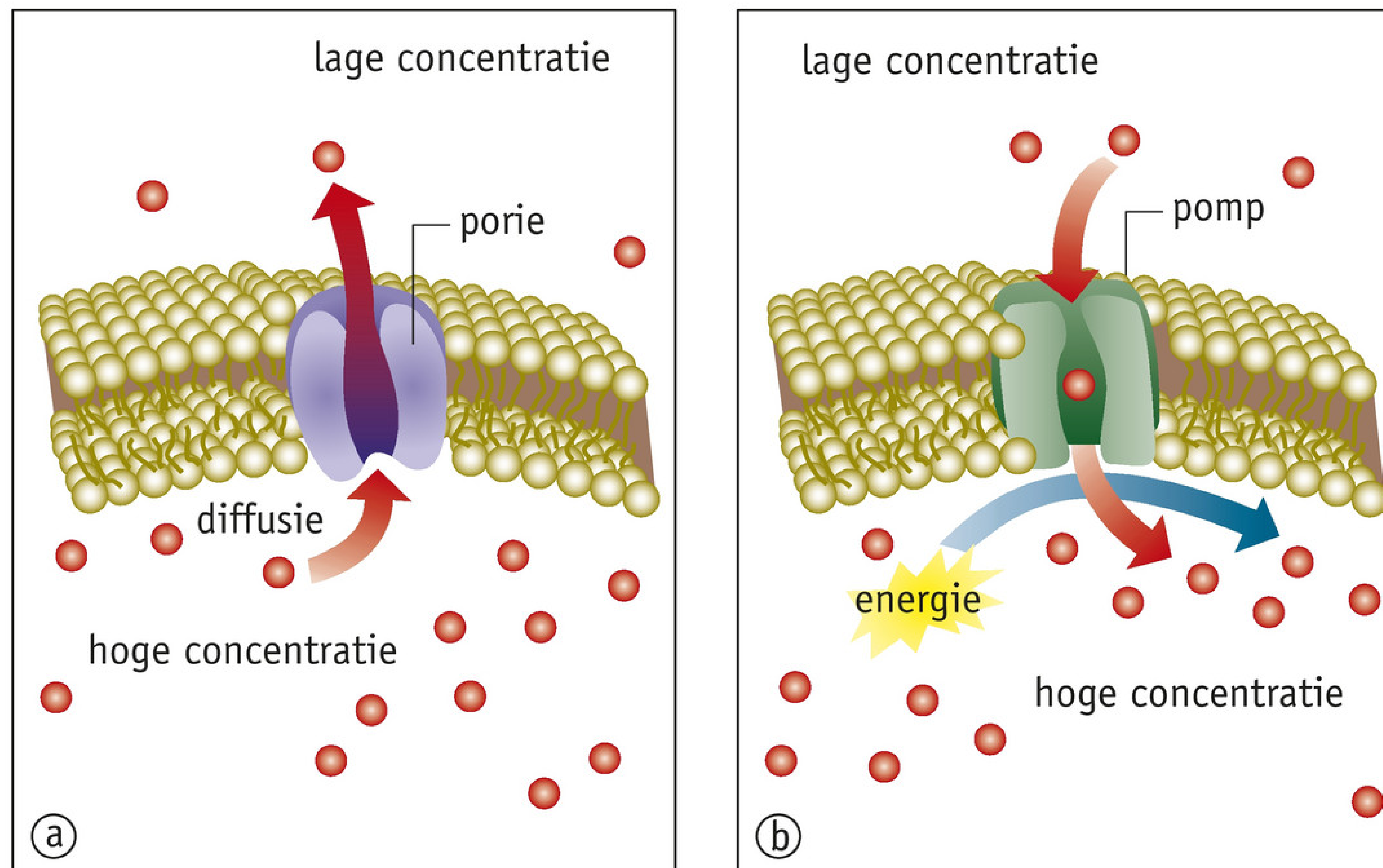
Het celmembraan

Het menselijk lichaam bestaat naar schatting uit 10^{14} cellen. Al die cellen hebben een celmembraan: een 5 nm dik vlies dat de inhoud van de cel – het cytoplasma – scheidt van de wereld buiten de cel. Het celmembraan is opgebouwd uit een dubbele laag vetmoleculen waarvan de hydrofiele koppen naar buiten wijzen, en de hydrofobe staarten naar binnen (figuur 21).
De krachten tussen de vetmoleculen zijn zo groot dat andere moleculen zich er moeilijk tussen kunnen dringen. Alleen enkele kleine moleculen, zoals zuurstof (O_2) en koolstofdioxide (CO_2), kunnen het celmembraan op eigen kracht passeren. Om het transport van andere moleculen mogelijk te maken, bevat het membraan speciale transporteiwitten die poriën en pompen genoemd worden.



▲ **figuur 21** het celmembraan

Een porie is een transporteiwit dat functioneert als een kanaal: een buisje dat op maat gemaakt is voor een of meer soorten moleculen. Als de concentratie van deze moleculen buiten de cel hoger is dan daarbinnen, stromen ze via dit kanaal de cel in. In het omgekeerde geval stromen ze via dezelfde opening de cel uit. Dat gaat vanzelf: doordat moleculen onophoudelijk bewegen, verspreiden ze zich vanzelf van de plek met de hoogste naar de plek met de laagste concentratie. Je noemt dit **passief transport** of transport door **diffusie** (figuur 22a).



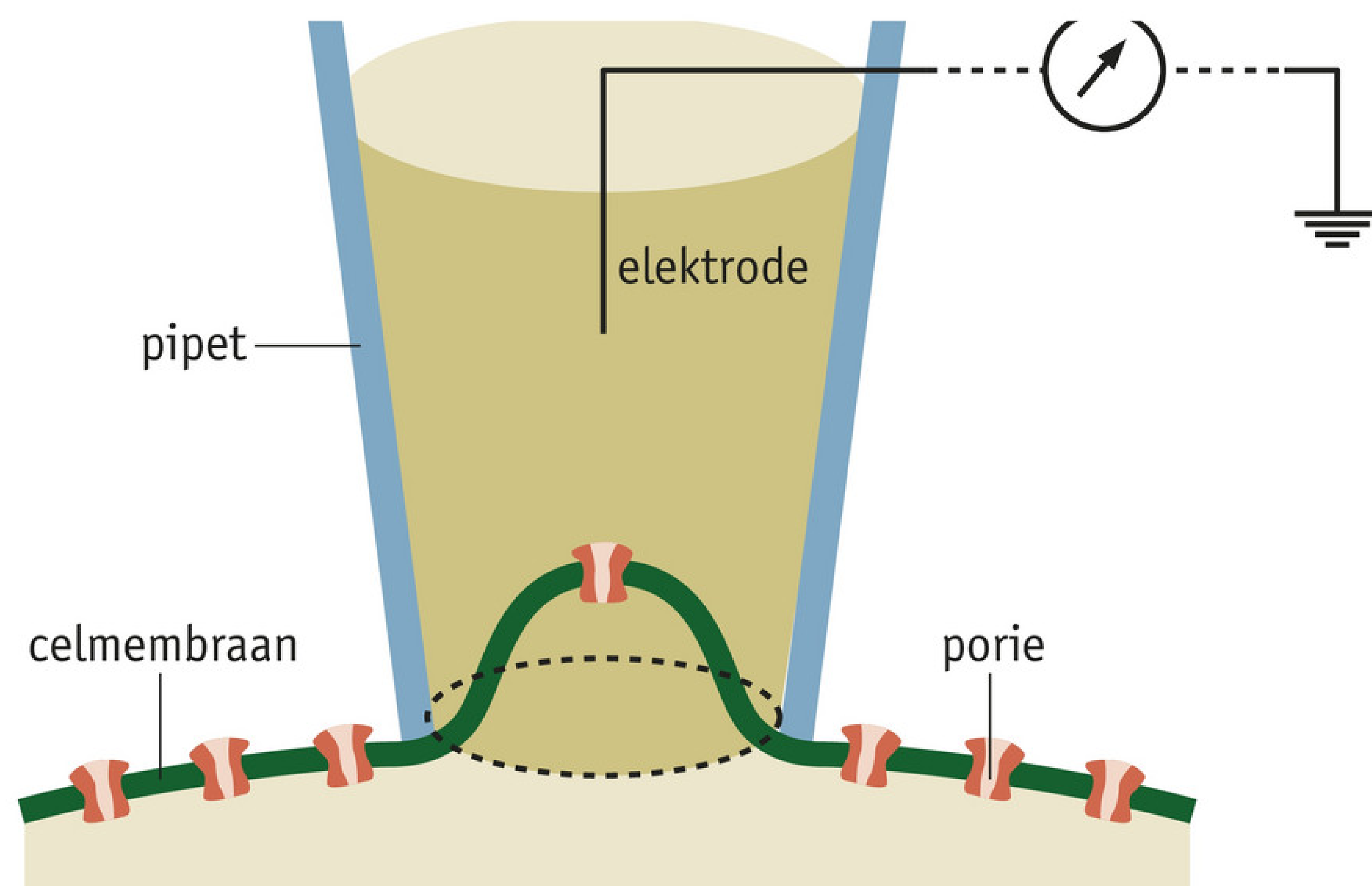
▲ **figuur 22** transport door diffusie (a) en actief transport (b)

Een pomp is een transporteiwit dat moleculen in de tegenovergestelde richting vervoert: van de plaats met de laagste naar de plaats met de hoogste concentratie. Dit heet **actief transport**, omdat deze beweging niet vanzelf gaat (figuur 22b). Het transporteiwit heeft chemische energie nodig om een molecuul te vervoeren tegen het concentratieverschil in (net zoals een waterpomp elektrische energie nodig heeft om water op te pompen van laag naar hoog).

Diffusie van ionen

Voor de diffusie van moleculen is het concentratieverschil de enige bepalende factor. Dat is anders voor ionen, die ook een belangrijke rol in de cel hebben. Denk bijvoorbeeld aan de H^+-ionen die de krachtbron vormen voor de zweepstaartmotor. Ionen gedragen zich anders dan moleculen, doordat ze een elektrische lading hebben. Daardoor is er bij de diffusie van ionen naast het concentratieverschil nog een tweede factor van belang: de elektrische spanning over het celmembraan.

Er staat een spanning over het celmembraan doordat transporteiwitten positieve ionen zoals Na^+ de cel uit pompen. De vloeistof buiten de cel is daardoor positiever dan de vloeistof in de cel. Dat zorgt voor een elektrische kracht op de ionen in de vloeistof: bij positieve ionen werkt die kracht de cel in, bij negatieve ionen de cel uit. Deze elektrische kracht kan ionen door poriën in het celmembraan laten bewegen, net zoals dat gebeurt door een concentratieverschil.

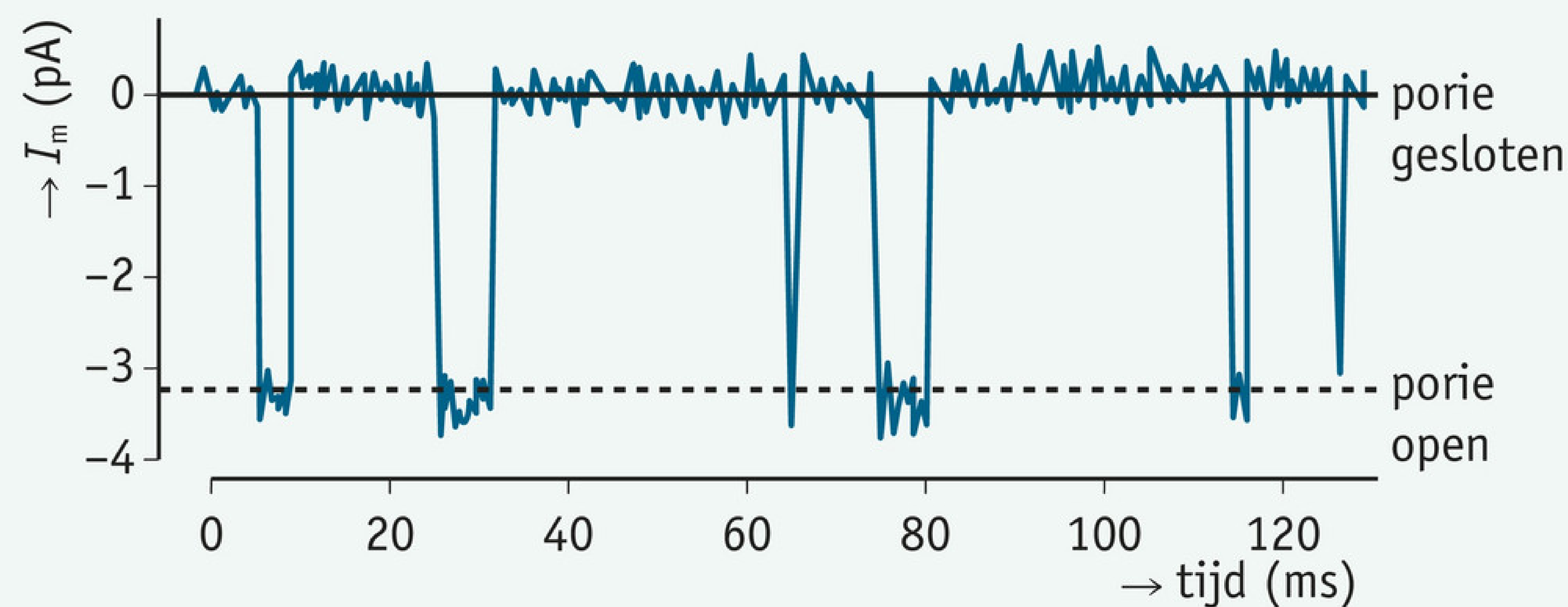


▲ **figuur 23** de ionenstroom meten met een *patch clamp*

Onderzoekers hebben verschillende technieken ontwikkeld om het transport van ionen door het celmembraan te onderzoeken. Bij de *patch-clamp*-techniek wordt een micropipet met een extreem dunne punt op het celmembraan gezet (figuur 23). Doordat er in de pipet een lichte onderdruk heerst, wordt het membraan een eindje de pipet ingezogen. Onder de opening in de pipet bevindt zich dan een klein stukje membraan met één of hoogstens enkele poriën. Met behulp van een elektrode in de pipet kan de onderzoeker vervolgens de ionenstroom door de poriën meten.

Voorbeeldopgave 1

In figuur 24 zie je een grafiek van de ionenstroom door een porie in het membraan van een spiercel. Je ziet dat de porie niet de hele tijd openstaat, maar afwisselend open- en dichtgaat. De ionenstroom bestaat uit positieve ionen met een lading van +*e*.
Schat hoeveel ionen per seconde de porie passeren.



▲ **figuur 24** ionenstroom door één enkele porie

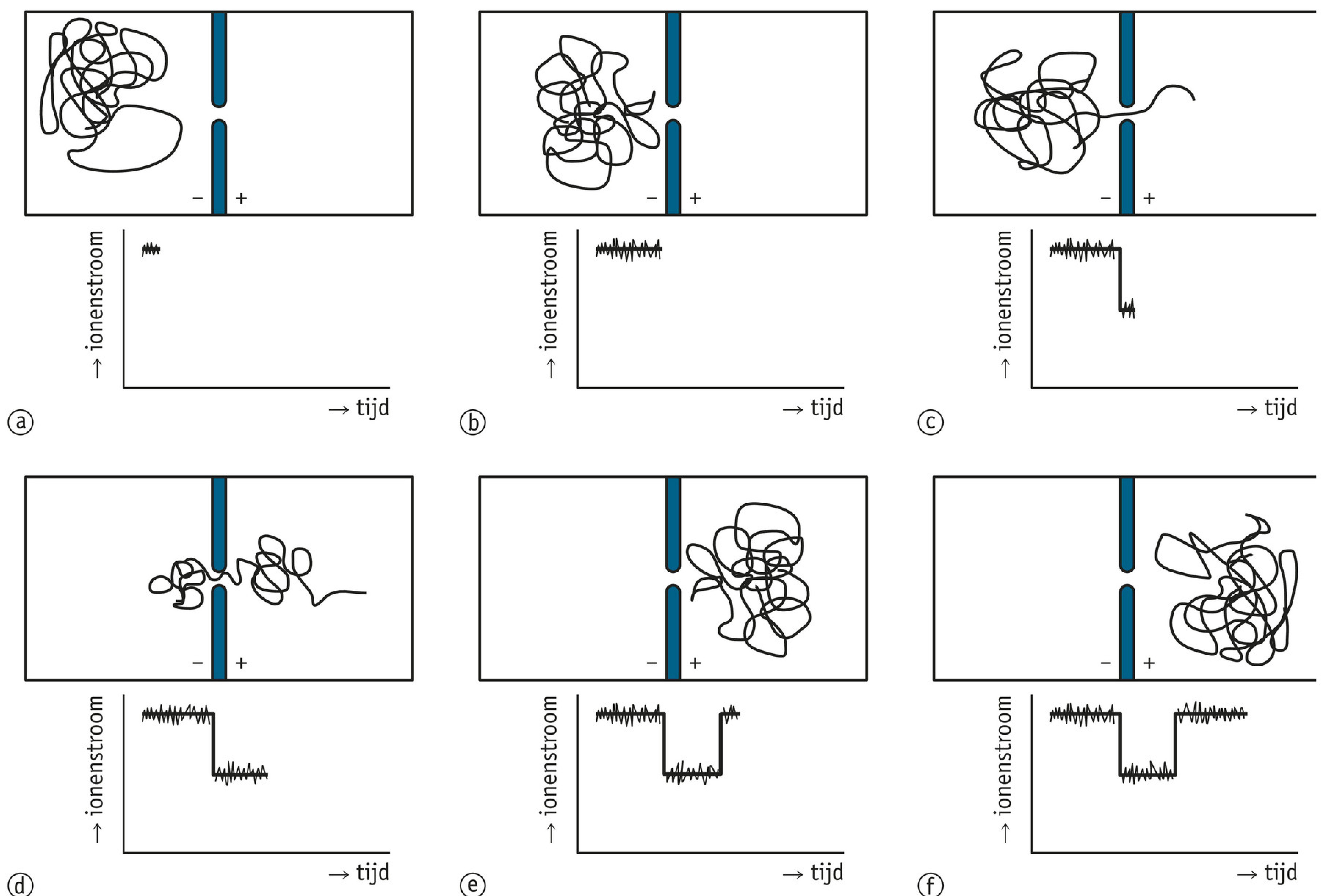
Uitwerking
Als een porie openstaat, is de stroomsterkte –3,2 pA = $-3{,}2\cdot10^{-12}$ A (het minteken voor 3,2 geeft alleen de richting van de stroom aan; je mag het in het vervolg negeren). Als de porie steeds open zou staan, zou het aantal ionen per seconde uitkomen op: $\dfrac{3{,}2\cdot10^{-12}}{1{,}60\cdot10^{-19}} = 2{,}0\cdot10^{7}$.

De porie staat circa 15% van de tijd open (geschat op basis van figuur 24). Er bewegen dus 15% van $2{,}0\cdot10^{7} = 3{,}0\cdot10^{6}$ ionen per seconde door de porie.

Nanoporiën en DNA

Biofysici hebben zich door het celmembraan laten inspireren om experimenten te doen met kunstmatige membranen. In figuur 25 zie je een voorbeeld van zo'n experiment. De onderzoekers hebben een 20 nm dik membraan gemaakt van siliciumnitride (SiN), een materiaal dat sterk en taai genoeg is om er zo'n dun vlies van te maken. Daarna hebben ze een gaatje in het membraan geboord met een dunne bundel elektronen. Het resultaat is een **nanoporie**: een kleine opening met een doorsnede van enkele nanometers (in figuur 25 niet op schaal getekend).
De onderzoekers hebben de ruimten aan weerszijden van het membraan gevuld met een geleidende oplossing. Met twee elektroden is een spanning over het membraan gelegd. Daardoor stromen er voortdurend ionen door de nanoporie heen. De grootte van de elektrische stroom wordt continu gemeten. De oplossing bevat verder nog een aantal negatief geladen DNA-moleculen die als lange verwarde slierten in de vloeistof zweven.

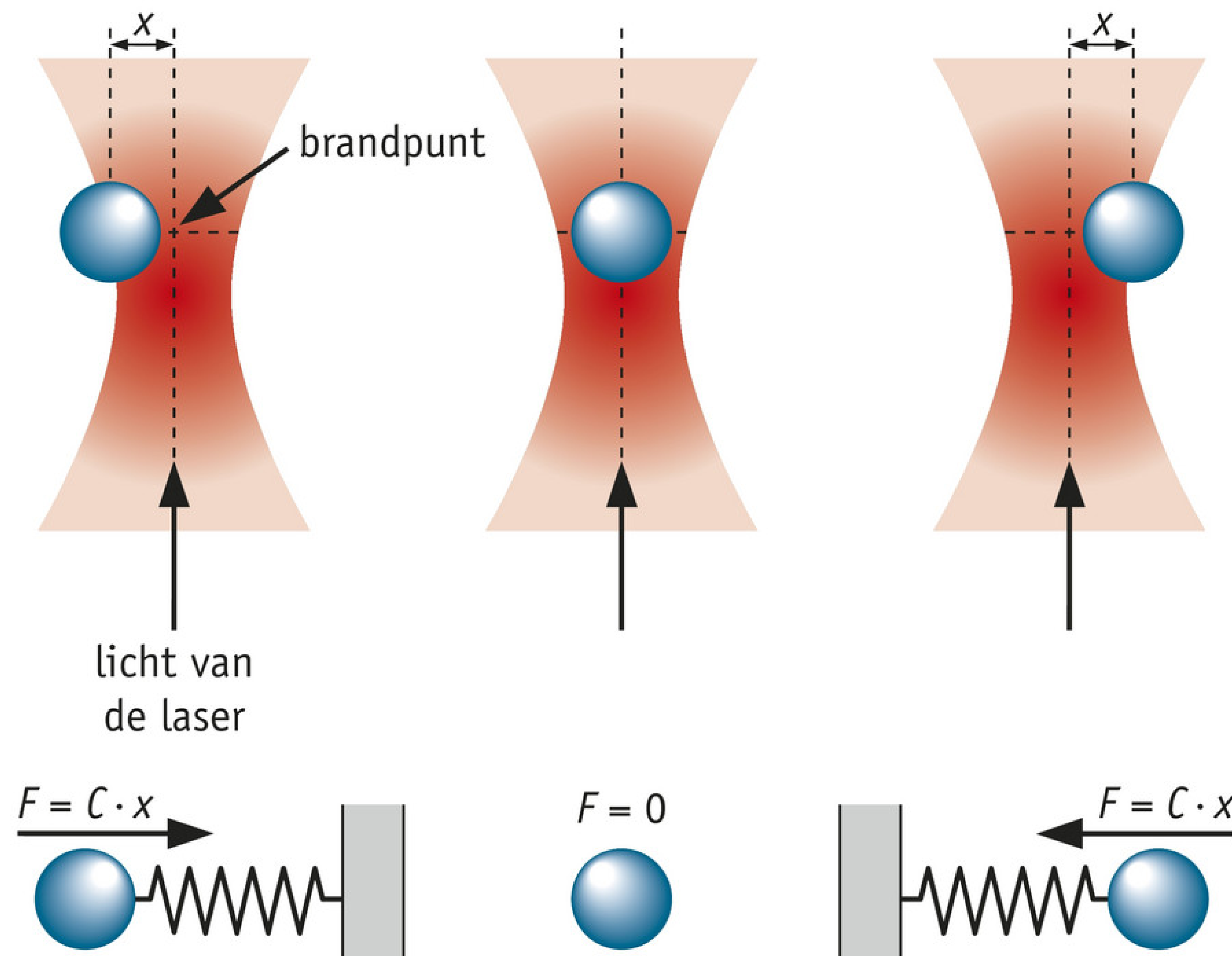
Als een sliert DNA in de buurt van de nanoporie komt, wordt hij door elektrische krachten in de opening getrokken (figuur 25a-c). Hierdoor wordt de nanoporie gedeeltelijk geblokkeerd. De ionenstroom door de porie neemt dan ineens flink af. Het DNA-molecuul beweegt vervolgens door de nanoporie heen, naar de andere kant van het membraan (figuur 25c-e). Uit de manier waarop de ionenstroom ondertussen op en neer gaat, kunnen de onderzoekers eigenschappen afleiden van het DNA-molecuul. De techniek is bijvoorbeeld gebruikt om de plaats te vinden waar eiwitten aan het DNA binden.



▲ **figuur 25** experiment waarbij DNA door een nanoporie wordt getrokken

Moleculen manipuleren met een optisch pincet

Het is mogelijk om een DNA-molecuul vast te maken aan een microkraal: een glazen of kunststof bolletje met een diameter van 1-5 μm. Zo'n microkraal kun je beetpakken en verplaatsen met een apparaat dat een optisch pincet wordt genoemd (figuur 26). Op die manier kun je een DNA-molecuul heel gecontroleerd door een nanoporie heen laten bewegen. Ook is het mogelijk om de krachten op het DNA-molecuul te meten, terwijl het door de nanoporie heen beweegt.



▲ **figuur 26** optisch pincet

Een optisch pincet produceert een intense, sterk gefocuste lichtbundel. In het brandpunt van zo'n lichtbundel kun je een klein, doorzichtig voorwerp gevangen houden. Als zo'n voorwerp bij het brandpunt vandaan beweegt, oefent het licht een kracht uit die het voorwerp weer terug laat bewegen, naar het brandpunt toe. De kracht F op het voorwerp is evenredig met de afstand x tot het brandpunt: $F = C \cdot x$. Het lijkt daarom alsof het voorwerp vastzit aan een veer die uitrekt als het voorwerp bij het brandpunt vandaan beweegt (figuur 26).
De lichtbundel van een optisch pincet kan heel nauwkeurig gestuurd worden. Een onderzoeker kan een microkraal in stappen van enkele nanometers laten bewegen, naar een nanoporie toe of daarbij vandaan. Om de plaats van de microkraal vast te stellen, wordt gebruikgemaakt van laserlicht dat door de kraal wordt gereflecteerd naar een microscoop. Op basis van de reflecties kan worden nagegaan waar de kraal zich bevindt.

Onthoud!

- Het celmembraan bevat twee soorten transporteiwitten: poriën waardoor passief transport plaatsvindt (door diffusie) en pompen waardoor actief transport plaatsvindt.
- Moleculen verplaatsen zich door hun beweging 'vanzelf' van de plaats met de hoogste naar de plaats met de laagste concentratie. Dit wordt diffusie genoemd.
- Voor de diffusie van ionen in een vloeistof is niet alleen het concentratieverschil van belang (zoals bij moleculen), maar ook de elektrische spanning tussen delen van de vloeistof.
- Biofysici gebruiken kunstmatige membranen waarin nanoporiën zijn geboord, om de eigenschappen van moleculen zoals DNA te onderzoeken.
- Met een optisch pincet kunnen doorzichtige voorwerpen gemanipuleerd worden die zich in het brandpunt van een intense lichtbundel bevinden. De kracht op het voorwerp is evenredig met de afstand x tot het brandpunt: $F = C \cdot x$

Opdrachten

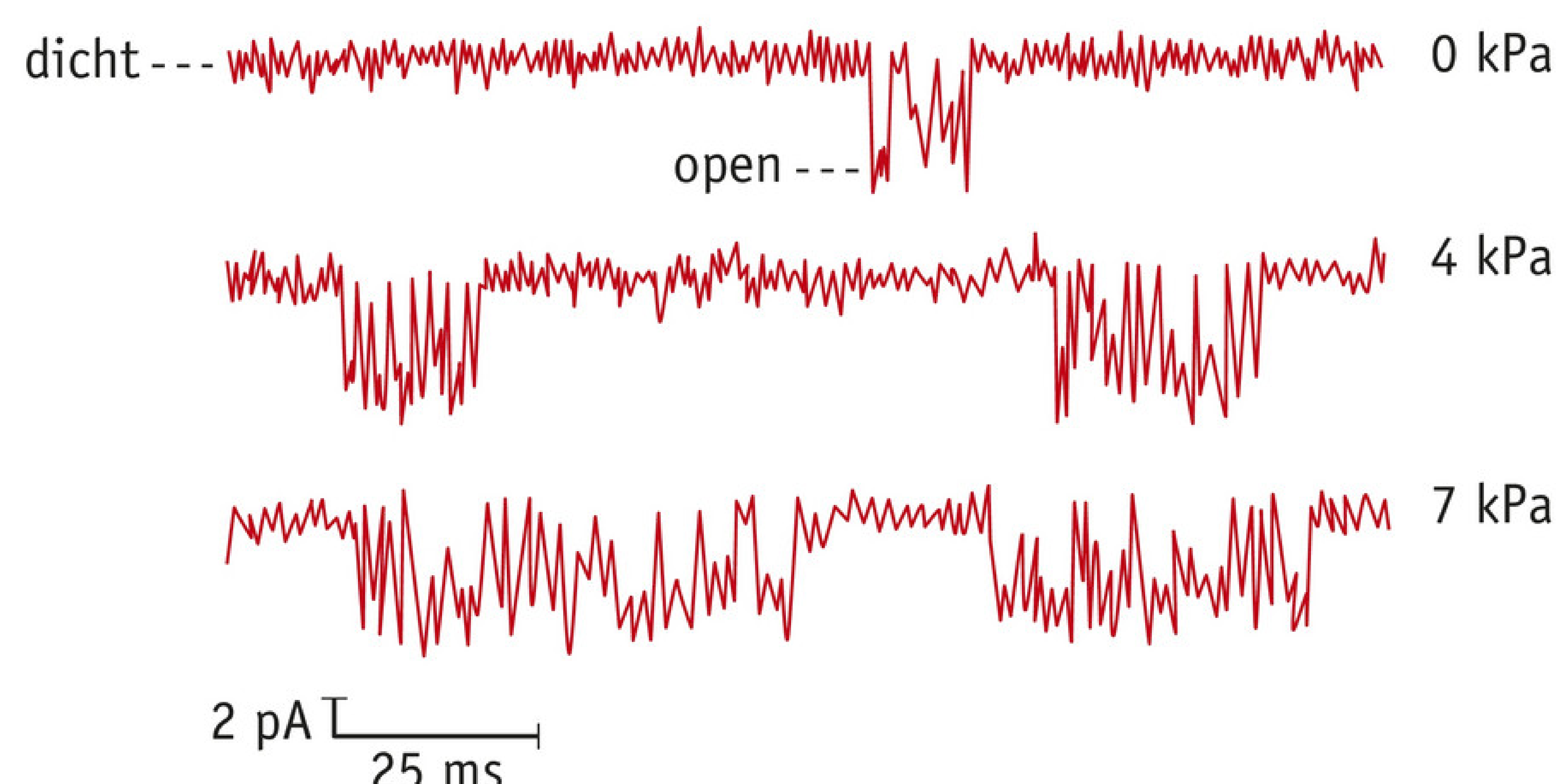
21 Zuurstof bij lopen
Als je loopt verbruik je zuurstof bij de chemische reacties in cellen. Toch krijgen de cellen geen gebrek aan zuurstof, zolang ze in een zuurstofrijke omgeving blijven.
a Welk natuurkundig proces zorgt ervoor dat zo'n cel voortdurend van nieuwe zuurstof wordt voorzien?
b Hoe komt het dat dit proces 'vanzelf' verloopt, zonder dat de cel hieraan energie hoeft te besteden?

22 Pomp
Voor veel biologische processen is het van belang dat de Na^+-concentratie in de cel lager is dan daarbuiten. Het celmembraan bevat daarom een transporteiwit dat dit concentratieverschil in stand houdt: de natrium-kaliumpomp.
a Leg uit waarom een concentratieverschil wel in stand kan worden gehouden door een pompeiwit, maar niet door een porie-eiwit.
b In welke richting vervoert de natrium-kaliumpomp de Na^+-ionen: van binnen de cel naar buiten of van buiten de cel naar binnen? Licht je antwoord toe.

In 1960 werd ontdekt dat de natrium-kaliumpomp vijf ionen tegelijk vervoert: voor elke drie Na^+-ionen die de ene kant op worden gebracht, bewegen er twee K^+-ionen in de tegenovergestelde richting.
c Wat is het netto-effect van dit transport op de spanning over het celmembraan?

23 Rek
In skeletspieren bevinden zich zintuigcellen die de rek van de spier kunnen waarnemen. Deze cellen reageren op de rekspanning in de spier. Hoe groter die rekspanning, des te langer staan bepaalde poriën in het celmembraan open.
In figuur 27 zie je de grafieken van drie metingen waarbij de ionenstroom door zo'n porie werd gemeten.
a Hoeveel ms duurde het weergegeven deel van de metingen?
b Welke grootheid werd bij dit experiment gemeten in kPa?
c Bij welke meting was de spier het verst uitgerekt? Waaraan zie je dat?
d Schat hoeveel procent van de tijd de porie openstond:
- bij de eerste meting;
- bij de tweede meting;
- bij de derde meting.

Als een porie openstaat, loopt er uiteraard meer stroom doorheen dan wanneer de porie dicht is. Toch gaat de grafiek bij een open porie naar beneden in plaats van omhoog.
e Leg uit waar dat aan ligt.
f Hoe groot wordt de stroomsterkte als de porie openstaat?
g Welke conclusie kun je trekken over de manier waarop de zintuigcel werkt?



figuur 27 drie metingen aan een porie in het celmembraan van een zintuigcel

24 Stroom

Bij een experiment bewegen twee soorten ionen door een nanoporie. Per seconde stromen $2{,}1 \cdot 10^8$ ionen met een lading van $-e$ van links naar rechts en $4{,}2 \cdot 10^8$ ionen met een lading van $+2e$ van rechts naar links.

a Bereken de totale stroomsterkte door de porie in pA.

In de natuurkunde loopt een elektrische stroom per definitie van plus naar min, ook al bewegen de ladingdragende deeltjes vaak net de andere kant op.

b Hoe zit dat in het experiment in deze opgave: loopt de stroom van links naar rechts of van rechts naar links?

25 Nanoporie

Bij het experiment dat in figuur 25 getekend is, beweegt er met tussenpozen een DNA-molecuul door de nanoporie. Om het passeren van zo'n molecuul te detecteren, wordt de ionenstroom door de nanoporie voortdurend gemeten.

a Hoe kun je aan de meetresultaten zien dat er een DNA-molecuul door de porie beweegt?

b Hoe kun je aan de meetresultaten zien hoelang het DNA-molecuul zich in de porie bevindt?

Een onderzoeker kan eiwitten op bepaalde plaatsen aan een DNA-molecuul laten binden. Je krijgt dan slierten DNA met hier en daar verdikkingen op de plaatsen waar een eiwit aan het DNA vastzit.

c Hoe kun je aan de meetresultaten zien waar de eiwitten zich aan het DNA hebben gebonden?

Soms gebeurt het dat twee uiteinden van een DNA-molecuul tegelijk de nanoporie worden ingetrokken. Het molecuul passeert de porie dan in gedeeltelijk dubbelgeslagen toestand.

d Hoe kun je dat aan de meetresultaten zien?

26 Optisch pincet

Een optisch pincet wordt in het Engels *optical tweezers* of een *optical trap* (optische val) genoemd. Onderzoekers moeten voor elke meting eerst de *trap stiffness* bepalen: dat is C in de formule $F = C \cdot x$. De *trap stiffness* C geeft aan hoe stug de denkbeeldige veer is die de gebruikte microkraal terugtrekt naar het brandpunt.
Bij een experiment wordt een optisch pincet gebruikt met een *trap stiffness* van 250 pN per µm.

a Bereken hoe groot de kracht op de kraal wordt, als die 100 nm bij het brandpunt vandaan wordt bewogen.

b Bereken hoe groot de afstand tot het brandpunt is als het optische pincet een kracht van 50 pN op de kraal uitoefent.

+27 Kraal

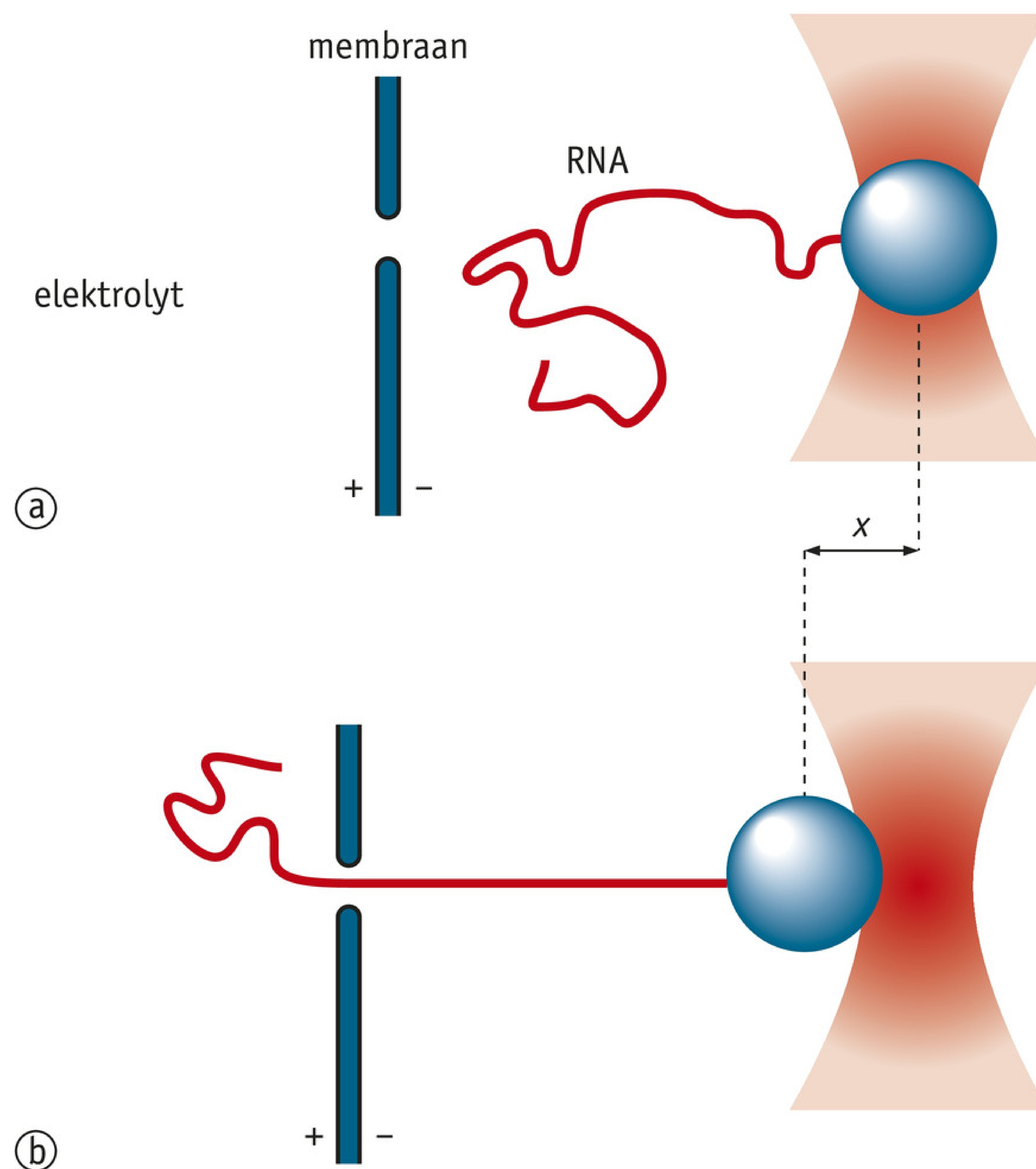
In figuur 28 zie je een experiment met een dubbele streng RNA die aan één kant vastzit aan een microkraal. De kraal bevindt zich in situatie a in het brandpunt van een optisch pincet. Het RNA wordt daarna door elektrische krachten een nanoporie ingetrokken. De kraal beweegt daardoor een eindje in de richting van de nanoporie. In situatie b is er evenwicht ontstaan en bewegen het RNA en de microkraal niet meer.

a Welke twee krachten houden elkaar in situatie b in evenwicht?

In situatie b bevindt de kraal zich op een afstand $x = 64$ nm van het brandpunt. Het optisch pincet heeft een *trap stiffness* van 135 pN per µm.

b Bereken de kracht die het optisch pincet in deze situatie op de kraal uitoefent.

c Wat kun je in situatie b zeggen over de grootte en de richting van de elektrische kracht op het RNA-molecuul?



▲ **figuur 28** experiment met RNA

Over het membraan staat in situatie b een spanning van 100 mV.

d Beschrijf wat er zal gebeuren als de onderzoeker de spanning terugbrengt tot 75 mV.

Eindopdracht

28 Lopen op macro- en microschaal

Bij lage snelheden wandelen mensen, bij hoge snelheden rennen ze. De overgang vindt plaats als het getal van Froude, $Fr = \frac{v^2}{g \cdot l}$, gelijk is aan 0,5.

a Leg aan de hand van de formule uit of mensen wandelen bij een hoog of bij een laag getal van Froude.

b Laat zien dat het getal van Froude dimensieloos is, dus dat het geen eenheid heeft.

c Leg uit dat een lange man met beenlengte 1,1 m bij een relatief hoge snelheid overgaat van wandelen op rennen.

Met de zoekterm '*inner life of a cell*' vind je op YouTube een animatie gemaakt door Harvard University. In de volledige versie zie je rond 5 minuut 40 een motoreiwit stappen maken langs een microtubulus. De lengte van de 'poten' is van de orde van grootte van 10^{-8} m.

d Geef twee argumenten voor de redelijkheid van deze schatting. Ga ervan uit dat de bolletjes die je ziet atomen zijn.

e Leg uit hoe je met behulp van het getal van Froude zou kunnen beargumenteren dat deze loopbeweging van een motoreiwit langzaam gaat.

f Leg uit in welk opzicht het getal van Froude wel van toepassing is op het lopen van het motoreiwit en in welk opzicht niet.

g Leg uit op welke manier je een aanpassing aan het getal van Froude zou kunnen maken, opdat het toch van toepassing is op lopende motoreiwitten.

5 Practicum

EXPERIMENT 1 Videometing van een loopbeweging (onderzoekspracticum)

Inleiding
Je kunt video's van lopende mensen gebruiken om de loopbeweging te analyseren. Bij dit experiment ga je zelf zo'n onderzoek uitvoeren. Je kunt de beelden analyseren met Coach, of een gratis programma zoals Tracker. De opnamen kun je zelf maken of opzoeken op internet, met zoekwoorden als 'walking cycle' of 'gait cycle'.

Onderzoeksvraag
Hieronder staan vier suggesties voor een onderzoek, maar je kunt ook zelf een onderzoeksvraag bedenken.

a Als je loopt, zwaaien je armen heen en weer. Onderzoek of de armen daarbij een slingerbeweging uitvoeren. Geef in de videobeelden de positie van de schouder en de positie van de hand aan en laat de computer de verschilgrafiek van beide posities bepalen. Als de verschilgrafiek een sinusfunctie laat zien, geeft dat aan dat de armen als slingers bewegen.

b Mensen compenseren verstoringen in hun loopcyclus door hun voeten slim neer te zetten. Maak opnamen van een proefpersoon die naar de camera toe loopt en onverwacht een duwtje (voorzichtig!) van opzij krijgt. Analyseer de manier waarop de verstoring wordt gecorrigeerd.

c Als mensen rennen, bewegen ze op een andere manier dan wanneer ze lopen. Onderzoek de verschillen tussen deze twee manieren van bewegen met behulp van videobeelden. Kijk naar het contact met de grond, de stapfrequentie, de staplengte en de verticale beweging van het lichaam.

d Als je loopt met een flink blok aan één been, verandert je loopbeweging. Maak opnamen van je manier van lopen, met en zonder blok, en onderzoek wat er precies verandert. Kijk in elk geval naar de stapfrequentie, de staplengte en de symmetrie van de beweging.

Benodigdheden
geschikte camera; computer met software voor videometen, zoals Coach

Uitvoering
- Zoek geschikte opnamen op internet of maak ze zelf. Let in het laatste geval altijd goed op de veiligheid. Vraag van tevoren om advies als je ook maar enigszins twijfelt.
- Tip 1: je krijgt de beste opnamen als je de camera op een statief zet. Als dat niet mogelijk is, zet de camera dan op een tafel of een ander vast punt.
- Tip 2: een loopbeweging is veel gemakkelijker te filmen als de proefpersoon op een loopband loopt. Misschien kun je via een sportschool iets regelen.
- Controleer altijd of je voldoende bruikbare opnamen hebt voor je het experiment beëindigt. Je kunt beter een opname te veel maken dan achteraf alles opnieuw moeten doen.

Verwerking

Schrijf een onderzoeksverslag met in elk geval de volgende onderdelen:
- onderzoeksvraag
- onderzoeksopzet
- meetresultaten
- bespreking en conclusies

EXPERIMENT 2 Simulatie van een *biased random walk* (begripspracticum)

Inleiding
Bij deze simulatie laat je een pion een *random walk* maken, met en zonder *bias*. Je kunt de simulatie uitvoeren met een papieren bord, een pion als bacterie en een dobbelsteen als *random-getallengenerator*. Je kunt deze simulatie ook op de computer uitvoeren.

Onderzoeksvraag
Hoe verschilt een *biased random walk* (een toevalswandeling met voorkeursrichting) van een echte *random walk* (zonder voorkeursrichting)?

Benodigdheden
speelveld; pion; dobbelsteen; potlood; blauwe pen; rode pen

Uitvoering
***Ronde 1** Biased random walk*
Gebruik een speelveld vol zeshoekige vakjes (figuur 29).
Laat de pion hierop tien keer een *biased random walk* maken. Spelregels:

1. Zet de pion in het vakje middenin dat is gemerkt met een S (van Start).
2. Gooi met de dobbelsteen en verzet de pion als volgt:
   bij een 1: drie vakjes naar rechtsboven;
   bij een 2: twee vakjes naar rechts;
   bij een 3: één vakje naar rechtsonder;
   bij een 4: één vakje naar linksonder;
   bij een 5: twee vakjes naar links;
   bij een 6: drie vakjes naar linksboven.
3. Laat de pion weerkaatsen als die de linker- of rechterrand van het speelveld raakt (volgens de regel: hoek van inval = hoek van terugkaatsing).
4. Stop na tien keer gooien of wanneer de pion de bovenrand of onderrand bereikt. Markeer de slotpositie van de pion met blauw.
5. Herhaal de stappen 1 tot en met 4, totdat je tien slotposities hebt gemarkeerd.

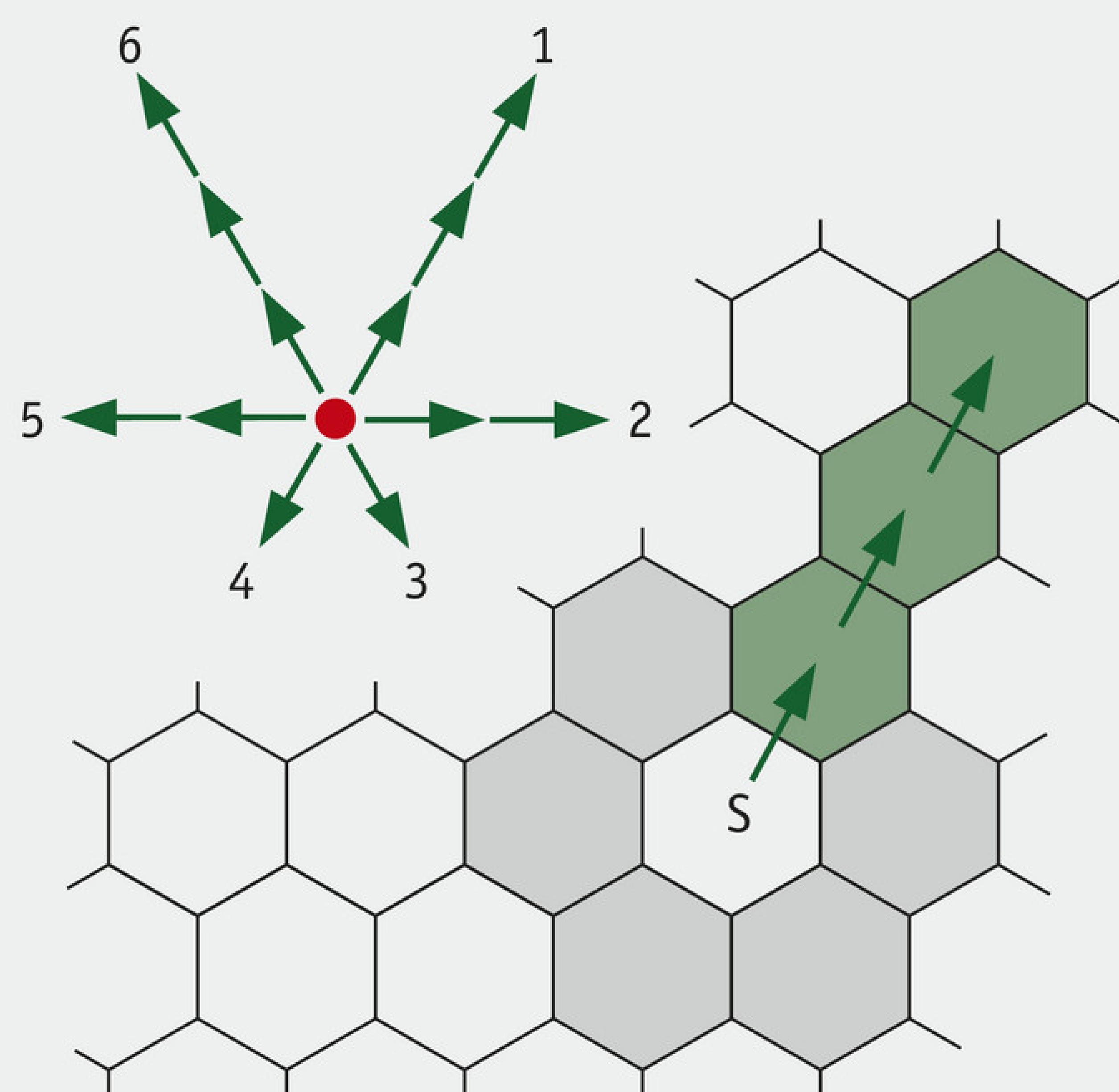
***Ronde 2** Unbiased random walk*
Laat de pion hierna tien keer een *unbiased random walk* maken. Zelfde spelregels, behalve:

2. Gooi met de dobbelsteen en verzet de pion als volgt:
   bij een 1: twee vakjes naar rechtsboven;
   bij een 2: twee vakjes naar rechts;
   bij een 3: twee vakjes naar rechtsonder;
   bij een 4: twee vakjes naar linksonder;
   bij een 5: twee vakjes naar links;
   bij een 6: twee vakjes naar linksboven.

Markeer de slotpositie van de pion met rood.

Verwerking

1. Welke *bias* heeft de *random walk* van een E. coli-bacterie?
2. Welke *bias* heeft de *random walk* van de pion in ronde 1?
3. Neem het startpunt als oorsprong (0,0). Bereken de gemiddelde x-coördinaat (horizontaal) en y-coördinaat (verticaal):
   - van de slotpositie van de pionnen in ronde 1;
   - van de slotpositie van de pionnen in ronde 2.
4. Verwacht je dat de gemiddelde x-slotposities van beide ronden duidelijk verschillend zijn? Zo ja, welk verschil verwacht je dan?
5. Verwacht je dat de gemiddelde y-slotposities van beide ronden duidelijk verschillend zijn? Zo ja, welk verschil verwacht je dan?
6. Hoe goed kloppen jouw verwachtingen met de uitkomsten van de simulatie?
7. Denk je dat die verwachtingen beter gaan kloppen als je meer simulaties doet: bijvoorbeeld 100 per ronde in plaats van 10 per ronde? Licht je antwoord toe.



▲ **figuur 29** Zo verzet je de pion als je een 1 gooit bij de *biased random walk*.

ONDERZOEK Getal van Froude

Uit onderzoek blijkt dat mensen en dieren spontaan overgaan van lopen op rennen als hun getal van Froude *Fr* stijgt tot boven 0,5. De snelheid bij *Fr* = 0,5 kan echter erg verschillend zijn.

a Bereken hoe groot die snelheid ongeveer is:
- voor een volwassen mens;
- voor een kind van circa zes jaar;
- voor een middelgrote hond;
- voor een rijpaard.

Gebruik foto's om aan de benodigde afmetingen te komen.

b Onderzoek bij welke snelheid je broertje/zusje/hond/pony/paard enzovoort spontaan overgaat van lopen op rennen. Leg dit vast op video.

c Bepaal zo zorgvuldig mogelijk bij welk getal van Froude overgeschakeld wordt van lopen op rennen. Is dat inderdaad ongeveer 0,5?



HOOFDSTUK 6

Geofysica: de natuurkunde van de aarde

Geofysica is de wetenschap die de aarde bestudeert met natuurkundige methoden. Op die manier kun je veel te weten komen over allerlei natuurlijke verschijnselen van en op planeet aarde. In dit hoofdstuk maak je kennis met verschillende geofysische meetmethoden en de vele onderwerpen die daarmee onderzocht kunnen worden. Met deze kennis kun je geld verdienen. Veel geofysici werken voor oliemaatschappijen en bedrijven die delfstoffen winnen. Zij doen gericht onderzoek om zo gemakkelijk mogelijk bij deze voorraden te komen. Ook kunnen geofysici zorgen voor meer veiligheid, bijvoorbeeld door het voorspellen van vulkaanuitbarstingen en de mate waarin de zeespiegel stijgt.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Onderzoek aan een gletsjer

De West-Antarctische ijskap is onder onze ogen aan het instorten en smelten. Op een mensenleven voltrekt dit proces zich langzaam: modelberekeningen komen uit op 200 tot 500 jaar. Maar op geologische tijdschalen is dit een oogwenk. Belangrijker nog: wetenschappers denken dat het proces dat nu in gang is gezet onomkeerbaar is. Dit kan zorgen voor een zeespiegelstijging van meer dan drie meter. Geofysisch onderzoek moet uitwijzen welke factoren een rol spelen bij de versnelde stroming en het smelten van de gletsjers.

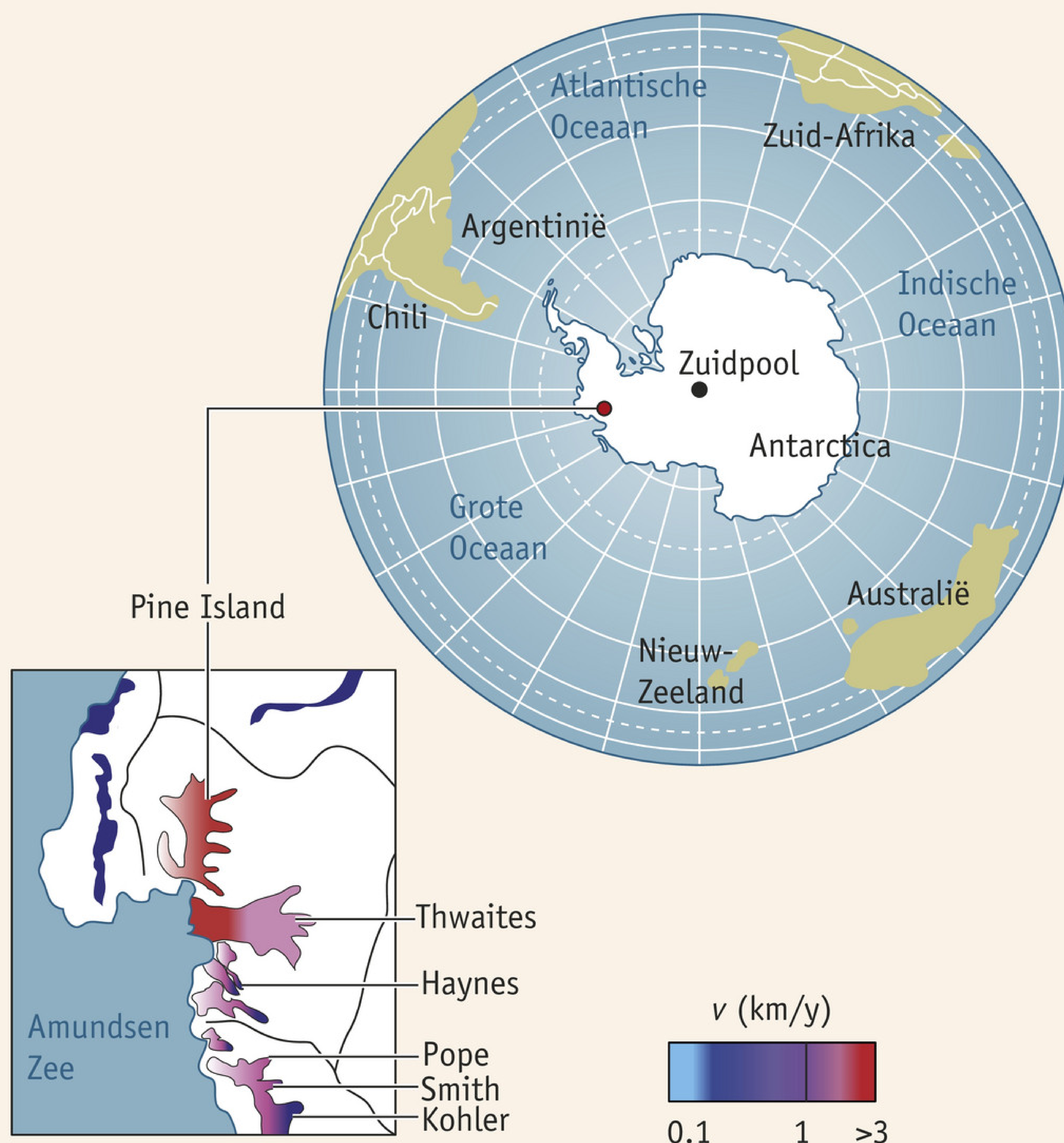


Pine Island-gletsjer

De Pine Island-gletsjer is een van de grootste van de honderden gletsjers van de West-Antarctische ijskap. Het ijs van alleen deze gletsjer, zo'n 400 000 km^3, kan al voor een zeespiegelstijging van ongeveer 70 cm zorgen. De gletsjer wordt al sinds de jaren 1960 onderzocht. Uit radarmetingen vanuit satellieten blijkt dat hij tussen 1973 en 2013 75% sneller is gaan stromen, waardoor er steeds meer ijs in zee belandt. Ook andere gletsjers in die buurt zijn de laatste jaren steeds sneller gaan stromen (figuur 1).

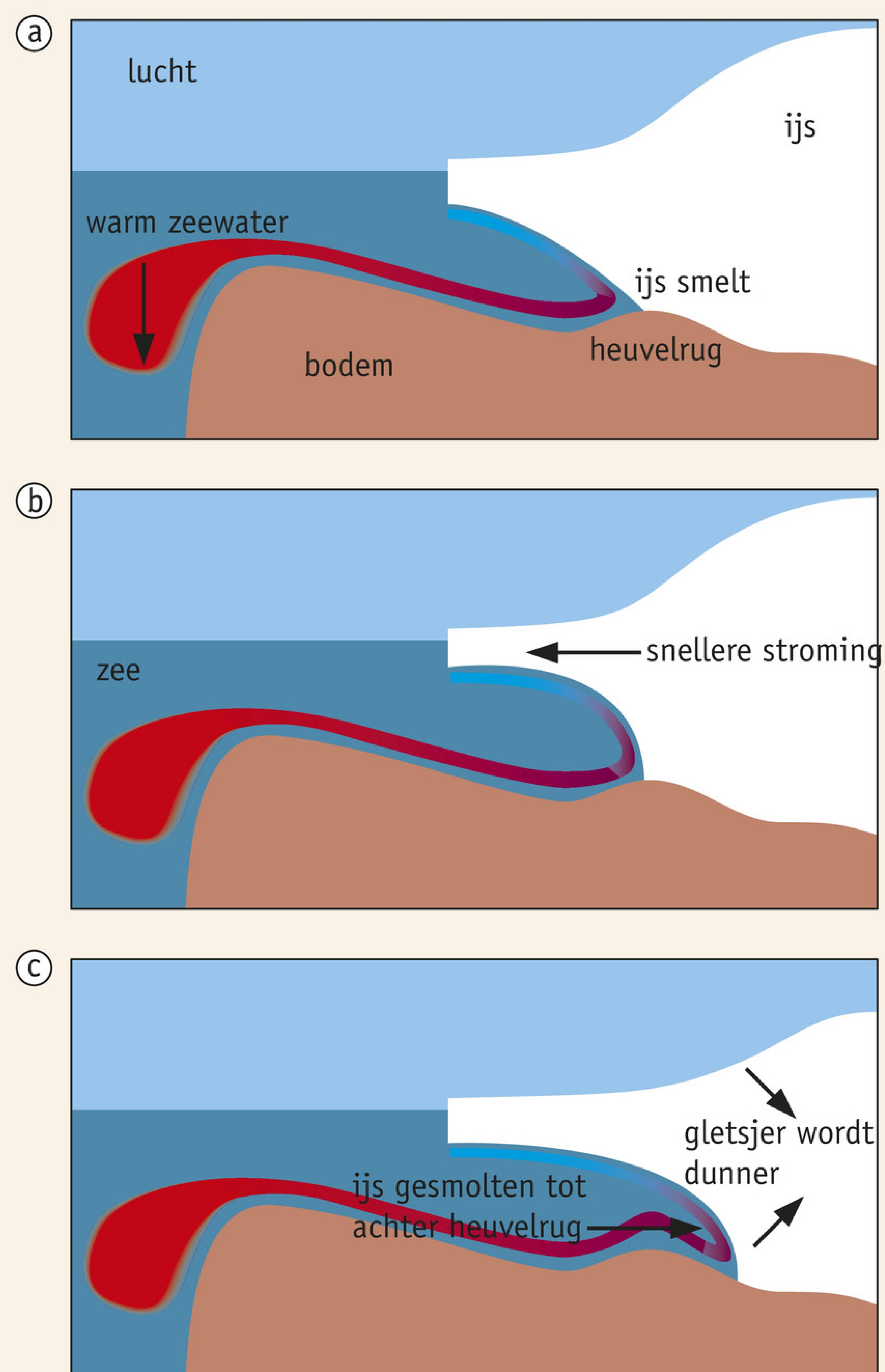
Rivieren van ijs

Gletsjers worden gevormd door dikke lagen sneeuw die door hun eigen gewicht worden samengeperst tot ijs. Hoewel ijs vast is, kunnen gletsjers toch stromen. Ten eerste door als geheel over de ondergrond te glijden, ten tweede doordat het ijs door het gewicht vervormt en aan de randen smelt. In berggebieden stromen gletsjers naar een dal, waarna het water wegstroomt via allerlei beekjes en rivieren. In poolgebieden stromen ze de zee in. Gletsjers zijn dus een soort rivieren van ijs. Wanneer de hoeveelheid gletsjerijs die in zee terechtkomt even groot is als de hoeveelheid sneeuw die op het land valt, is de gletsjer in evenwicht: hij blijft in omvang gelijk. Door verschillende oorzaken kan dat evenwicht verstoord raken, waardoor de gletsjer in omvang toe- of afneemt.
Het grootste deel van de Pine Island-gletsjer bestaat uit landijs van ruim 2 km dik. Het uiteinde van de gletsjer drijft in de Amundsen Zee. Het punt waar de gletsjer loskomt van de ondergrond wordt de *grounding line* genoemd. De eigenschappen van de ondergrond en de positie van de *grounding line* spelen een belang-



▲ **figuur 1** stroomsnelheden van verschillende gletsjers die in de Amundsen Zee uitkomen: hoe roder, hoe hoger de stroomsnelheid

In november 2013 is een grote ijsplaat losgebroken.

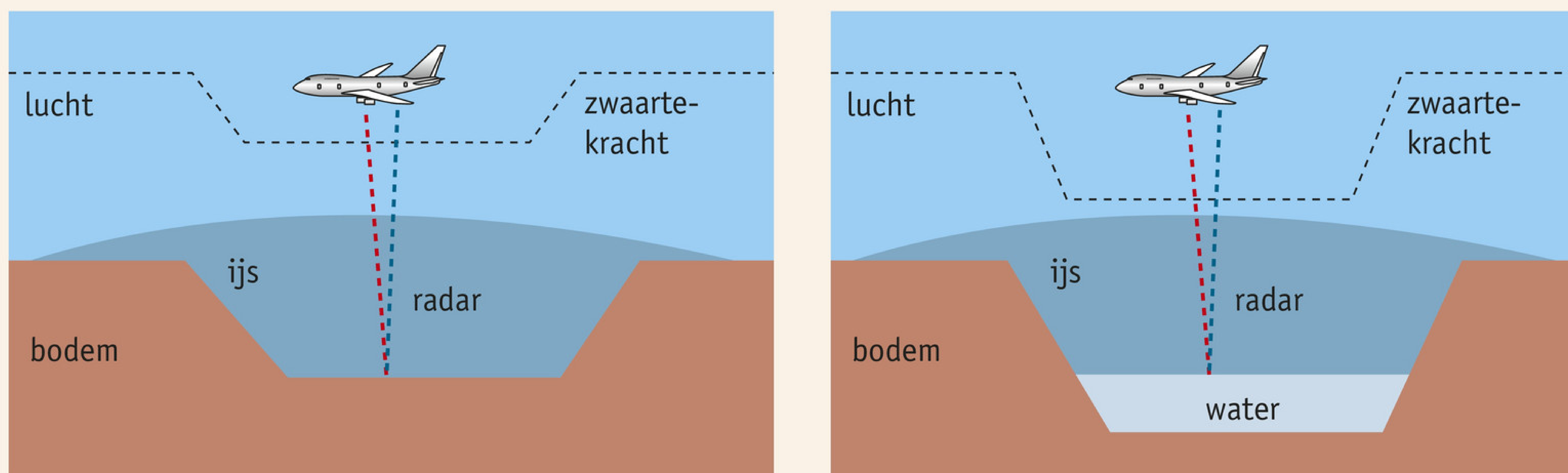


▶ **figuur 2** De gletsjer wordt eerst tegengehouden door de heuvelrug (a), maar als het ijs aan de onderkant wegsmelt (b), wordt een punt bereikt waarbij de gletsjer over de heuvelrug heen drijft (c).

rijke rol in de versnelling die wetenschappers de laatste jaren hebben waargenomen. Warm oceaanwater onder de gletsjer dringt door tot de *grounding line*, die zich daardoor verder landinwaarts terugtrekt (figuur 2). Onderzoekers willen zo precies mogelijk weten wat de vorm is van de ondergrond, om met computermodellen te kunnen voorspellen wat de gletsjer gaat doen.

Onderzoek onder zware omstandigheden

Er worden verschillende methoden gebruikt om de ondergrond en de andere eigenschappen van de Pine Island-gletsjer in kaart te brengen. Probleem is dat de gletsjer niet gemakkelijk te bereiken is: hij ligt meer dan duizend kilometer van de grote onderzoeksstations op Antarctica, gelijk aan de afstand Amsterdam-Bordeaux, maar dan zonder snelwegen. Afhankelijk van de locatie van het onderzoeksstation varen onderzoekers met schepen vanaf Zuid-Amerika, Zuid-Afrika, of Australië. Het laatste stuk van de reis gaat per helikopter. De reistijd bedraagt al snel een maand. Er gaan tegenwoordig ook wel vliegtuigen die op het ijs kunnen landen. Deze vluchten zijn niet echt comfortabel, maar wel een stuk sneller. Meteorologisch onderzoek kan ook worden uitgevoerd door onbemande stations die hun data via satellieten naar onderzoekscentra sturen. De stations werken op accu's die in de



▲ **figuur 3** Zwaartekrachtmetingen vullen radarmetingen aan: hoe dieper de waterlaag onder het ijs, hoe kleiner de zwaartekracht.

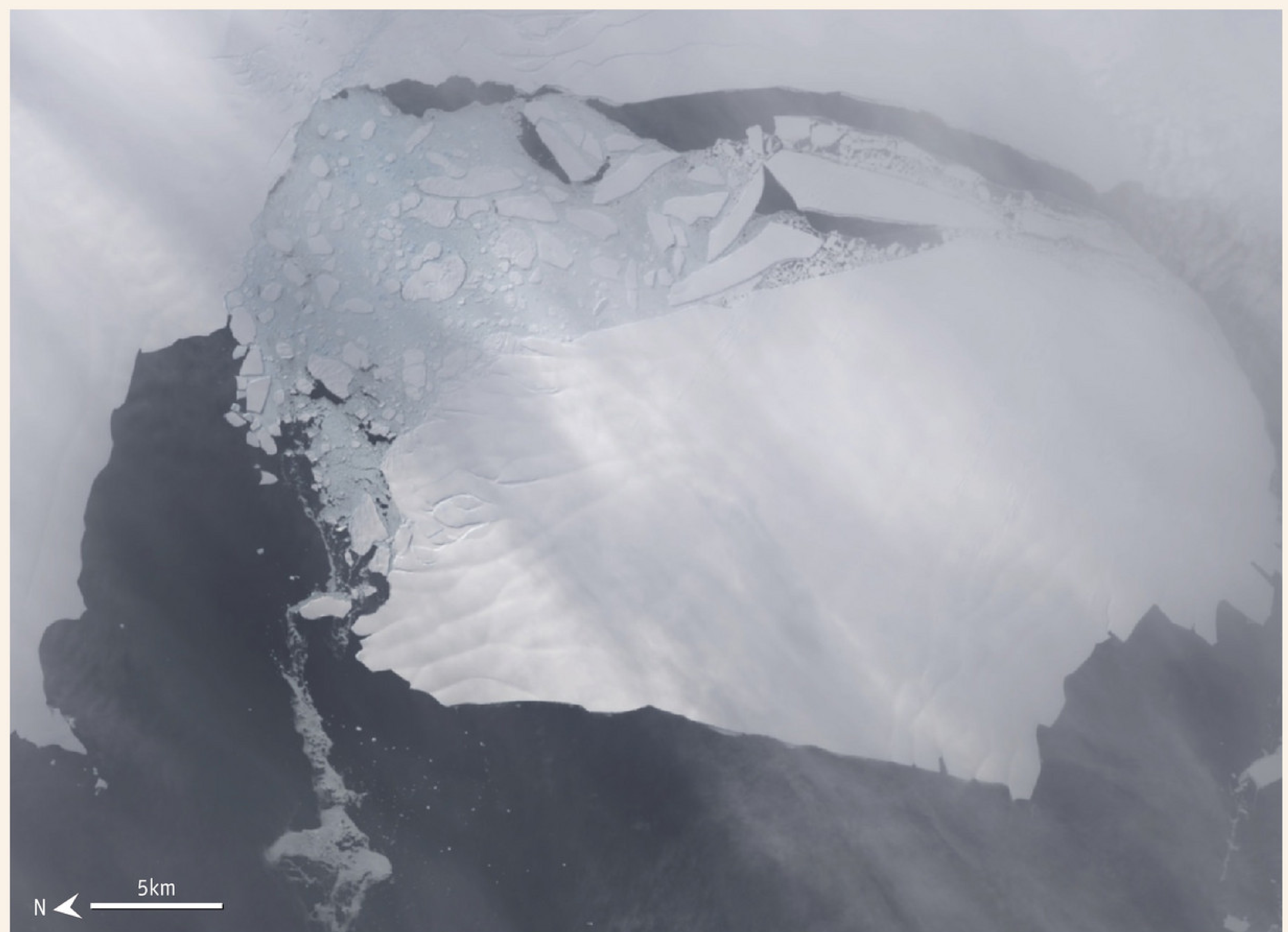
Antarctische zomer worden opgeladen. Soms kan geofysisch onderzoek vanuit de lucht worden uitgevoerd met vliegtuigen of satellieten. Maar voor het precies in kaart brengen van de ondergrond blijft het nodig ter plaatse metingen te verrichten. Zo boren onderzoekers met een holle boor ijskernen om te bepalen of er water zit tussen de gletsjer en de ondergrond. De aan- of afwezigheid van water heeft grote invloed op de stroomsnelheid van de gletsjer.
De ondergrond en de structuur van het ijs kunnen verder in kaart worden gebracht met geluidstrillingen die door explosies worden opgewekt. De trillingen worden door scheuren in het ijs of door de ondergrond gereflecteerd en door geofoons opgevangen. Met behulp van het signaal van meerdere geofoons kan een computer een beeld van het ijs en de ondergrond maken.

Metingen vanuit de lucht

Met satellieten zijn de beweging en de verandering van de afmetingen van gletsjers over de jaren het gemakkelijkst in beeld te brengen. Satellieten draaien in een baan om de aarde en komen herhaaldelijk boven hetzelfde stukje aarde. Wat er aan de onderkant van de gletsjer gebeurt, is met satellieten echter niet te zien. Daarvoor wordt gebruikgemaakt van vliegtuigen die met behulp van radarapparatuur de dikte van het ijs meten.
Radar werkt met radiogolven die gedeeltelijk teruggekaatst worden door het oppervlak van ijs, maar gedeeltelijk ook door het ijs gaan en teruggekaatst worden aan de onderkant van een gletsjer. Uit de radarmetingen is af te lezen of het ijs op land rust of dat er water onder de gletsjer zit. De diepte van de waterlaag kan niet bepaald worden, omdat radiogolven niet door water heen gaan: een ondiepe of diepe waterlaag weerkaatst de radiogolven op dezelfde manier.
Daarom worden de radarmetingen aangevuld met zwaartekrachtmetingen (figuur 3). Zwaartekrachtmetingen zijn zo gevoelig dat ze het verschil in de valversnelling kunnen meten tussen een ondergrond van gesteente of een ondergrond van water.

Onomkeerbaar?

Uit de radarmetingen is gebleken dat ter hoogte van de *grounding line* van de Pine Island-gletsjer zich een heuvelrug bevindt, die de gletsjer nu nog tegenhoudt. Daardoor ontstaat een



▲ **figuur 4** Een deel van de Pine Island-gletsjer breekt af (satellietopname uit november 2013).

De Larsen-C ijsplaat

Aan de rand van West-Antarctica bevindt zich de enorme Larsen-C ijsplaat. Al in 2010 werd in deze ijsplaat een scheur waargenomen. Begin juni 2017 meldden verschillende media dat de scheur zeer snel groter was geworden. In slechts zes dagen was de scheur 17 km gegroeid tot een lengte van bijna 200 km. Op 12 juli was het zover: een enorme ijsberg, zo'n 10% van de ijsplaat, scheurde los. De ijsberg zou meer dan 1 biljoen ton wegen en is in oppervlakte groter dan de provincie Gelderland. De situatie is vergelijkbaar met die bij de Pine Island-gletsjer: ook deze ijsplaat houdt een gletsjer tegen. Als de ijsplaat kleiner wordt, kan de achterliggende gletsjer versnellen en komt er een grote hoeveelheid extra water de oceaan in. Dit zal een zeespiegelstijging tot gevolg hebben.

instabiele situatie: als de *grounding line* eenmaal voorbij die heuvelrug is getrokken, gaat de gletsjer steeds sneller stromen. Een steeds groter deel van de gletsjer gaat drijven, waardoor meer warm zeewater steeds dieper onder de gletsjer kan komen. Dit kan verklaren waarom de gletsjer de afgelopen jaren sneller is gaan bewegen.
Het uiteinde van de gletsjer dat op de zee drijft kan door zijn traagheid het deel van de gletsjer dat op het land ligt nog enigszins tegenhouden. Bijkomend probleem is dat het uiteinde van de gletsjer door het warmer wordende zeewater scheuren gaat vertonen en afbrokkelt. Zo is er in november 2013 een grote ijsplaat losgebroken (figuur 4). Dit zal een versnellend effect hebben op de beweging van de rest van de gletsjer.
De weinig opbeurende boodschap is dat we getuige zijn van een mogelijk onomkeerbaar proces. Wat voor de Pine Island-gletsjer geldt, geldt voor de hele West-Antarctische ijskap: deze is versneld aan het smelten. In welk tempo dat gaat is nog verre van zeker. Daarvoor is meer onderzoek nodig in dit gebied, zodat modelberekeningen nauwkeuriger kunnen worden.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Zeespiegelstijging
Op dit moment komt er ongeveer 80 km^3 meer ijs per jaar van de Pine Island-gletsjer in zee dan er door sneeuw op het land bij komt.

- **a** Bereken hoeveel de zeespiegel daardoor per jaar stijgt. Gebruik hierbij dat 70% van het aardoppervlak bedekt is met water. Neem aan dat de dichtheid van ijs gelijk is aan die van water.

In de tekst staat dat de zeespiegel met 70 cm zal stijgen als alle $4{,}0 \cdot 10^5$ km^3 ijs smelt die via de gletsjer met de zee verbonden is.

- **b** Controleer door middel van een berekening deze uitspraak.
- **c** Leg uit waarom je een ander antwoord krijgt dan in de tekst is genoemd. Hint: denk na over het verschil tussen het uiteinde van de gletsjer en de plek waar het ijs vandaan komt.

2 Zwaartekrachtmetingen
Vanuit een vliegtuig worden zwaartekrachtmetingen gedaan. In principe wil je dan de valversnelling meten, maar een gravimeter kan geen verschil zien tussen de valversnelling en de versnelling van het vliegtuig. De gravimeter meet dus een combinatie van beide versnellingen.

- **a** Leg uit of dit effect alleen geldt voor verticale versnellingen of dat het ook geldt voor horizontale versnellingen.
- **b** Leg uit hoe hiervoor gecorrigeerd kan worden (je hoeft geen exacte formules te geven).
- **c** Welke correctie is nog belangrijker bij zwaartekrachtmetingen uit een vliegtuig?

3 Seismiek
De snelheid van seismische trillingen in ijs is gemiddeld $3{,}8 \cdot 10^3$ m s^{-1}. Bovenop een ijslaag met een dikte van 2,9 km worden explosieven tot ontploffing gebracht.

- **a** Bereken na hoeveel tijd de reflectie van de explosie door een geofoon vlak bij de bron wordt gemeten.

Een andere geofoon staat op 1,2 km afstand van de bron.

- **b** Bereken na hoeveel tijd de reflectie van de explosie door deze geofoon wordt gemeten.
- **c** Leg uit hoe met deze methode een beeld kan worden gevormd van de ondergrond.

1 Het inwendige van de aarde

In deze paragraaf leer je:
- hoe een geofysicus onderzoek doet naar de samenstelling van de aarde;
- uit welke lagen de aarde is opgebouwd, op basis van samenstelling en op basis van mechanische eigenschappen;
- wat de toepassingen zijn van geofysisch onderzoek.

Het diepste boorgat in de aarde is gemaakt in Rusland op het schiereiland Kola: ruim twaalf kilometer diep. Vergeleken met de straal van de aarde (ongeveer 6000 km) stelt dat niet veel voor. Alleen gesteenten uit de buitenste dunne laag van de aarde kunnen dus rechtstreeks onderzocht worden. Onderzoekers moeten daarom op een *indirecte* manier het inwendige van de aarde onderzoeken.

Geofysische methoden

Alleen door middel van boringen kan een geofysicus direct te weten komen welke gesteenten en mineralen zich op een bepaalde diepte bevinden (figuur 1). Het nadeel is dat boringen relatief duur zijn en dat je slechts van één bepaalde plaats het profiel van de bodem te weten komt. Meerdere boringen zijn nodig om een compleet beeld te krijgen. Bovendien gaan boringen vaak niet diep genoeg.



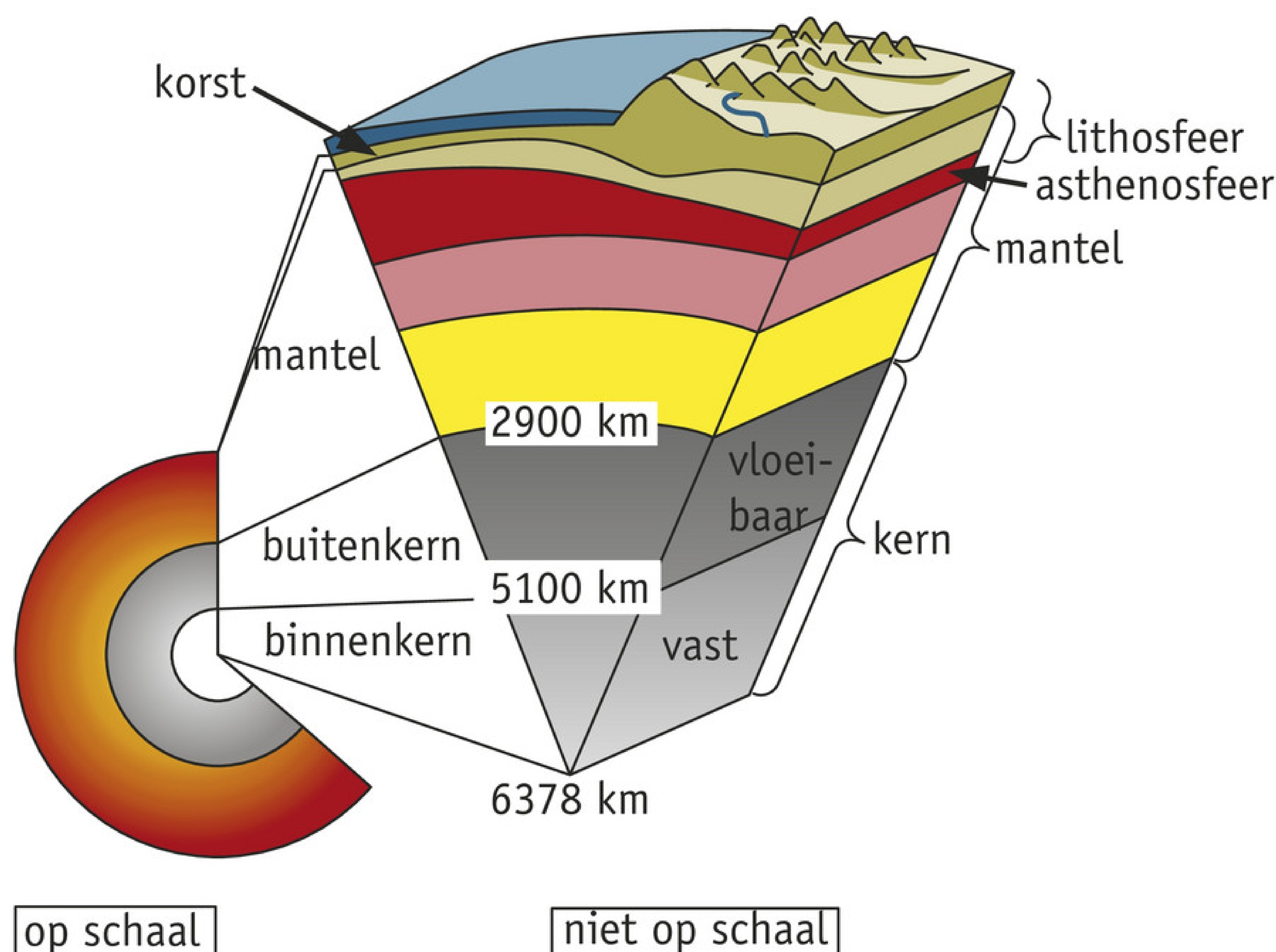
▲ **figuur 1** Een geoloog onderzoekt een deel van een boorkolom.

Daarom meet een geofysicus vaak eerst met verschillende methoden de eigenschappen van de gesteenten onder het aardoppervlak, zoals de snelheid waarmee trillingen zich voortbewegen, de dichtheid en magnetische en elektrische eigenschappen. Deze gegevens worden gebruikt in computermodellen, die een beeld geven van hoe de bodem is opgebouwd en of er zich op een bepaalde diepte interessante mineralen bevinden.

Lagen in de aarde

Een veelgebruikte geofysische methode is **seismologie**: de studie naar trillingen in de aarde die vrijkomen bij aardbevingen. Uit seismologisch onderzoek is gebleken dat de aarde uit verschillende lagen bestaat (figuur 2). De snelheid van seismische trillingen verandert abrupt tussen de ene en de andere laag. Vanaf het aardoppervlak zijn er de volgende lagen:

- **Aardkorst**. De buitenste laag van de aarde is vast en bestaat voornamelijk uit graniet en basalt. De aardkorst is dun: ongeveer 8 km onder oceanen en 32 km onder continenten. De aardkorst bestaat uit verschillende delen: de continentale platen. Die platen drijven als het ware op de volgende laag, de mantel.
- **Mantel**. De mantel is ongeveer 2900 km dik en grotendeels vervormbaar. Mantelgesteenten bestaan grotendeels uit silicaathoudende mineralen, zoals olivijn en pyroxeen.
- **Buitenkern**. De buitenkern is ongeveer 2200 km dik en bestaat voornamelijk uit vloeibaar ijzer en nikkel. Door de stromingen (convectie) in de buitenkern wordt een magneetveld opgewekt. De precieze werking is niet bekend, maar van belang is dat in nikkel en ijzer vrije elektronen voorkomen die door de stroming een magneetveld opwekken. Deze stroming kan in de loop van de tijd veranderen, waardoor het magneetveld kan variëren. Het blijkt dat in de geschiedenis van de aarde de richting van het magneetveld meerdere keren is omgekeerd.
- **Binnenkern**. Door de extreme druk op deze diepte is het binnenste deel van de aarde vast.

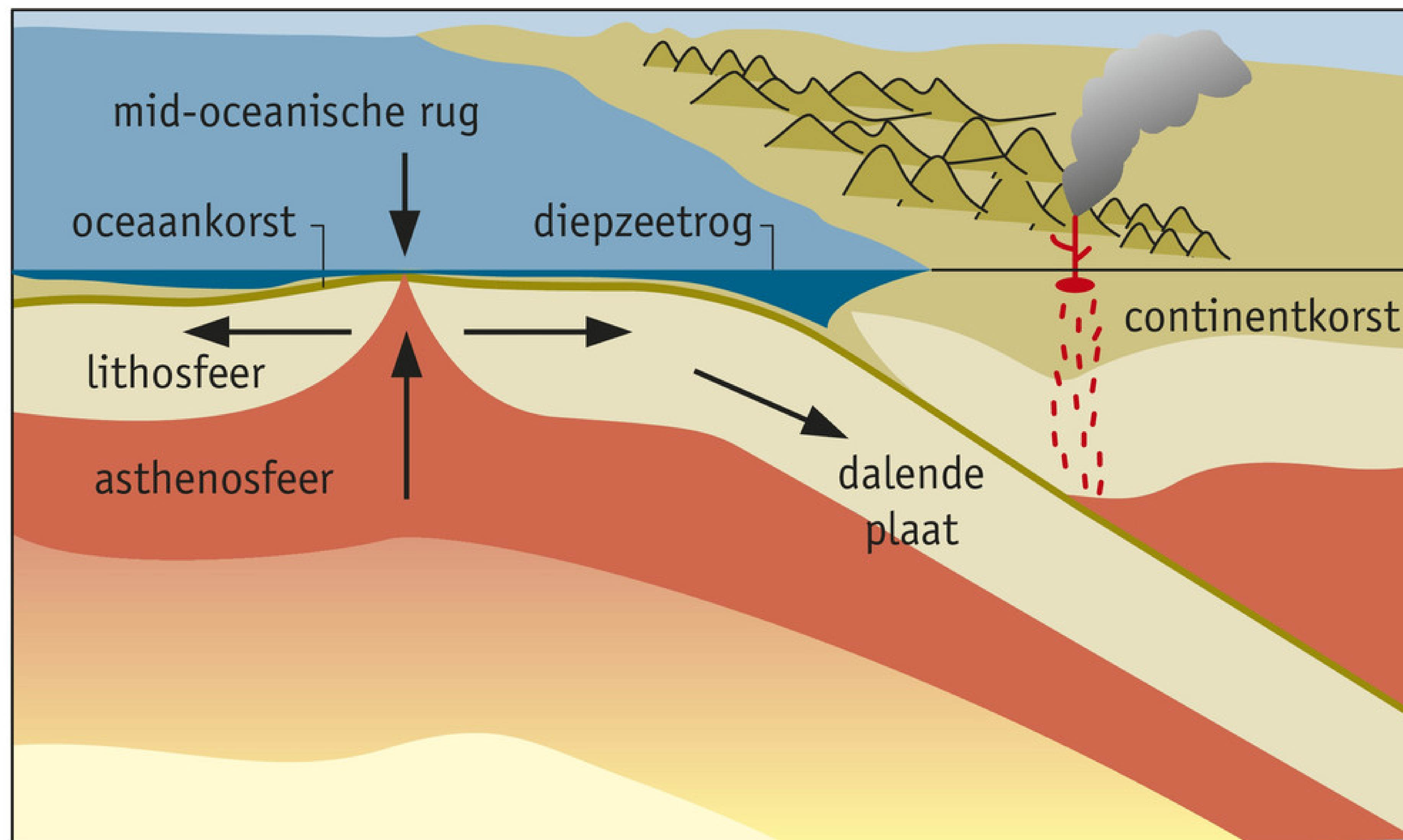


▲ **figuur 2** het inwendige van de aarde

Vaak gebruiken geofysici een andere indeling, op basis van mechanische eigenschappen, vanaf het aardoppervlak:

- **Lithosfeer**. Dit is de aardkorst en het bovenste deel van de mantel. De lithosfeer bestaat uit voornamelijk vast gesteente, dat onder druk niet vervormt, maar breekt. De dikte varieert tussen 100 km onder oceanen en 400 km onder continenten.
- **Asthenosfeer**. Dit deel van de mantel is door de hoge temperatuur gemakkelijk te vervormen. De lithosfeer drijft als het ware op de asthenosfeer. Deze laag is ongeveer 100 km dik.
- **De rest van de mantel**. De rest van de mantel is vast, maar kan nog wel iets vervormen.
- De laatste twee lagen zijn dezelfde als hierboven: de buitenkern en de binnenkern.

Er wordt nog steeds onderzoek gedaan naar deze opbouw, bijvoorbeeld naar de beweging van gesteenten in de mantel. Daar treedt **convectie** op, zoals in een een pan soep op het vuur. Warme gesteenten die zich diep in de mantel bevinden, stijgen op en koudere gesteenten dalen. Deze bewegingen en de uitwisseling van warmte vormen de motor achter de bewegingen van de platen in de lithosfeer, waardoor bijvoorbeeld de verschillende continenten ten opzichte van elkaar bewegen (figuur 3).



▲ **figuur 3** bewegingen van continentale platen

Toepassingen van geofysisch onderzoek

Geofysische metingen worden voor verschillende praktische toepassingen gebruikt. Bijvoorbeeld voor het opsporen van olie en gas, en andere delfstoffen. Oliemaatschappijen gebruiken vooral seismische methoden. Omdat deze methoden duur zijn, worden vaak eerst zwaartekrachtmetingen of magnetische metingen vanuit een vliegtuig gedaan. Zo kan relatief gemakkelijk een groot gebied onderzocht worden. Voor het opsporen van metaalertsen kunnen, naast seismische methoden, elektrische, magnetische en zwaartekrachtmetingen gebruikt worden.
Op kleinere schaal worden geofysische methoden bijvoorbeeld ingezet bij bouwprojecten, om de stabiliteit van de ondergrond te bepalen. Ook archeologisch onderzoek maakt tegenwoordig gebruik van deze methoden. Zo kunnen overblijfselen van oude culturen in de bodem ontdekt worden zonder dat daarvoor een opgraving nodig is.
Veel geofysisch onderzoek wordt gedaan naar de kans op **aardbevingen**. Door de bewegingen in de platen in de lithosfeer ontstaan er op sommige plekken in de aardkorst mechanische spanningen. Bij het ‘ontspannen’ ontstaat een aardbeving. Deze bewegingen worden nauwkeurig bijgehouden om te bepalen in welke gebieden er een grotere kans op aardbevingen is. Helaas is het nog lang niet mogelijk om het tijdstip en de kracht van aardbevingen te voorspellen.
Vulkanisme is beter voorspelbaar. Als gesmolten gesteente omhoogkomt, zal het een weg naar de oppervlakte zoeken. De lithosfeer is vast, waardoor het gesmolten gesteente alleen omhoog kan komen door barsten in het omringende gesteente te veroorzaken. Als het gesteente barst, ontstaan er trillingen die meetbaar zijn. Deze geven een indicatie van de hoeveelheid gesmolten gesteente die opstijgt. Zo komen geologen erachter bij welke vulkanen er een verhoogd risico is op een uitbarsting. Ze gebruiken daarvoor ook andere gegevens, zoals een plaatselijke opzwelling van het aardoppervlak of de samenstelling van gassen die vrijkomen in een vulkanisch gebied.

Onthoud!

- Onderzoek naar het inwendige van de aarde wordt grotendeels gedaan met indirecte meetmethoden op basis van natuurkundige eigenschappen van gesteenten, zoals de snelheid waarmee trillingen zich voortbewegen, de dichtheid en magnetische en elektrische eigenschappen.
- Geofysische metingen worden onder andere gebruikt bij de opsporing van delfstoffen, bij bouwprojecten, bij archeologisch onderzoek en bij onderzoek naar vulkanisme en aardbevingen.
- Op grond van de samenstelling wordt de aarde opgedeeld in een (aard)korst, mantel, buiten- en binnenkern.
- Op grond van mechanische eigenschappen onderscheiden geofysici de lithosfeer (vast) en asthenosfeer (vervormbaar).

Opdrachten

1 Seismologie
Seismologie houdt zich bezig met onderzoek naar het inwendige van de aarde met behulp van trillingen.
Noem de natuurlijke trillingsbron die wordt gebruikt voor het onderzoek naar de diepste structuren in de aarde.

2 Lithosfeer en asthenosfeer
Het onderste deel van de lithosfeer en de asthenosfeer horen beide bij de mantel.
a Noem het belangrijkste verschil tussen de lithosfeer en de asthenosfeer.
b Noem de belangrijkste overeenkomst tussen het onderste deel van de lithosfeer en de asthenosfeer.

3 Lagen in de aarde
De aarde bestaat uit verschillende lagen.
a Noem de laag waarin het aardmagneetveld wordt opgewekt.
b Leg uit welke twee eigenschappen van deze laag het mogelijk maken om een magneetveld op te wekken.

Je maakt een model van de aarde ter grootte van een voetbal waarin je de vier aardlagen (aardkorst, mantel, buiten- en binnenkern) op schaal weergeeft.
c Bereken de dikte die elke laag moet hebben. Een voetbal heeft een diameter van 22 cm.

4 Geofysische methoden
In de paragraaf worden vijf verschillende geofysische methoden genoemd.
Leg voor de volgende drie situaties uit welke geofysische methode het meest geschikt is:
I onderzoek naar de aanwezigheid van giftige stoffen in de bodem
II onderzoek naar breuklijnen en scheuren in een rotsformatie
III lokaliseren van oude metalen leidingen in de bodem

5 Mid-oceanische rug
In figuur 3 is te zien hoe bij een mid-oceanische rug de oceanische platen uit elkaar drijven waardoor mantelgesteente uit de asthenosfeer naar de oppervlakte kan komen.
a Geef een mogelijke oorzaak voor het opwellen van mantelgesteente.

In figuur 3 duikt de oceanische plaat onder de continentale plaat.
b Wat kun je hieruit afleiden over de dichtheid van beide platen?

+6 Kern van de maan
De maan heeft een mantel die wat samenstelling betreft lijkt op de mantel van de aarde. De dichtheid van de mantel van de maan bedraagt $3{,}3 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.
Gebruik gegevens uit Binas om te bepalen of de maan, net als de aarde, een ijzeren kern heeft. Ondersteun je antwoord door een berekening.

---

2 Zwaartekrachtmetingen

In deze paragraaf leer je:
- dat de valversnelling niet overal op aarde dezelfde waarde heeft;
- welke oorzaken er zijn voor de afwijkingen in de valversnelling;
- hoe met zwaartekrachtmetingen delfstoffen gevonden kunnen worden.

De zwaartekracht is niet overal op aarde even sterk, onder andere door de eigenschappen van verschillende gesteenten. Een snelle manier voor het in kaart brengen van plaatsen waar zich mogelijk delfstoffen bevinden is het uitvoeren van zwaartekrachtmetingen vanuit een vliegtuig.

De valversnelling

De gemiddelde valversnelling is in Nederland 9,81 m s^{-2} (Binas tabel 7A). In een vacuüm valt een veertje even snel als een blok lood: de valversnelling is dus onafhankelijk van de massa van het voorwerp dat je laat vallen. De valversnelling is een gevolg van de gravitatiekracht die massa's op elkaar uitoefenen. De valversnelling kun je berekenen met:

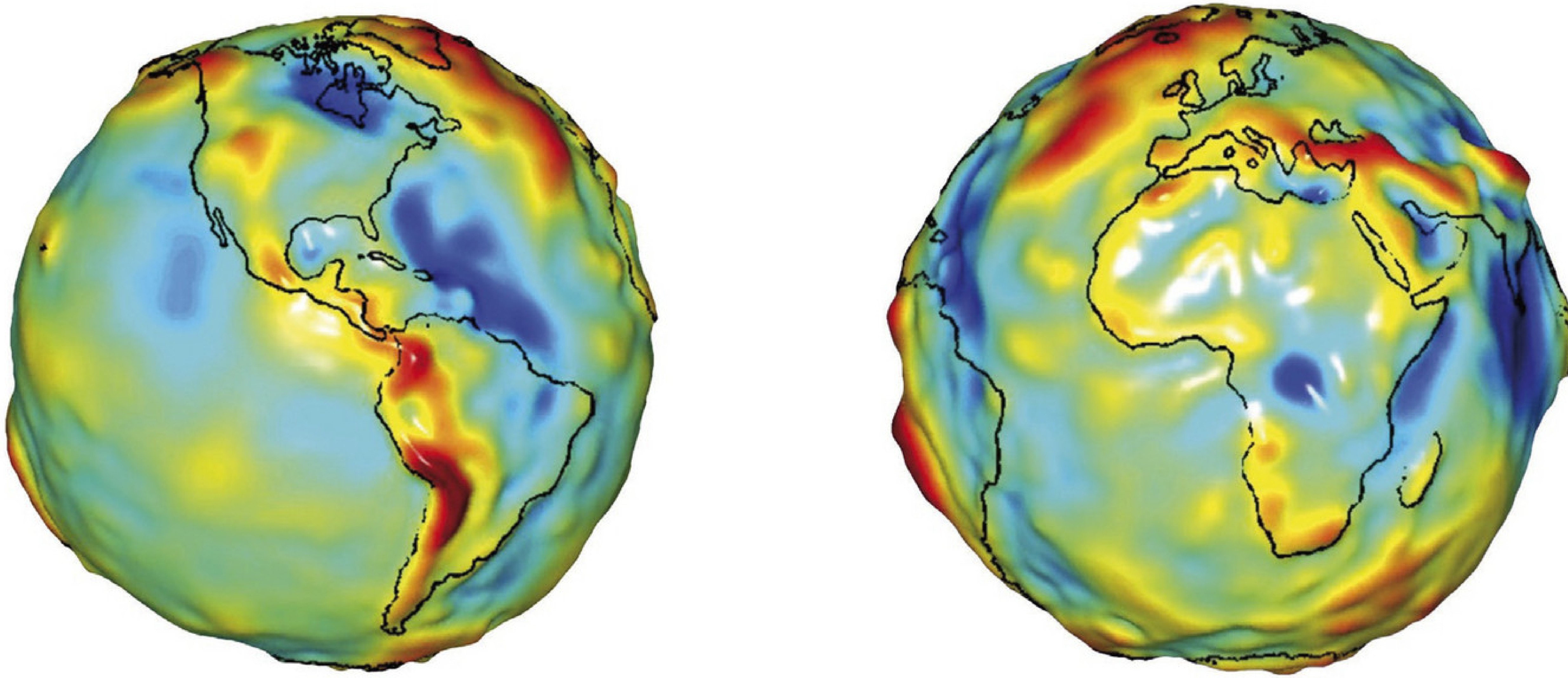
$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Hierin is:
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- G de gravitatieconstante in newton keer meter kwadraat per kilogram kwadraat (N m^2 kg^{-2});
- M de massa van het lichaam dat het voorwerp aantrekt (de aarde) in kilogram (kg);
- r de afstand van het vallende voorwerp tot het massamiddelpunt van het lichaam dat het voorwerp aantrekt in meter (m).

De aarde heeft een massa van $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg en de gemiddelde straal is $6{,}371 \cdot 10^6$ m (zie Binas tabel 31). G heeft een waarde van $6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (Binas tabel 7A). Als je deze waarden invult in de formule voor de valversnelling, dan vind je een waarde van 9,819 m s^{-2}. Deze waarde zou je meten wanneer de aarde een perfecte bol was, er geen invloed was van de gravitatiekracht van de zon en de maan en als de aarde niet zou draaien.

Variaties in de valversnelling

In werkelijkheid zijn er grote variaties in de valversnelling op aarde. Zo kun je op de evenaar een waarde meten van 9,78 m s^{-2} en op de polen 9,83 m s^{-2}. Dat komt doordat de aarde geen perfecte bol is: de straal is bij de evenaar groter dan bij de polen. Bovendien draait de aarde om haar as. Beide effecten, verschil in straal en draaiing, zorgen voor een lagere valversnelling aan de evenaar.
De valversnelling hangt ook nog af van getijdenwerking, veroorzaakt door de draaiing van de maan om de aarde en van de aarde-maan om de zon. En wanneer je bovenop een berg staat, dan zorgt de massa van de berg voor een extra aantrekking en zo een hogere valversnelling (figuur 4). Dat je hoger bent, en dus verder van het massamiddelpunt van de aarde, zorgt weer voor een lagere waarde, zoals volgt uit de formule voor de valversnelling.



▲ **figuur 4** Afwijkingen van de zwaartekracht. Rood geeft aan dat de zwaartekracht sterker is ten opzichte van de zwaartekracht van een geheel gladde aarde, blauw dat de zwaartekracht zwakker is.

Tot slot veroorzaken dichtheidsverschillen in de aarde afwijkingen in de valversnelling. Een geofysicus wil deze dichtheidsverschillen meten, om zo te onderzoeken uit welke gesteenten de ondergrond bestaat en of zich daar delfstoffen in bevinden. Deze gemeten dichtheidsverschillen zullen dus gecorrigeerd moeten worden voor alle andere afwijkingen.

Meten van de valversnelling

Om dichtheidsverschillen te meten maakt een geofysicus eerst met een **gravimeter** (zwaartekrachtmeter) een gedetailleerde kaart van de grootte van de valversnelling. De metingen worden vervolgens gecorrigeerd voor de breedtegraad en de hoogte waarop de metingen zijn uitgevoerd, en de massa van het gebergte.
Als je op een bepaalde hoogte boven zeeniveau de valversnelling meet, dan is de afstand tot het massamiddelpunt van de aarde groter en zul je dus een lagere waarde meten. Als de hoogte h waarop je je bevindt klein is ten opzichte van de straal R van de aarde, dan is de verandering van de valversnelling te benaderen met:

$$\delta g_{\text{hoogte}} = -\frac{2 \cdot g \cdot h}{R}$$

Hierin is:
- **δg_{hoogte}** de verandering van de valversnelling ten gevolge van de hoogte in meter per seconde kwadraat ($\mathrm{m\,s^{-2}}$);
- h de hoogte boven zeeniveau in meter (m);
- g de valversnelling op zeeniveau voor een bolvormige aarde in meter per seconde kwadraat ($\mathrm{m\,s^{-2}}$);
- R de straal van de aarde in meter (m).

De ρ (kleine letter delta) geeft aan dat het om een kleine afwijking gaat. Voor δg_{hoogte} wordt meestal een standaardwaarde gebruikt gebaseerd op een perfect ronde, niet roterende aarde. In dat geval geldt:

$$\delta g_{\text{hoogte}} = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \cdot h$$

Als je in een gebergte de valversnelling meet, moet je rekening houden met de aantrekkingskracht van de ‘extra’ massa onder je van het gesteente waaruit het gebergte is opgebouwd. Dit zorgt ervoor dat de zwaartekracht sterker is. De correctie voor de gravitatiekracht van het gebergte kun je berekenen. Deze wordt **Bouguer-correctie** genoemd. Als je aanneemt dat het

gebergte uit graniet bestaat en het gebergte zich als een vlakke plaat oneindig ver uitstrekt, dan bedraagt de Bouguer-correctie:

$$\delta g_B = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \cdot h$$

Hierin is:
- δg_B de Bouguer-correctie in meter per seconde kwadraat ($m\,s^{-2}$);
- h de dikte van het gebergte boven zeeniveau in meter (m).

Tot slot moet je nog corrigeren voor de breedtegraad waarop je je bevindt, de getijdenwerking en hoogteverschillen in het terrein (reliëf, dus afwijkingen van de vlakke plaat). Omdat die correcties ingewikkelder zijn, hoef je alleen te weten hoe je rekening houdt met de hoogte- en Bouguer-correcties. De gecorrigeerde meting bereken je dan als:

$$g_{corr} = g_{meting} - \delta g_{hoogte} - \delta g_B$$

Hierin is:
- g_{corr} de gecorrigeerde valversnelling in meter per seconde kwadraat ($m\,s^{-2}$);
- g_{meting} de gemeten valversnelling in meter per seconde kwadraat ($m\,s^{-2}$).

Deze correctie moet dus uitgevoerd worden als je op het land een meting doet. De afwijking tussen de gecorrigeerde waarde en de waarde die je verwacht op basis van een homogene, bolvormige aarde geeft informatie over dichtheidsverschillen in de bodem.

Voorbeeldopgave 1

Op een hoogvlakte op 1200 m boven zeeniveau wordt een valversnelling gemeten van 9,803 547 $m\,s^{-2}$.
Bereken de gecorrigeerde valversnelling.

Uitwerking
Uit $g_{meting} = g_{corr} + \delta g_{hoogte} + \delta g_B$ volgt:
$g_{corr} = g_{meting} - \delta g_{hoogte} - \delta g_B$

$\delta g_{hoogte} = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \cdot h = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \times 1200 = -3{,}703 \cdot 10^{-3}\ m\,s^{-2}$
$\delta g_B = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \cdot h = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \times 1200 = 1{,}343 \cdot 10^{-3}\ m\,s^{-2}$
$g_{corr} = g_{meting} - \delta g_{hoogte} - \delta g_B$
$= 9{,}803\,547 + 0{,}003\,703 - 0{,}001\,343$
$= 9{,}805\,907\ m\,s^{-2}$

Onthoud!

- De valversnelling is niet overal op aarde gelijk doordat de aarde niet bolvormig is, doordat de aarde om haar as draait, door getijdenwerking, door hoogteverschillen en reliëf, en door verschillen in samenstelling van de aarde.
- Sommige gesteenten hebben een hogere dichtheid dan andere gesteenten. Dit kan met zwaartekrachtmetingen worden gedetecteerd.
- Als de zwaartekracht op een bepaalde hoogte wordt gemeten, wordt er gecorrigeerd voor de hoogte boven zeeniveau (δg_{hoogte}) en de massa van het gesteente tussen de meting en zeeniveau (δg_B, de Bouguer-correctie). Daarnaast moet gecorrigeerd worden voor het reliëf, de breedtegraad en de getijdenwerking.

Opdrachten

7 Zwaartekrachtmetingen
Zwaartekrachtmetingen kunnen worden gebruikt om de eigenschappen van een gesteente te bepalen.
Leg uit welke eigenschap je uit deze metingen kunt afleiden.

8 Correctiefactor voor hoogte en gesteente
De 'correctiefactoren' δg_{hoogte} en δg_{B} hebben een verschillend teken.
a Leg uit waarom het teken verschillend is voor deze twee correcties.

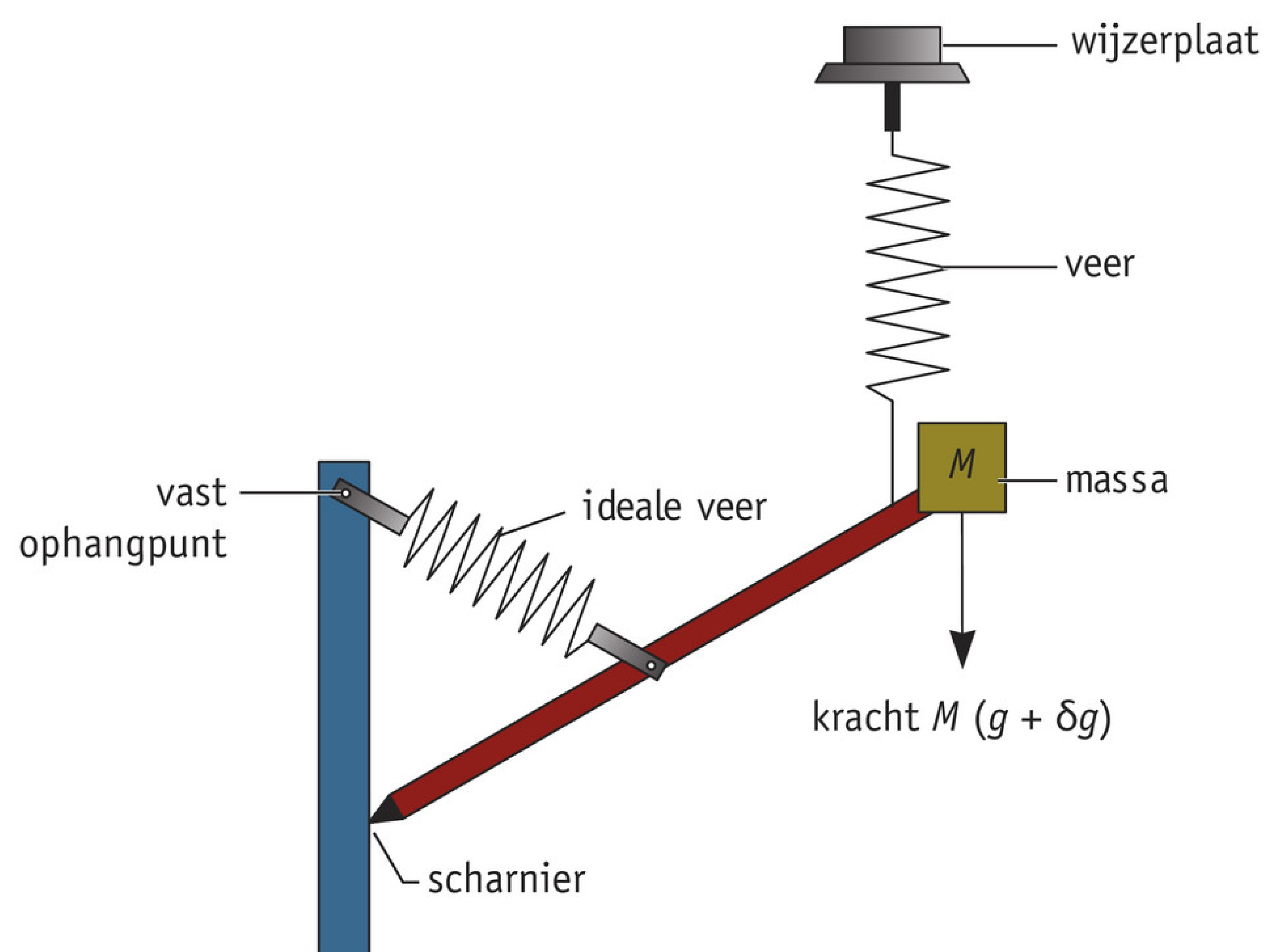
Deze twee correcties worden vaak gecombineerd.
b Leg uit in welke situatie de twee correcties gecombineerd kunnen worden en in welke situatie niet.
c Stel één formule op voor de combinatie van deze twee correcties.

9 Bouguer-correctie
In de formule voor de Bouguer-correctie komt een constante voor.
a Leid af welke eenheid deze constante moet hebben.

De algemene formule voor de Bouguer-correctie is: $\delta g_{\text{B}} = 2\pi \cdot G \cdot \rho \cdot h$. Hierin is ρ de dichtheid van het gesteente met dikte h dat zich tussen meting en zeeniveau bevindt.
b Bereken de waarde van de constante voor de Bouguer-correctie die uit deze formule volgt. Vergelijk je uitkomst met de waarde gegeven in de paragraaf en geef een verklaring voor een eventueel verschil.

10 Gravitatieversnellingen op aarde
In Binas tabel 30B vind je metingen van de gravitatieversnelling voor verschillende plaatsen op aarde.
a Geef een verklaring voor het verschil tussen de waarde voor de polen en de evenaar.
b Bereken op basis van de formules uit de theorie de waarde van g in Johannesburg.
c Vergelijk je antwoord bij opdracht b met de waarde in Binas tabel 30B en geef een verklaring voor een eventueel verschil.

11 Gravimeter
Een gravimeter werkt met een bekende massa die aan een veer is opgehangen (figuur 5). Als de zwaartekracht op deze massa groter is, zal de veer iets verder uitrekken. Door deze uitrekking zo nauwkeurig mogelijk te meten kan de valversnelling berekend worden.



◀ **figuur 5** principe van een gravimeter

De massa van *M* in figuur 5 is 1,00 kg. Bij $g = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ is de uitrekking van de veer 30,0 cm.

a Bereken de uitrekking van de veer als $g = 9{,}78\ \mathrm{m\,s^{-2}}$. Neem aan dat de veer voldoet aan de wet van Hooke. Negeer het effect van de extra veer in figuur 5.

Moderne gravimeters kunnen een verschil van $1 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ meten.

b Bereken de uitrekking van de gravimeter in figuur 5 bij $g = 9{,}810\,000\,1\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

De bij opdracht b gevonden uitwijking van de veer is te klein om waar te nemen.

c Bedenk een mechanisme om de uitwijking van de veer te vergroten zodat deze wel kan worden afgelezen.

+12 Invloed van het reliëf

Het reliëf op het aardoppervlak geeft ook een afwijking op de gemeten valversnelling, $\delta g_{\text{reliëf}}$. Beredeneer wat het teken zal zijn van $\delta g_{\text{reliëf}}$ ten gevolge van:

a een hoge berg in de buurt van de meting;

b een diep dal in de buurt van de meting.

+13 Invloed van de breedtegraad

Om te corrigeren voor de vorm en de draaiing van de aarde wordt de volgende formule gebruikt:

$g_\lambda = 9{,}780\,318\,(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2\lambda - 0{,}000\,005\,9 \cdot \sin^2 2\lambda)$

Hierin is λ de breedtegraad.

a Gebruik de gegeven formule om de waarden voor *g* in Binas te controleren voor de evenaar en de Noordpool.

b Gebruik alle in deze paragraaf besproken correcties om de waarde voor *g* in Johannesburg te controleren. Geef een verklaring voor een mogelijk verschil.

3 Seismologie en seismiek

In deze paragraaf leer je:

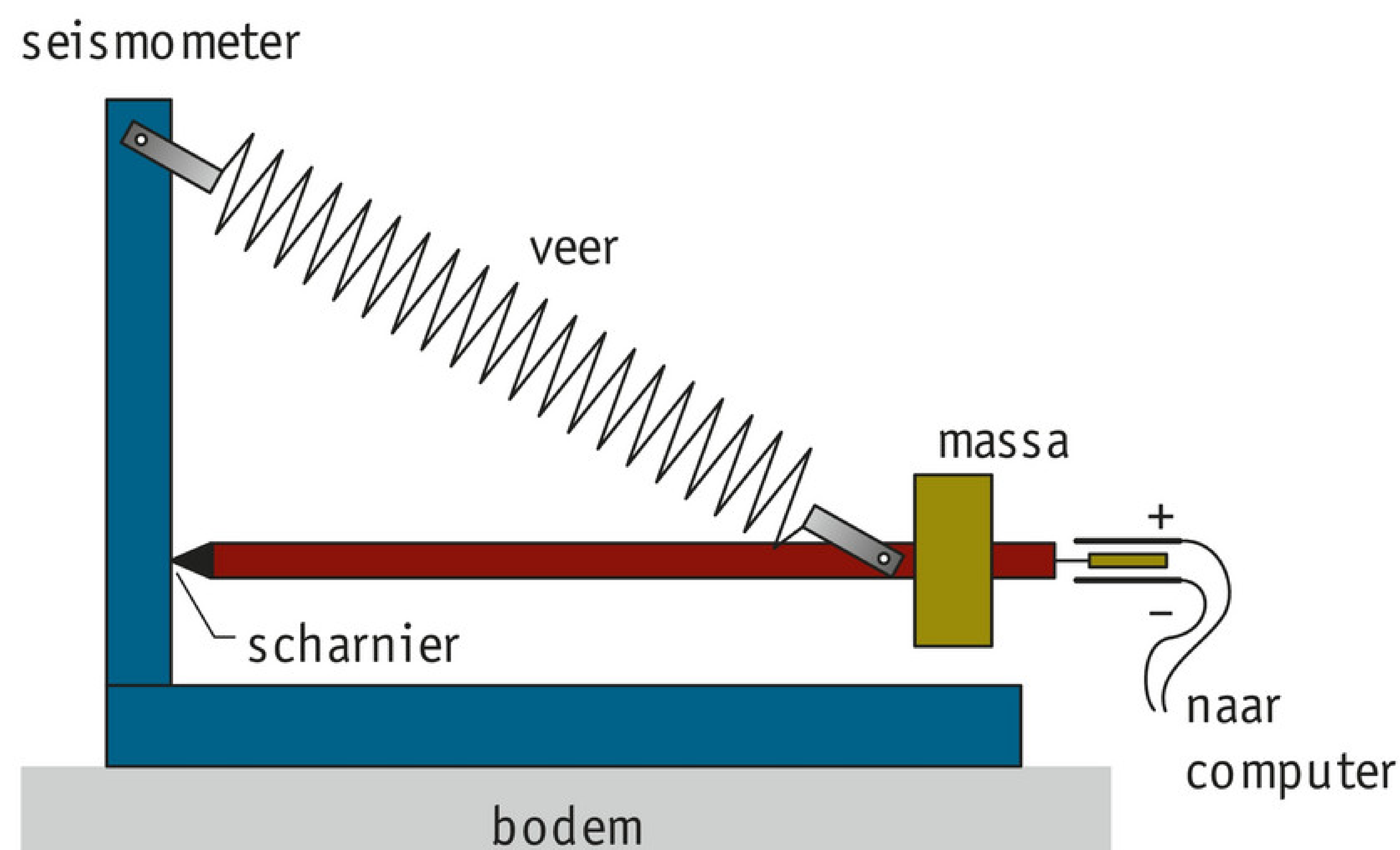
- het verschil en de overeenkomst tussen seismologie en seismiek;
- dat er bij aardbevingen verschillende trillingen ontstaan met verschillende eigenschappen;
- hoe met seismiek onderzoek wordt gedaan naar de structuur van de bodem en de aanwezigheid van delfstoffen.

Door te meten hoe trillingen zich in de aarde voortplanten kunnen geofysici het inwendige van de aarde bestuderen. Vaak wordt gebruikgemaakt van de trillingen afkomstig van aardbevingen. Dit wordt **seismologie** genoemd. Geofysici kunnen ook zelf trillingen opwekken om onderzoek te doen aan de bodem. In dat geval spreek je van **seismiek**.

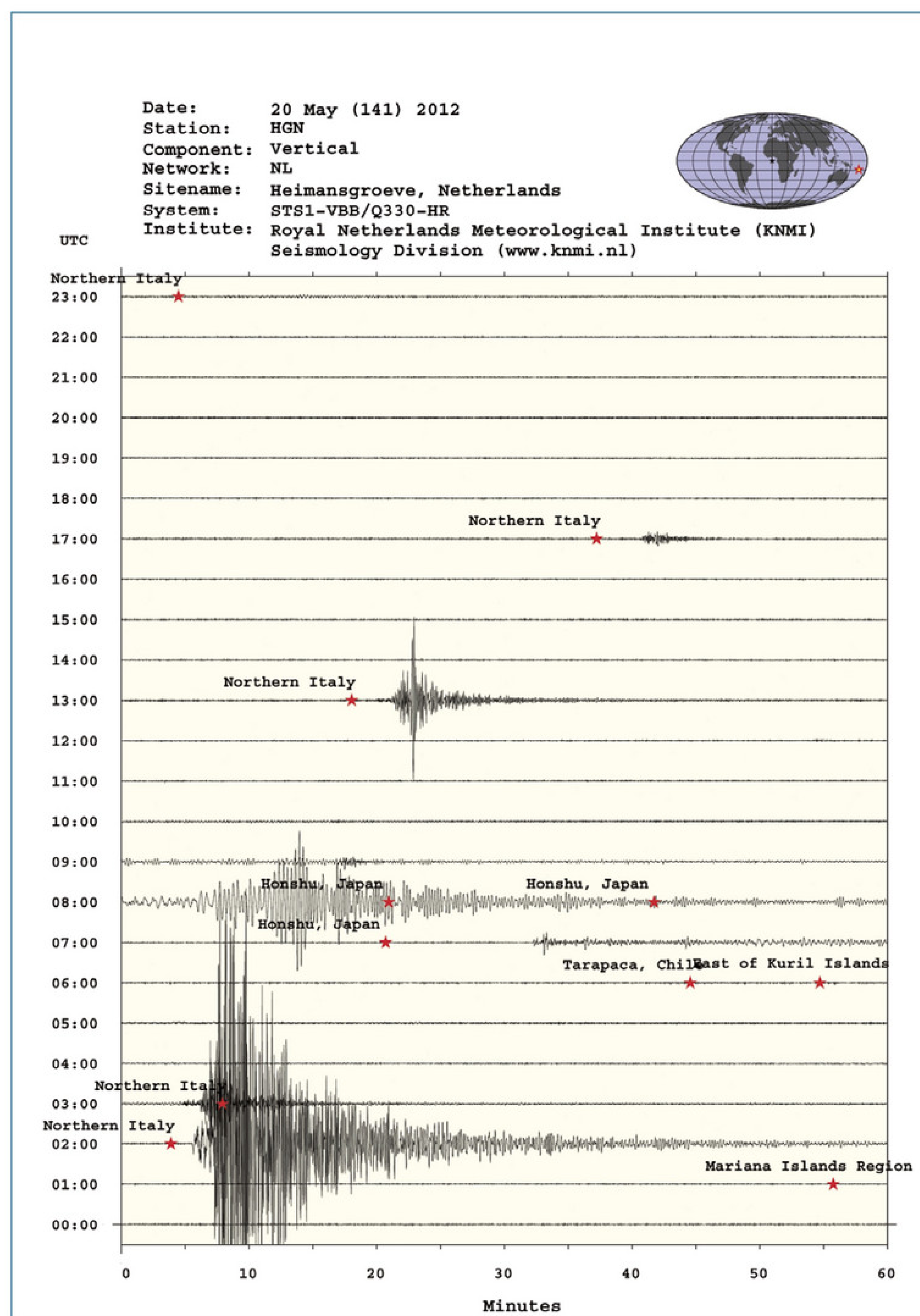
Seismologie

Dagelijks vinden er vele aardbevingen plaats in de aarde. De meeste aardbevingen zijn licht en veroorzaken weinig of geen schade, zodat ze niet in het nieuws komen. De trillingen die door een aardbeving worden opgewekt, bewegen zich als golven door de aarde en kunnen op andere plekken met seismometers worden gemeten. Een **seismometer** bestaat uit een massa die los van

het aardoppervlak hangt (figuur 6). Door de traagheid blijft de massa op dezelfde plek, terwijl de rest van de seismometer met het aardoppervlak meebeweegt. Door het meten van de beweging van de massa ten opzichte van de rest van de seismometer krijg je een **seismogram**, dat de beweging van het aardoppervlak laat zien (figuur 7).



▲ **figuur 6** bouw van een seismometer

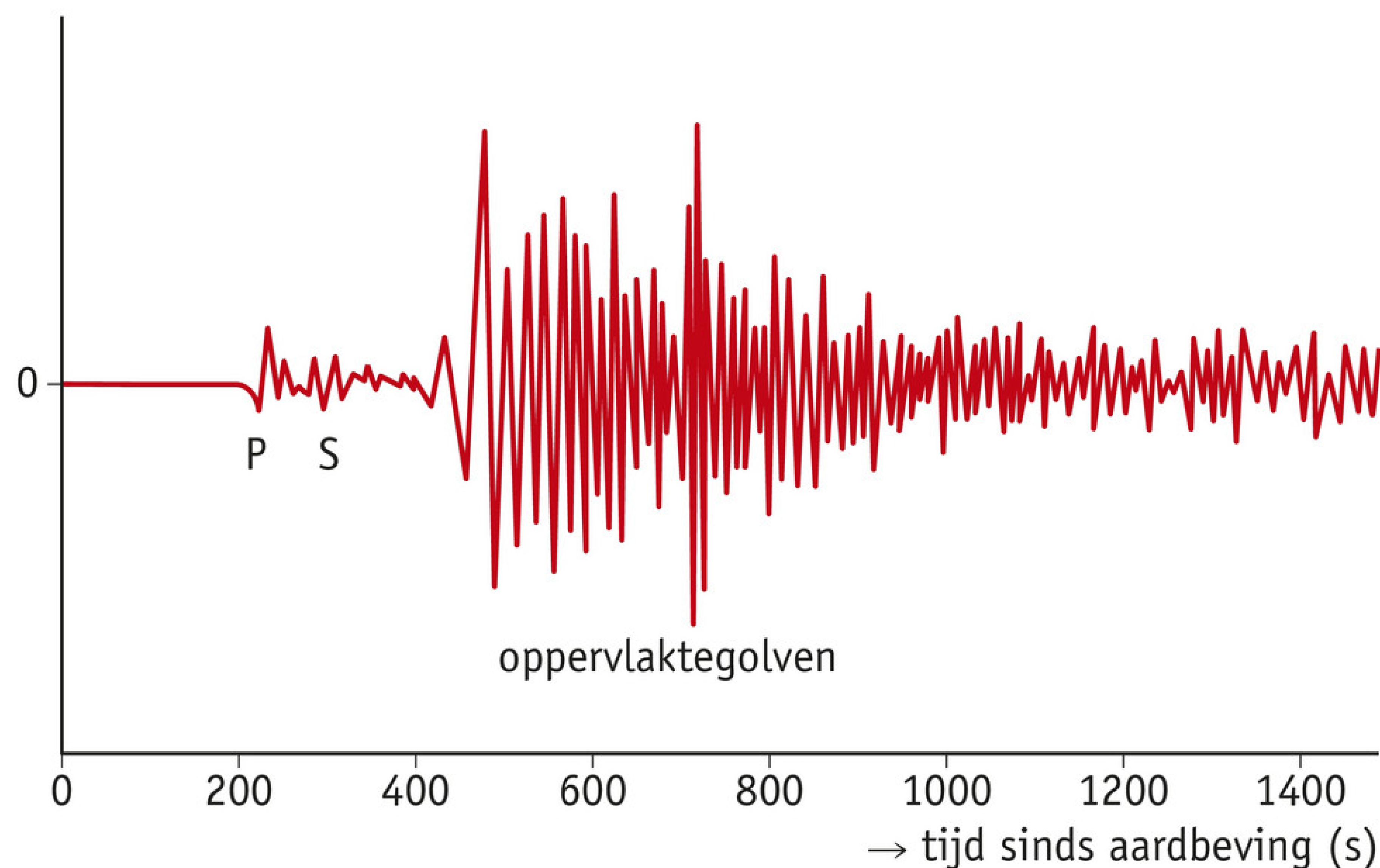


▲ **figuur 7** voorbeeld van een seismogram dat gemaakt is in Zuid-Limburg

Soorten trillingen

De trillingen die door een aardbeving worden opgewekt, bestaan uit verschillende soorten golven. De belangrijkste zijn: P-golven, S-golven en oppervlaktegolven. **P-golven** hebben de grootste snelheid en worden in een seismogram het eerst gedetecteerd. De P staat voor 'primary', ofwel 'eerste'. **S-golven** hebben een kleinere snelheid en komen later aan. S staat voor 'secondary', ofwel 'tweede'. Uit het tijdverschil tussen de aankomst van de P- en de S-golven kun je een indicatie krijgen van de afstand tot de aardbeving. P-golven en S-golven gaan dwars door de aarde heen. Naarmate de afstand groter is, neemt de sterkte van de trillingen af.

Oppervlaktegolven verplaatsen zich door de aardkorst. Daardoor neemt de sterkte van de trillingen minder sterk af dan bij P- en S-golven. In het seismogram komen ze als laatste aan en geven de grootste uitwijking (figuur 8). Het zijn de oppervlaktegolven die voor de schade zorgen bij aardbevingen.



▲ **figuur 8** detail van een seismogram waarin een aardbeving wordt geregistreerd

Voorbeeldopgave 2

P-golven hebben in de aardkorst een gemiddelde snelheid van $v_P = 6{,}0\cdot10^3\ \text{m s}^{-1}$. S-golven hebben een gemiddelde snelheid van $v_S = 3{,}5\cdot10^3\ \text{m s}^{-1}$. In een seismogram komen de S-golven 20 s later aan dan de P-golven.
Bereken op welke afstand de aardbeving plaatsvond.

Uitwerking
Neem aan dat de P-golven aankomen na een tijd t_P. De S-golven komen dan aan op $t_S = t_P + Pt$, met $Pt = 20$ s. De P-golven hebben een afstand afgelegd van $6{,}0.10^3 \cdot t_P$.
De S-golven hebben een afstand afgelegd van $3{,}5.10^3 \cdot (t_P + 20)$. Deze twee afstanden moeten gelijk zijn:
$6{,}0\cdot10^3 \cdot t_P = 3{,}5\cdot10^3 \cdot (t_P + 20)$
Oplossen geeft:
$(6{,}0\cdot10^3 - 3{,}5\cdot10^3) \cdot t_P = 3{,}5\cdot10^3 \times 20$

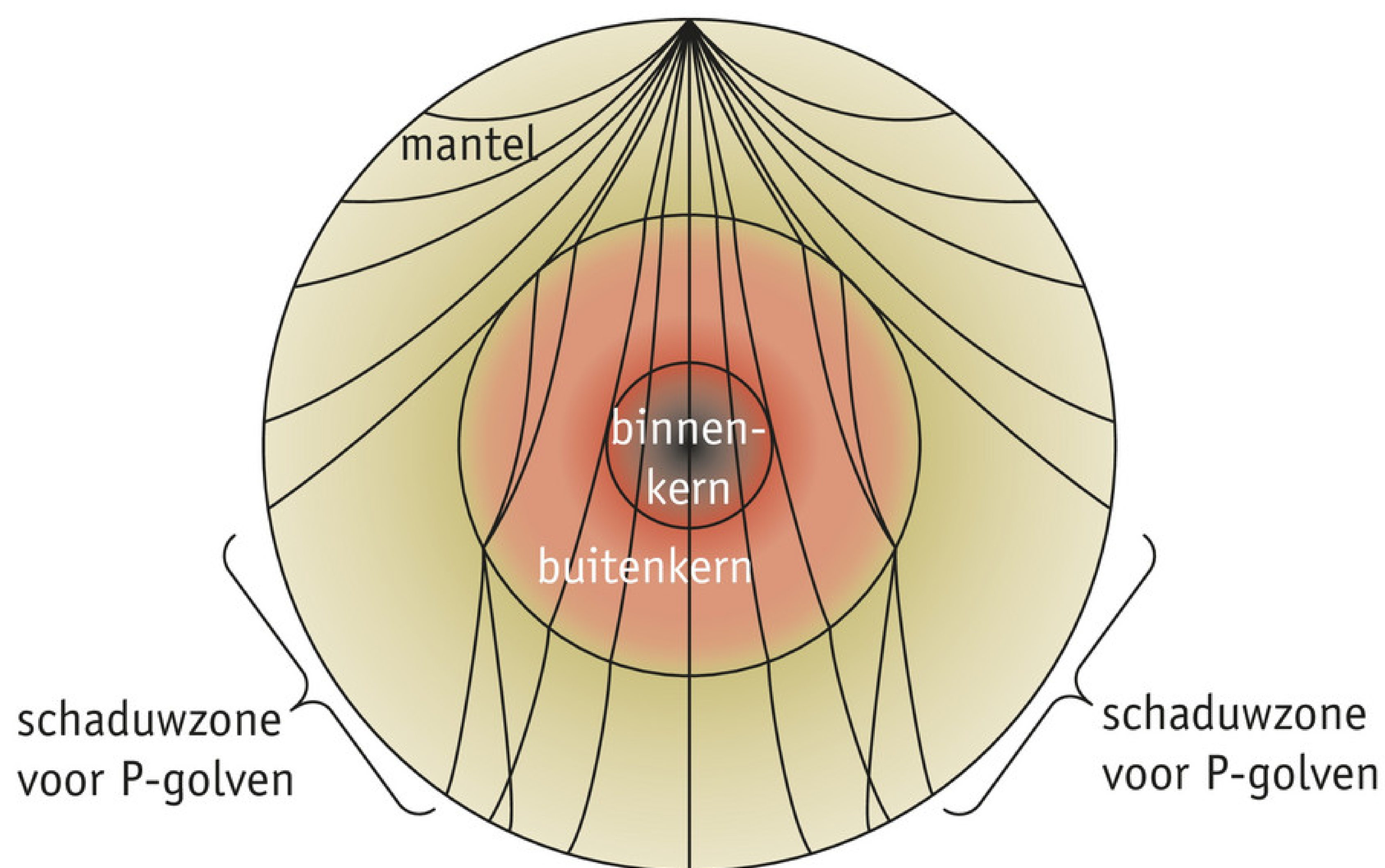
$$t_P = \frac{3{,}5\cdot10^3 \times 20}{6{,}0\cdot10^3 - 3{,}5\cdot10^3} = 28\ \text{s}$$

De afstand tot de aardbeving is dan: $s = v_P \cdot t_P = 6{,}0\cdot10^3 \times 28 = 1{,}7\cdot10^5$ m.

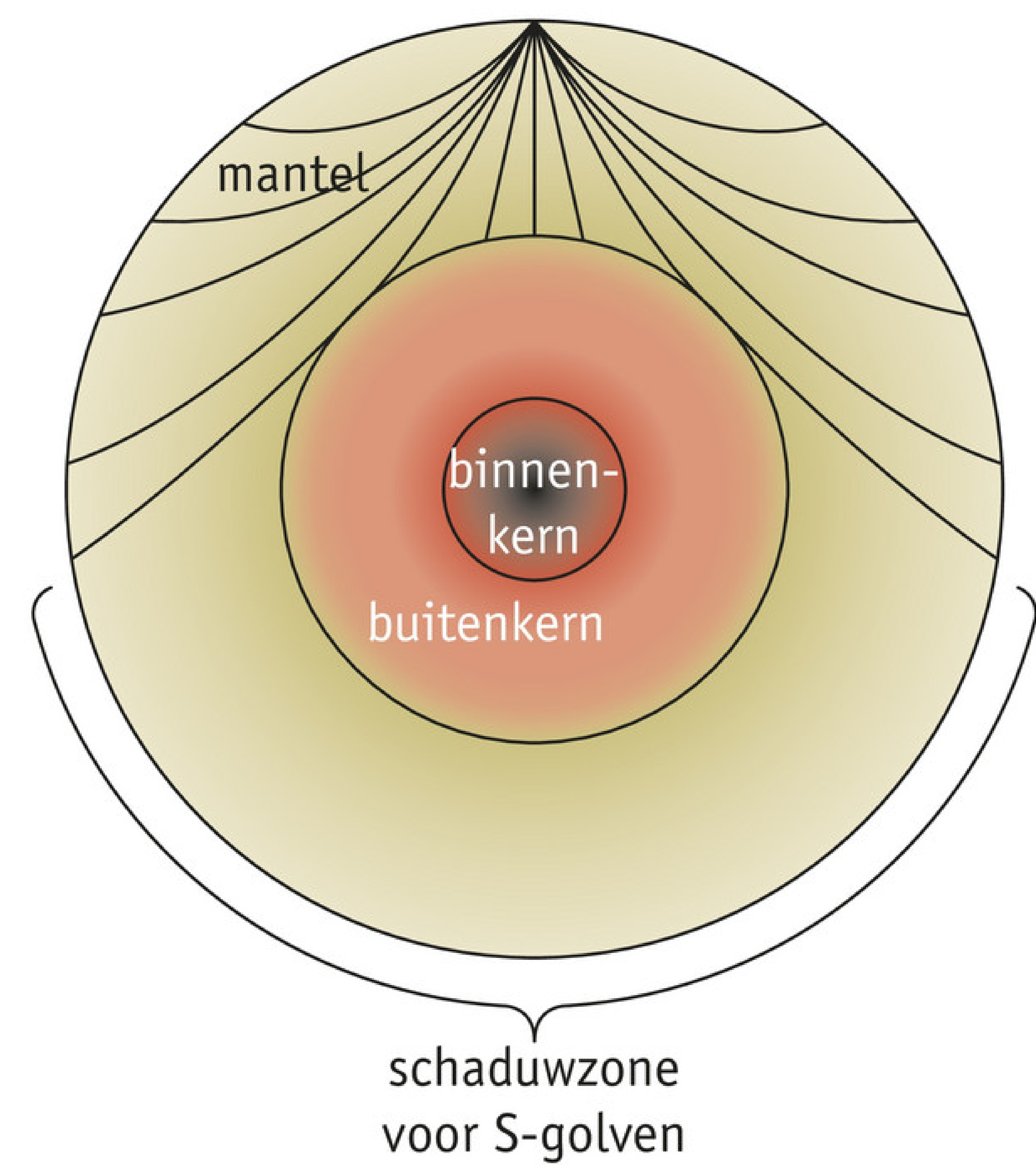
Paden van seismische golven

De dichtheid van de gesteenten in de aarde neemt toe als je dieper komt. Daardoor wordt de snelheid van seismische golven groter met toenemende diepte. De seismische golven volgen daardoor een pad dat gebogen is. Hetzelfde verschijnsel vindt plaats bij licht, waarbij breking optreedt bij de overgang van bijvoorbeeld lucht naar water.
De buitenkern is vloeibaar en de snelheid van P-golven is daar een stuk lager dan in de mantel, die vast is. Het gevolg is dat P-golven sterk breken op de overgang van mantel naar buitenkern (figuur 9). Daardoor ontstaat een zogenoemde **schaduwzone** waar geen rechtstreekse P-golven van een aardbeving terechtkomen. S-golven gaan helemaal niet door een vloeistof heen. Ze komen dus niet door de vloeibare buitenkern heen. De schaduwzone voor S-golven is daarom groter dan die voor P-golven (figuur 10).

Naast breking ontstaan er bij abrupte overgangen, zoals van de mantel naar de buitenkern, ook reflecties. De golven worden daar zoals licht op een spiegel weerkaatst. De breking en reflectie van trillingen door de aarde kunnen samen gebruikt worden om een beeld te maken van het inwendige van de aarde.



▲ **figuur 9** ontstaan van een schaduwzone voor P-golven



▲ **figuur 10** ontstaan van een schaduwzone voor S-golven

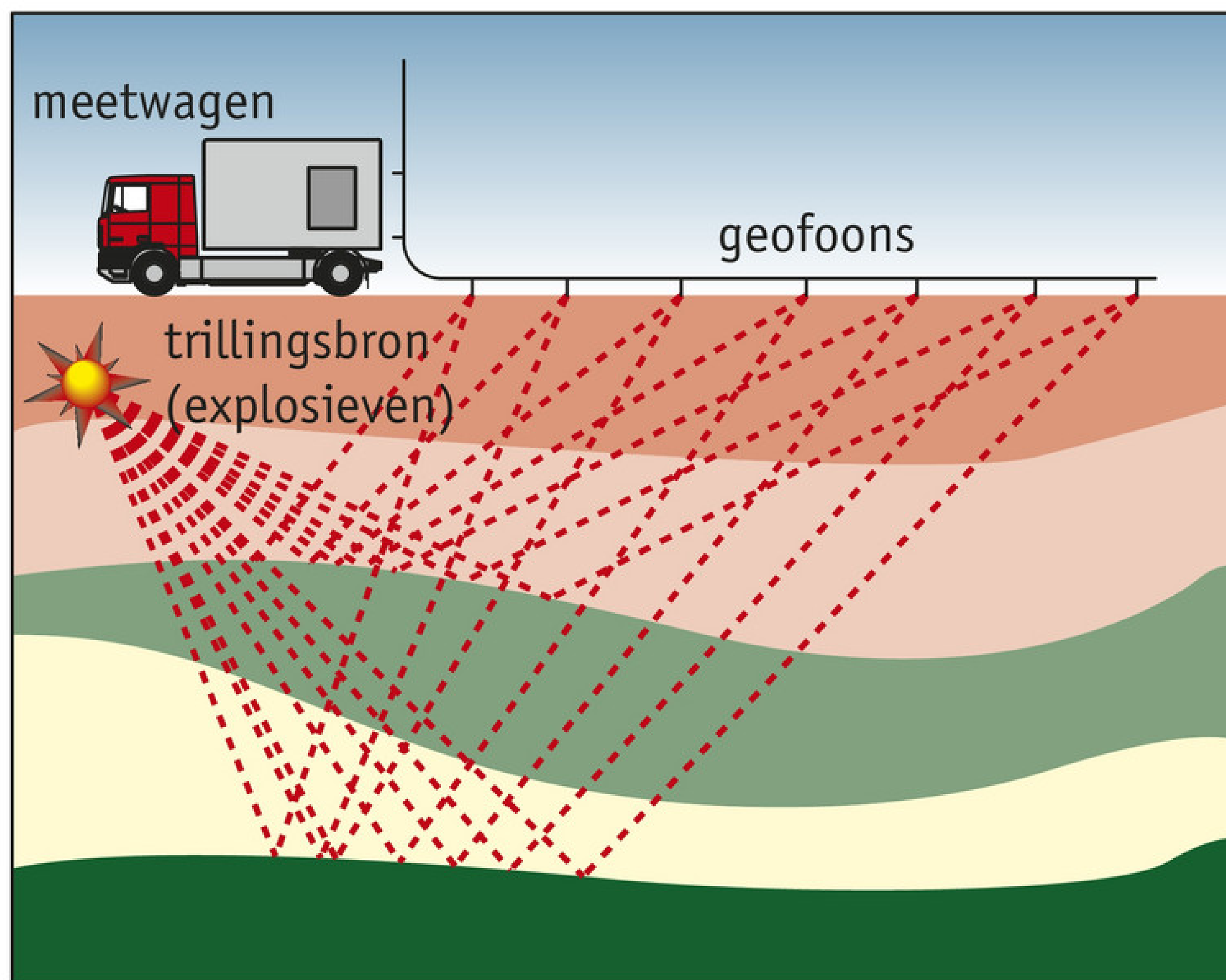
Seismiek

Bij seismiek worden kunstmatig trillingen opgewekt om de structuur van de bodem te bepalen. Voor het opsporen van olie- en gasvelden maakt men bijvoorbeeld gebruik van trillingen die met explosieven worden opgewekt of met behulp van speciale, zware vrachtwagens. Tussen de voor- en achterwielen van deze vrachtwagens zit een trilplaat (figuur 11). Met een pneumatisch systeem wordt de vrachtwagen opgetild, zodat deze op de trilplaat steunt. Door vervolgens de hele vrachtwagen te laten trillen, worden via die plaat trillingen de grond in gestuurd. In sommige gevallen kan worden volstaan met trillingen die worden opgewekt door met een moker op een plaat te slaan.

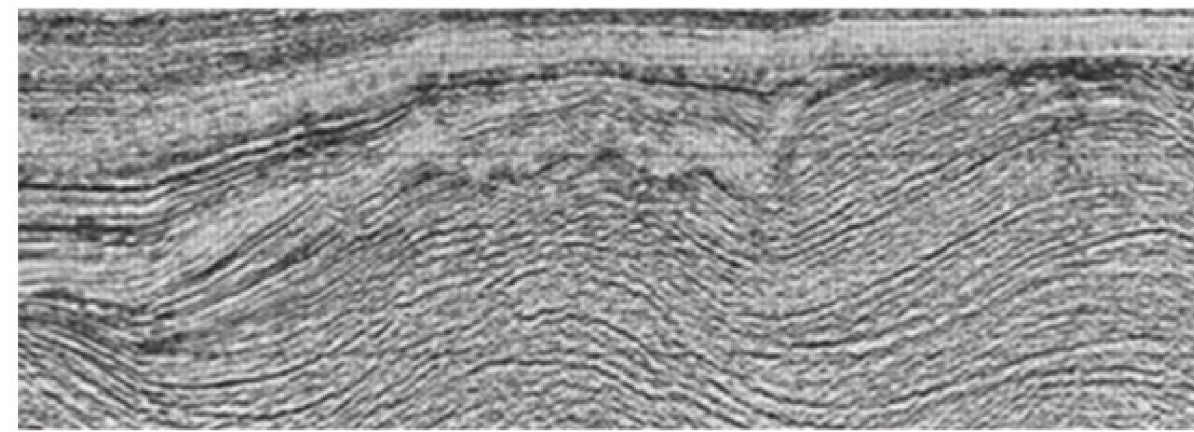


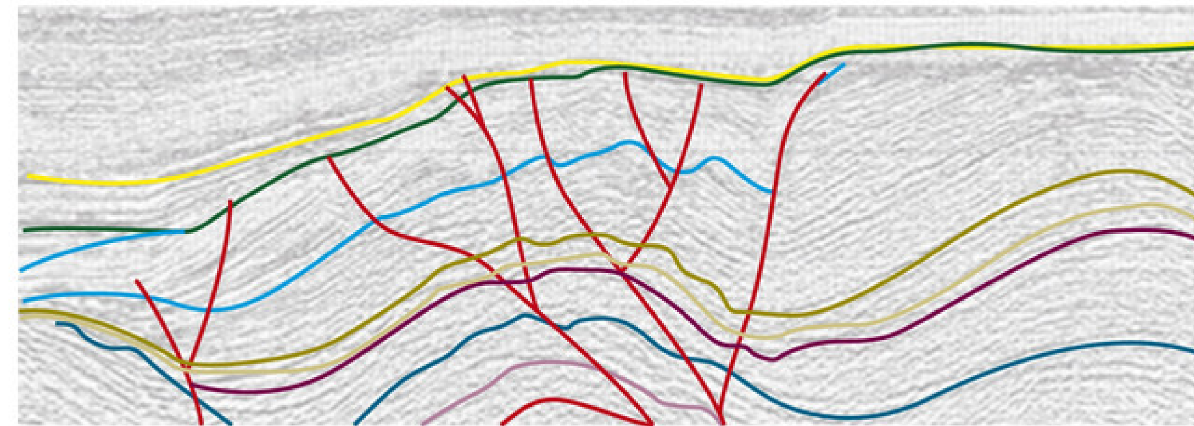
▲ **figuur 11** De trilplaat veroorzaakt seismische trillingen.

De trillingen worden vervolgens opgevangen met zogenoemde **geofoons**, seismometers die gemakkelijk verplaatst kunnen worden (figuur 12). De trillingen worden deels gereflecteerd en deels afgebogen. Door de signalen van meerdere geofoons met elkaar te vergelijken kan een beeld worden samengesteld van de opbouw van de bodem (figuur 13).



▲ **figuur 12** hoe reflecties aankomen bij geofoons





▲ **figuur 13** boven: het beeld zoals dat van de geofoons komt; onder: interpretatie van de ligging van lagen in de bodem

▶ **EXPERIMENT 1** Trillingen meten met een versnellingsmeter (begripspracticum)

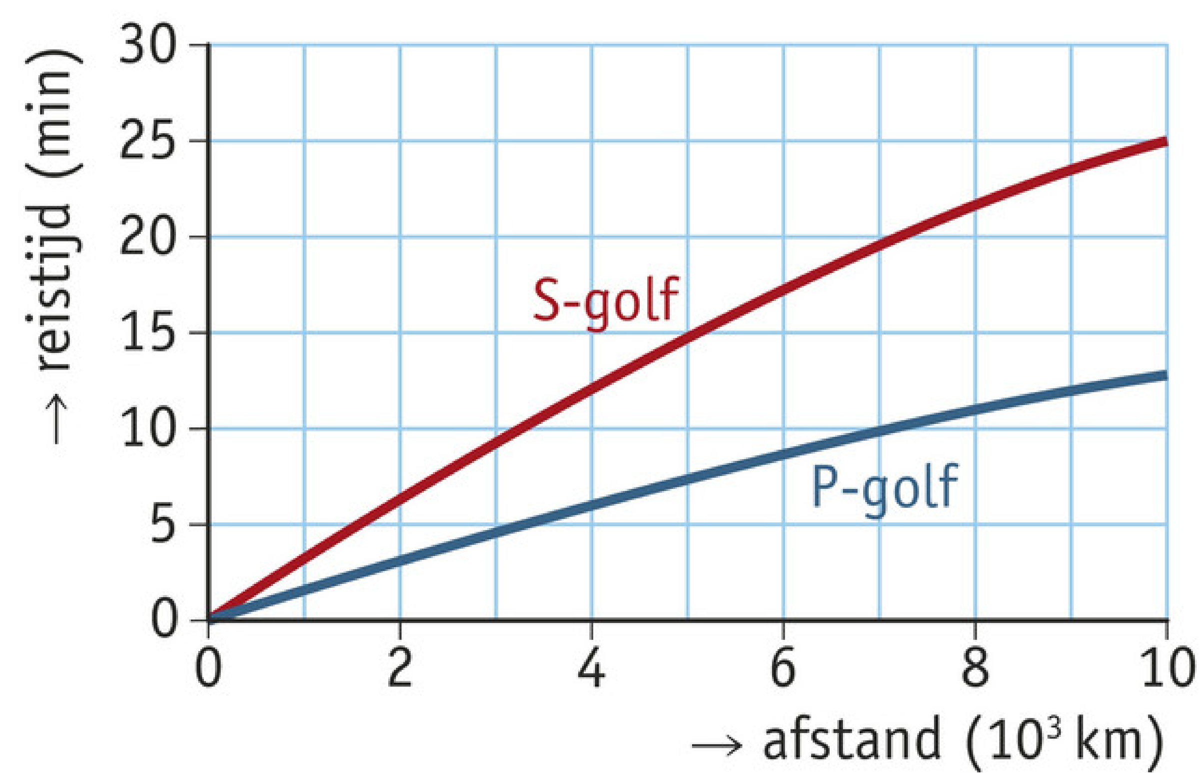
Onthoud!

- Seismologie is het onderzoek naar aardbevingen en de trillingen die daardoor veroorzaakt worden.
- Bij een aardbeving ontstaan P-golven, S-golven en oppervlaktegolven. De P-golven hebben de grootste snelheid, de oppervlaktegolven de kleinste. Uit het verschil in aankomsttijd tussen de P- en de S-golven is de afstand tot de aardbeving af te leiden.
- Door buiging ontstaat er een schaduwzone voor P-golven. S-golven kunnen niet door een vloeistof heen en hebben daardoor een nog grotere schaduwzone.
- Seismiek is een methode waarbij geofysici trillingen opwekken en daarmee de structuur van de bodem onderzoeken.
- Voor onderzoek naar de structuur van de ondergrond wordt gekeken naar reflecties van seismische trillingen die worden opgevangen met geofoons.

Opdrachten

14 Seismometer
In een seismometer bevindt zich een blok met een grote massa.
a Leg uit waarom dit blok vrij moet kunnen bewegen.
b Leg uit waarom het blok het best een zo groot mogelijke massa heeft.

15 Afstand tot aardbeving
In een seismogram komt de S-golf 350 s later binnen dan de P-golf.
a Bereken de afstand tot de aardbeving op de manier van voorbeeldopgave 2.
b Gebruik figuur 14 om de afstand tot de aardbeving te bepalen.



▲ **figuur 14** reistijden van P- en S-golven voor een bepaalde afstand langs het aardoppervlak

c Vergelijk je antwoorden op opdracht a en b en geef een verklaring voor een eventueel verschil.

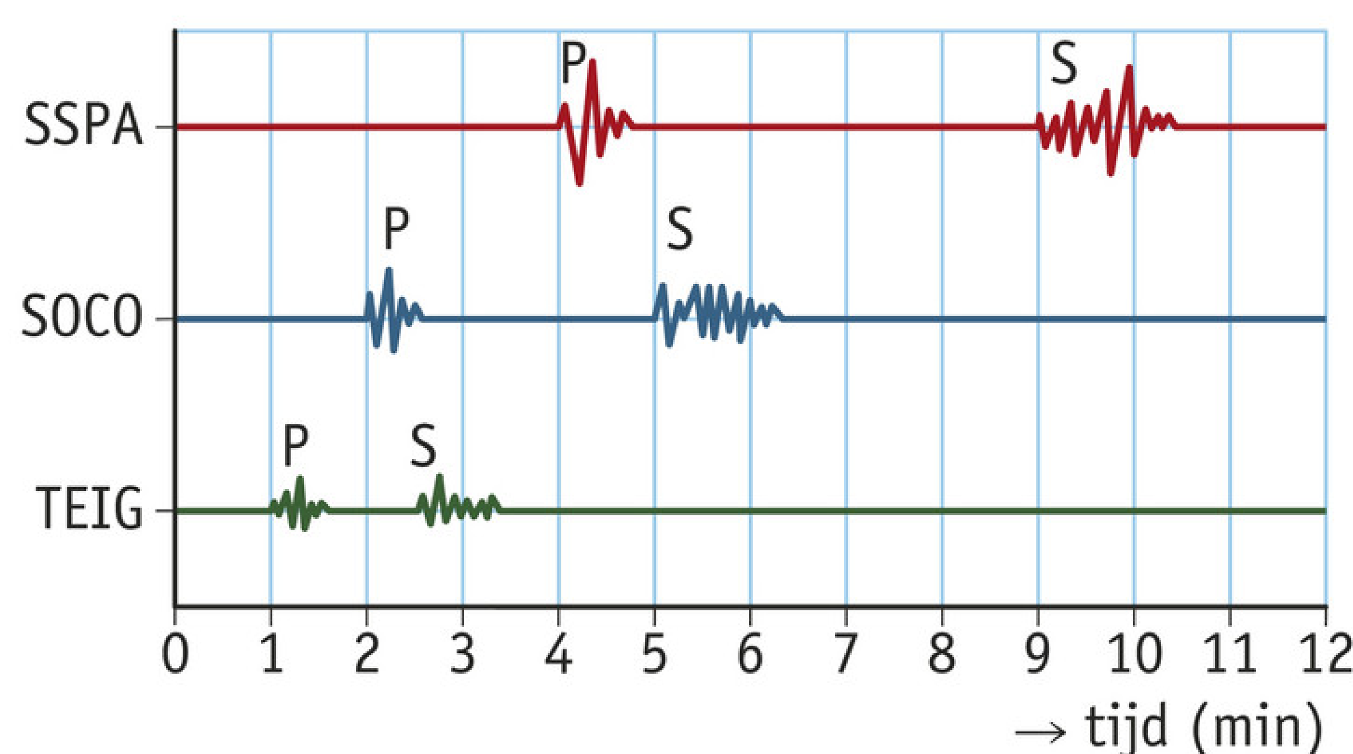
16 Snelheid S- en P-golven
S- en P-golven hebben een verschillende snelheid die bovendien verandert met de diepte. Bepaal met behulp van figuren 9, 10 en 14 of P- en S-golven dieper in de aarde een hogere of juist lagere snelheid hebben.

17 Seismogram
Bij een seismogram, zoals in figuur 13, zijn de trillingen gemeten door een groot aantal geofoons naast elkaar gezet. De trillingen die door één geofoon zijn opgevangen staan verticaal. De horizontale as geeft de positie van de geofoons weer. Je krijgt daardoor een beeld van de lagen die de golven reflecteren. De verticale as lijkt overeen te komen met de diepte, maar in feite wordt er een andere grootheid gemeten.

a Welke grootheid wordt er gemeten en moet dus langs de verticale as staan?
b Leg uit wat het verschil is met een profiel waar werkelijk de diepte langs de verticale as staat.

18 Locatiebepaling aardbeving
In figuur 15 zie je drie seismogrammen waarin de aankomst van de P- en de S-golven is aangegeven. Figuur 16 is een kaart van de ligging van de drie meetstations. Gebruik bij deze opdracht figuur 14.

a Bepaal hoe ver elk van de drie meetstations van de aardbeving af ligt.
b Bepaal met de kaart in figuur 15 waar de aardbeving moet hebben plaatsgevonden.
c Bereken voor elk van de drie meetstations hoe groot de gemiddelde snelheid van de P-golf is geweest.
d Leg uit waarom de drie snelheden die je bij opdracht c berekend hebt, hetzelfde of juist niet hetzelfde zijn.



▲ **figuur 15** seismogrammen van dezelfde aardbeving, waargenomen door drie verschillende meetstations



▲ **figuur 16** ligging van de meetstations uit figuur 15

+19 Schaduwzone S-golven
In figuur 10 is de schaduwzone voor S-golven te zien.
Bepaal uit figuur 10 de grootste afstand waarop met behulp van tijdverschillen tussen P- en S-golven de afstand tot de aardbeving bepaald kan worden.

4 Warmte

In deze paragraaf leer je:
- dat de temperatuur van de aarde een gevolg is van verschillende warmtebronnen;
- hoe de temperatuur als functie van de diepte in de aarde verloopt;
- de eigenschappen van verschillende lagen in de aarde verklaren op basis van de smelttemperatuur van gesteenten en de heersende temperatuur in de aarde;
- wat convectie is en welke rol deze vorm van warmtetransport speelt in de processen in de aarde.

De temperatuur in het binnenste van de aarde is hoger dan aan het oppervlak. Dit is zichtbaar in vulkanische gebieden. Op die plekken komt vloeibaar gesteente naar boven. Blijkbaar is de temperatuur op een bepaalde diepte zo hoog dat sommige gesteenten kunnen smelten.

Oorsprong van de warmte

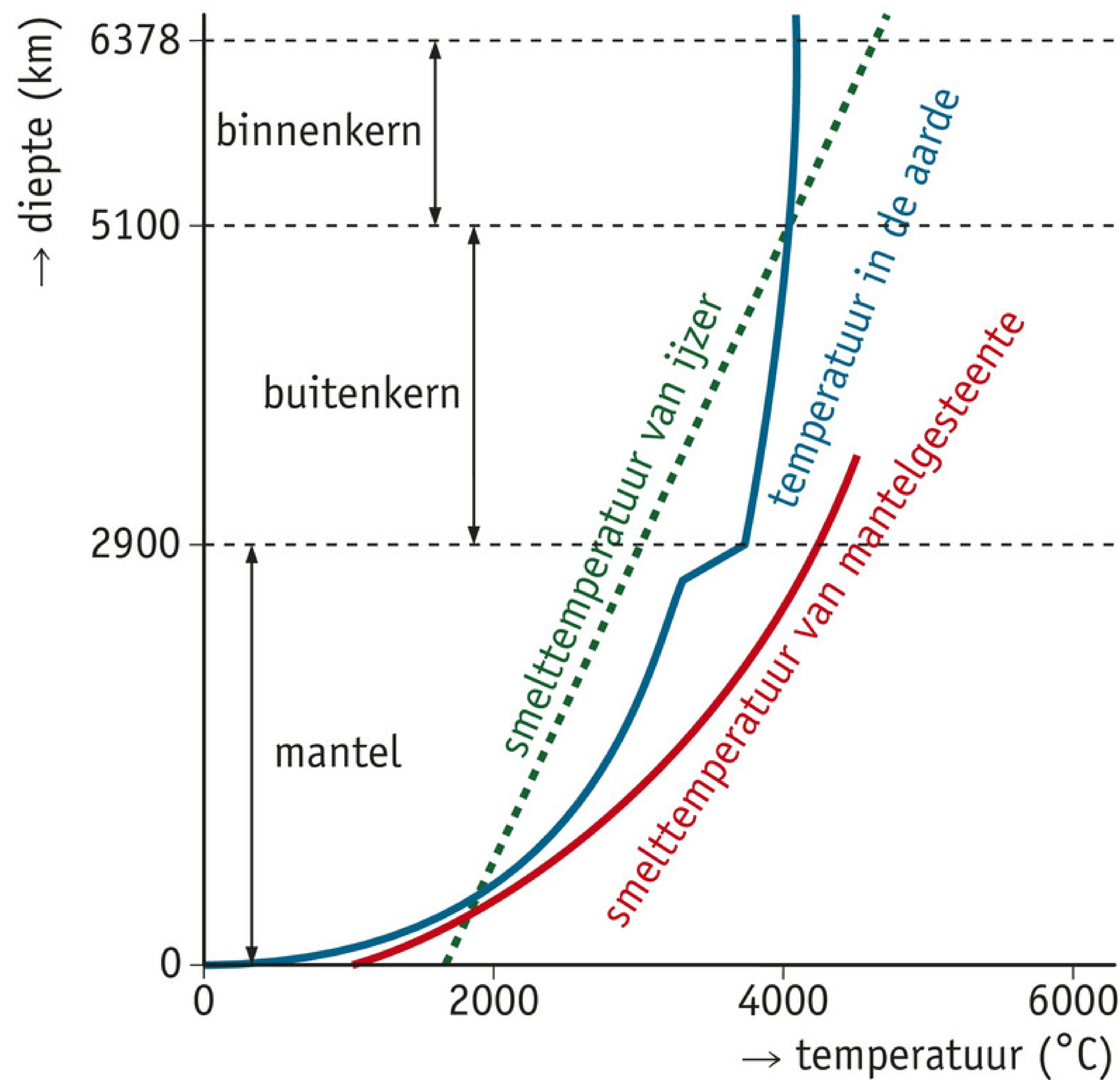
Een planeet zoals de aarde ontstaat doordat stof en brokken steen samenklonteren onder invloed van de zwaartekracht. De zwaarte-energie en de kinetische energie die de brokken steen daarbij verliezen, worden omgezet in warmte, waardoor de planeet in wording opwarmt. Zodra de planeet gevormd is, begint hij af te koelen. Door de omvang van de planeet en doordat het gesteente warmte niet goed geleidt, duurt het heel lang voordat de gehele planeet is afgekoeld.
In 1862 berekende de natuurkundige Lord Kelvin hoe oud de aarde zou kunnen zijn op basis van dat afkoelen. Zo kwam hij op een leeftijd tussen de veertig miljoen en tweehonderd miljoen jaar. Geologen en biologen uit zijn tijd betwijfelden deze uitkomst: de aarde moest veel ouder zijn om de vorming van geologische structuren en de evolutie van soorten mogelijk te maken. Begin twintigste eeuw werd op basis van radioactief verval bepaald dat de aarde al zo'n 4,6 miljard jaar oud moest zijn. Lord Kelvin had wel goed gezien hoe de aarde afkoelt, maar hij had geen rekening gehouden met andere warmtebronnen in de aarde.

Andere warmtebronnen

De belangrijkste warmtebron binnen in de aarde is het **verval** van radioactieve stoffen die zich in de gesteenten in de aarde bevinden, voornamelijk uranium en thorium. Deze radioactieve stoffen waren al aanwezig in het materiaal waaruit de aarde ontstond. Radioactiviteit was in de tijd van Lord Kelvin nog niet bekend, waardoor hij op een veel te lage leeftijd van de aarde uitkwam.
Er zijn nog andere warmtebronnen die ervoor zorgen dat het inwendige van de aarde opgewarmd wordt. Zo werken er door de maan en de zon getijdenkrachten op de aarde. Door deze krachten wordt de aarde als een stressballetje gekneed. Door deze vervormingen komt er warmte vrij.

Temperatuur van de aarde

Uit seismische metingen en laboratoriumonderzoek naar het gedrag van gesteenten onder extreme omstandigheden is het temperatuurverloop in de aarde afgeleid (figuur 17). De temperatuur neemt met diepte toe, hoewel niet altijd even sterk. In figuur 17 is aangegeven bij welke temperatuur mantelgesteenten en ijzer zullen smelten. Dieper in de aarde is de smelttemperatuur hoger omdat de druk er veel hoger is.



▲ **figuur 17** de temperatuur in de aarde vergeleken met het smeltpunt van mantelgesteente en ijzer

In de lithosfeer, dicht bij het aardoppervlak, is de temperatuur nog een stuk lager dan de smelttemperatuur van mantelgesteente. Daardoor is de lithosfeer vast. Op een bepaalde diepte komt de temperatuur dicht bij de smelttemperatuur van mantelgesteente, maar ligt er nog wel onder. Op die diepte begint de asthenosfeer, die daardoor gemakkelijk vervormbaar is.
Met het toenemen van de diepte neemt niet alleen de temperatuur toe, maar ook de druk. Bij een hogere druk zal de smelttemperatuur van een stof ook toenemen. Het gevolg is dat op grotere diepte in de mantel het gesteente weer vast is. In de buitenkern, die bestaat uit ijzer en nikkel, ligt de temperatuur boven de smelttemperatuur van ijzer: de buitenkern is vloeibaar. In de binnenkern duikt de temperatuur onder de smelttemperatuur van ijzer, waardoor de binnenkern vast is.

Convectie

Warmte kan worden getransporteerd door middel van straling, geleiding of stroming. In het inwendige van de aarde is het niet goed mogelijk om warmte door straling te laten ontsnappen. Het warmtetransport vindt dus plaats door geleiding en stroming. Stroming is een zeer efficiënte manier van warmtetransport. In een vloeistof die aan de onderkant verwarmd wordt, zoals een pan soep, stijgt de opgewarmde vloeistof op, terwijl afgekoelde vloeistof van het oppervlak naar beneden zakt. Deze manier van warmtetransport wordt **convectie** genoemd.
De aardmantel bestaat grotendeels uit vaste gesteenten. Toch is de temperatuur zo hoog dat de mantelgesteenten op grote schaal en over langere tijden enigszins kunnen vervormen. Hierdoor kan warmtetransport door de mantel ook door convectie plaatsvinden. Uit seismologisch onderzoek blijkt dat er gebieden in de mantel zijn waar seismische golven een hoge snelheid hebben. Dit zouden afgekoelde gesteenten kunnen zijn die in de mantel wegzakken. Op andere plekken zijn de snelheden juist klein, op die plekken ligt de temperatuur van het gesteente dichter bij het smeltpunt. Dit gesteente stijgt op en voert de warmte van het onderste deel van de mantel af.

Onthoud!

- De warmte in het inwendige van de aarde is voor een deel een overblijfsel uit de tijd dat de aarde gevormd werd. Voor een ander deel komt er warmte vrij bij verval van radioactieve stoffen en de vervormingen in de aarde door de getijdenkrachten van de zon en de maan.
- De temperatuur in de aarde neemt toe met de diepte. In de buitenkern ligt de temperatuur boven het smeltpunt van ijzer. Het smeltpunt stijgt als de druk hoger wordt. De binnenkern is daardoor vast, ondanks de hogere temperatuur die daar heerst.
- De asthenosfeer is niet gesmolten, maar kan wel gemakkelijk vervormen doordat de temperatuur dicht bij de smelttemperatuur van mantelgesteenten ligt. De rest van de mantel is vast, maar kan toch voldoende vervormen om convectie mogelijk te maken.

Opdrachten

20 Leeftijd van de aarde
Lord Kelvin berekende een veel te lage leeftijd van de aarde.
Leg uit waarom zijn berekening niet klopte.

21 Vast of vloeibaar
De onderkant van de mantel is vast, terwijl de daaraan grenzende buitenkern gesmolten is.
Geef hiervoor een verklaring.

22 Snelheid seismische golven
Op sommige plekken, zoals bij Hawaï, ontstaat vulkanisme vanwege opstijgend mantelgesteente.
Beredeneer of de snelheid van seismische golven door de mantel onder Hawaï hoger of lager is dan die op plaatsen zonder vulkanisme.

23 Vloeibaar ijzer in de mantel
De mantel bestaat voor een klein deel uit ijzer.
Bepaal met behulp van figuur 17 op welke diepte dat ijzer vloeibaar zou worden.

24 Energiebalans van de aarde
De aarde verliest per jaar $1{,}4 \cdot 10^{21}$ J aan geothermische energie. De aarde ontvangt van de zon per seconde, per vierkante meter oppervlak loodrecht op de stralingsrichting een energie van 1368 J. Dit wordt de zonneconstante genoemd.
a Druk het verlies aan geothermische energie uit als percentage van de energie die de aarde van de zon ontvangt.
b Bereken het geothermische vermogen van de aarde per vierkante meter aardoppervlak.

Dicht aan het aardoppervlak neemt de temperatuur per kilometer diepte toe met 30 °C.
c Bereken de temperatuur onderin het diepste boorgat ter wereld (zie inleiding paragraaf 1).

+25 Smelttemperatuur van ijs
De meeste stoffen krijgen een grotere dichtheid als ze vast worden. Bij een hogere druk zullen ze eerder stollen. De smelttemperatuur neemt toe als de druk hoger wordt. Water krijgt juist een *kleinere* dichtheid als het bevriest (stolt).
Beredeneer wat er gebeurt met de smelttemperatuur van ijs als de druk hoger wordt.

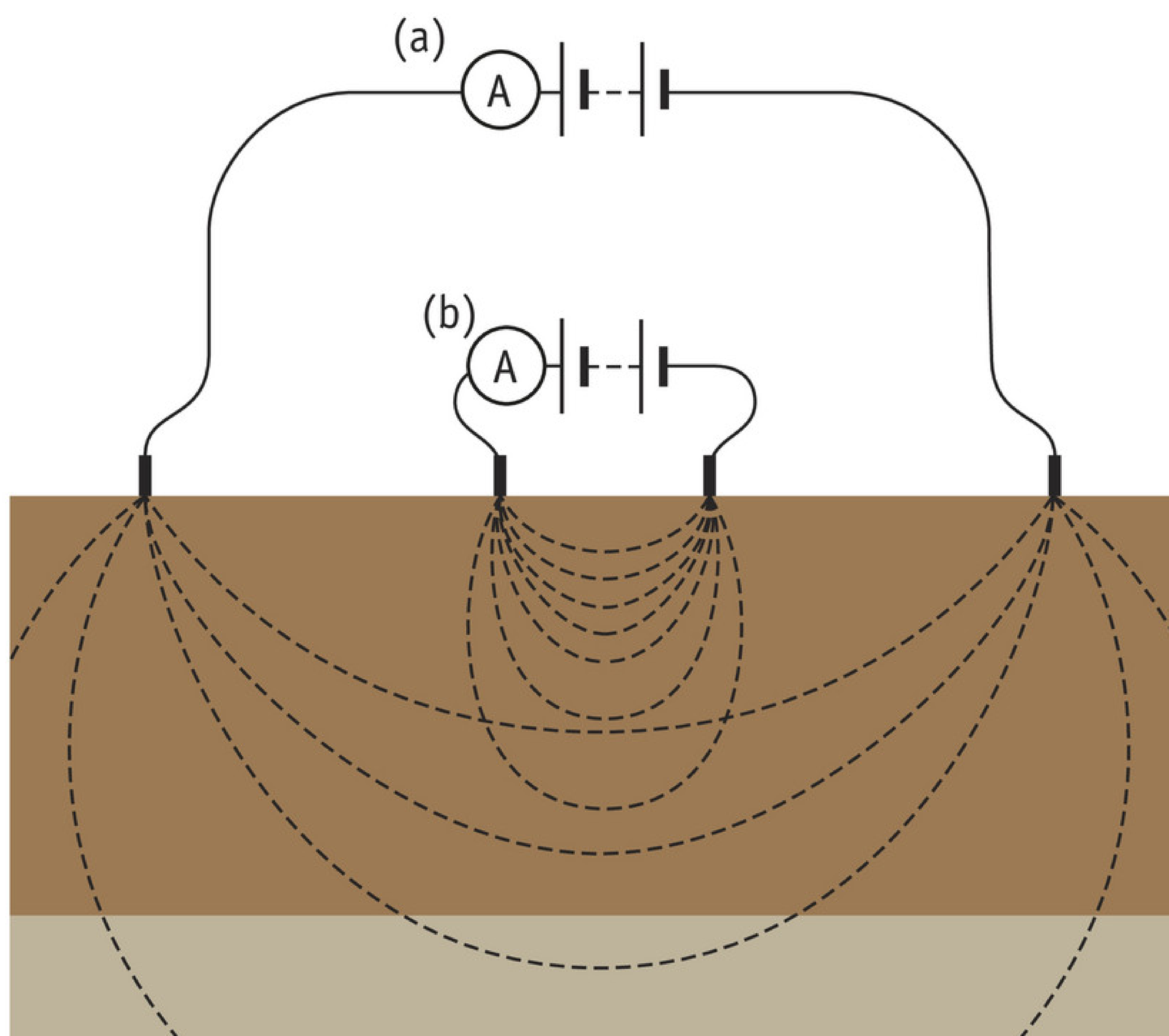
5 Elektromagnetische meetmethoden

In deze paragraaf leer je:
- hoe met elektrische methoden de soortelijke weerstand van de bodem in kaart kan worden gebracht;
- hoe met magnetische methoden de bodem in kaart kan worden gebracht;
- hoe met elektromagnetische methoden en grondradar geleidende stoffen in de bodem gevonden kunnen worden.

Door de elektrische weerstand van de bodem te meten of door het plaatselijke magneetveld gedetailleerd te onderzoeken, kun je aanwijzingen krijgen over wat er in de bodem aanwezig is. Een metaaldetector maakt gebruik van elektromagnetische inductie om te achterhalen wat er in de bodem zit.

Elektrische meetmethoden

Net als koper of ijzer heeft ook een gesteente een zekere **soortelijke weerstand**. Die hangt sterk af van de samenstelling en van de hoeveelheid water in het gesteente. Als het gesteente relatief veel metalen bevat, dan zal de soortelijke weerstand lager zijn. Ook water, met daarin opgeloste zouten, zorgt ervoor dat de soortelijke weerstand van het gesteente lager is. Door de soortelijke weerstand te meten, kan bepaald worden waaruit het gesteente bestaat.
Door twee elektroden in de grond te plaatsen en daar een grote spanning op te zetten, zal er een elektrische stroom gaan lopen door de grond (figuur 18). De grootte van die stroom hangt af van de spanning en van de totale weerstand van de materialen onder de grond. Door tussen verschillende plekken de spanning te meten, is het mogelijk om een idee te krijgen van de soortelijke weerstand van de materialen onder de grond.



▲ **figuur 18** twee elektroden (a) ver uit elkaar en (b) dichter bij elkaar geplaatst

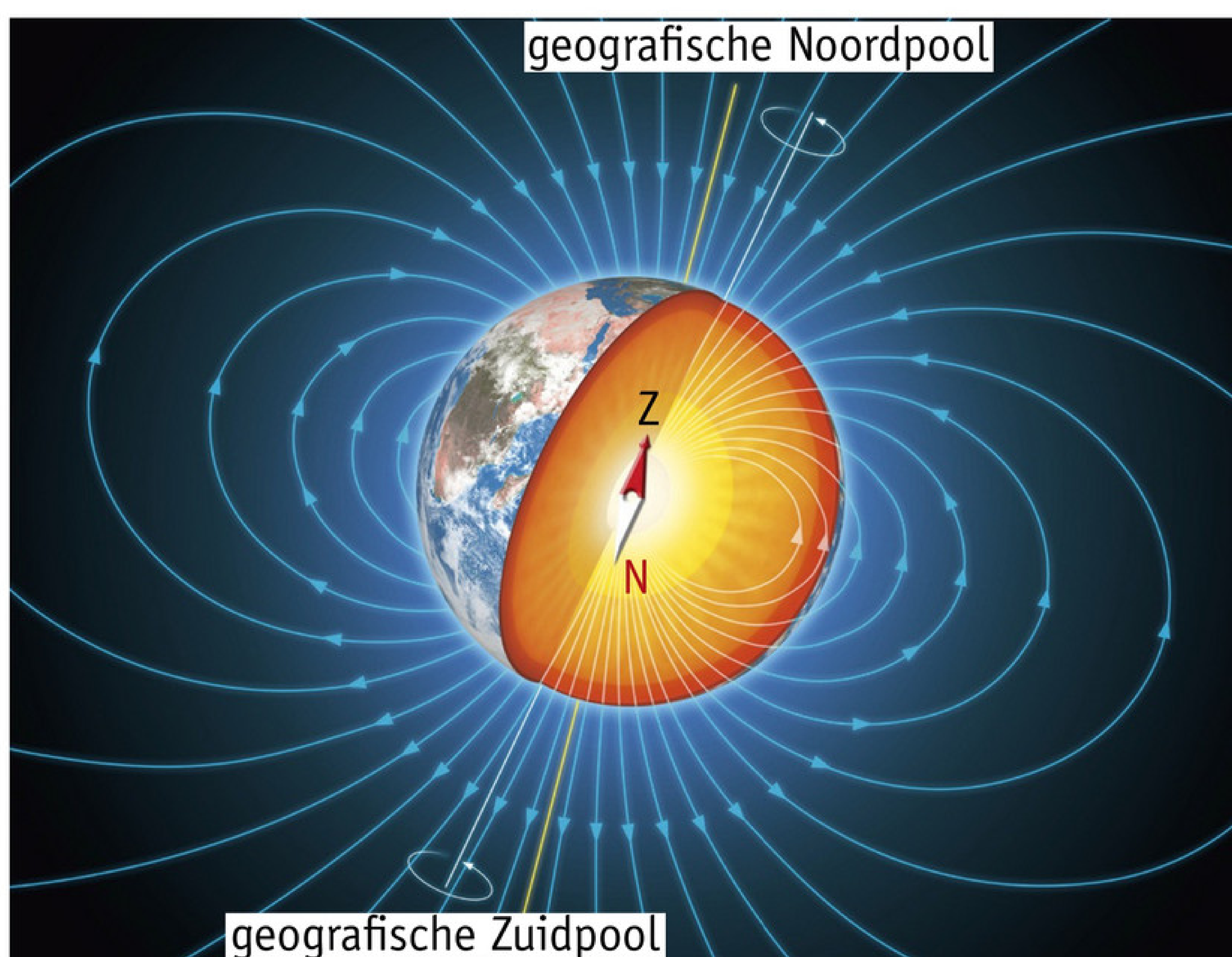
Stel dat een bodemlaag met een grote soortelijke weerstand bovenop een laag met een kleine soortelijke weerstand ligt (figuur 18). In principe kun je dit vergelijken met twee weerstanden die parallel aan elkaar geschakeld zijn. De stroom zal dan voornamelijk door de laag met de kleinste soortelijke weerstand gaan, de onderste laag. De stroom zal echter eerst door de

bovenste laag heen moeten. Dat betekent dat als de elektroden dicht bij elkaar staan, de meeste stroom de onderste laag niet bereikt, waardoor je een grote weerstand meet. Als de elektroden verder van elkaar staan, zal de weerstand wel verlaagd zijn, doordat een deel van de stroom door de laag met een kleine soortelijke weerstand gaat. Door de afstand tussen de meetelektroden telkens te vergroten, kun je op deze manier een diepteprofiel vinden van de weerstand in de bodem. Het is ook mogelijk om de afstand tussen de elektroden gelijk te houden en de hele opstelling te verplaatsen. Zo kun je erachter komen op welke locatie eventueel een afwijkend materiaal in de bodem zit.

▶ **EXPERIMENT 2** De soortelijke weerstand van de bodem (begripspracticum)

Magnetische meetmethoden

Het **aardmagneetveld** wordt opgewekt door convectie in de vloeibare buitenkern. Het exacte mechanisme is nog niet begrepen. Doordat ijzer en nikkel metalen zijn, kunnen elektronen zich min of meer vrij bewegen. Bewegende ladingen kunnen een magneetveld opwekken. Dat magneetveld beïnvloedt weer de beweging van de elektronen. Zo worden elektrische stromen in stand gehouden die het aardmagneetveld opwekken. De geografische Zuidpool van de aarde is een magnetische noordpool (figuur 19). Vanuit hier lopen veldlijnen van het aardmagnetisch veld over de evenaar naar de Noordpool, de magnetische zuidpool. Rond de evenaar lopen ze vrijwel horizontaal. In Nederland maken de veldlijnen een hoek van ongeveer 60° met het aardoppervlak. Deze hoek heet de **inclinatie** van het aardmagnetisch veld.



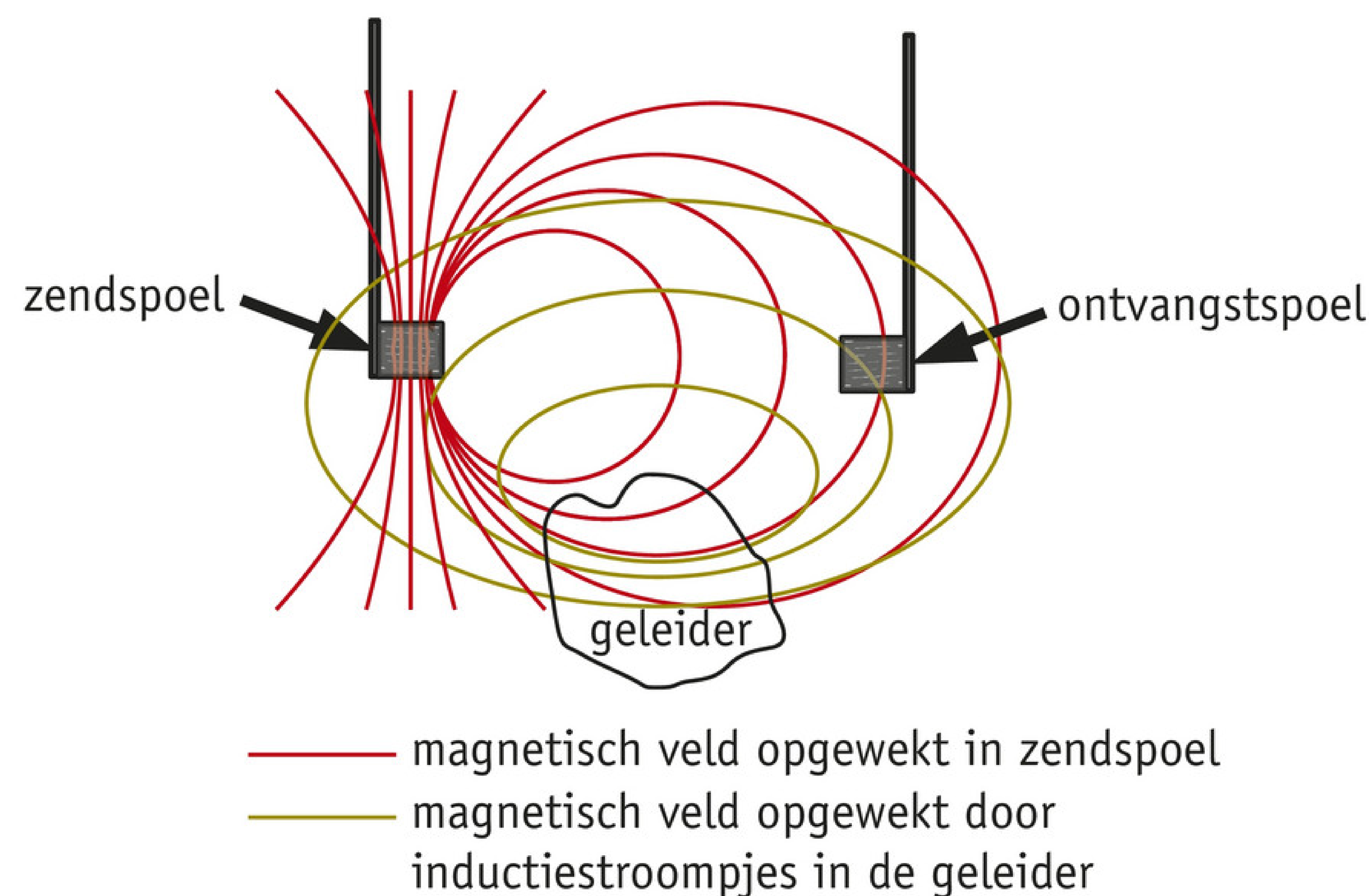
▲ **figuur 19** veldlijnen van het aardmagneetveld

Als je vlak bij een kompas een magnetisch materiaal houdt, dan wijst het kompas niet naar het noorden, maar naar de zuidpool van dit magnetisch materiaal. Het plaatselijk magneetveld is dan veel sterker dan het aardmagneetveld. Veel gesteenten bevatten ijzerverbindingen die sterk magnetische eigenschappen hebben en dus het aardmagnetisch veld beïnvloeden. Bij het zoeken naar olie en gas worden daarom vaak eerst in een groot gebied vanuit een vliegtuig magnetische metingen gedaan, vaak gecombineerd met zwaartekrachtmetingen. Hiermee worden bijvoorbeeld scheuren in rotsformaties in kaart gebracht, of zelfs oude gas- en olie-infrastructuur. Als daarbij een bijzonderheid wordt waargenomen, kan daarna plaatselijk een gerichter en duurder onderzoek uitgevoerd worden, zoals met seismische methoden.

Elektromagnetische meetmethoden

Als je door een spoel een elektrische stroom laat lopen, ontstaat er een magnetisch veld. Als de elektrische stroom verandert, dan verandert dit magneetveld ook. Door dit veranderende veld kan in een tweede spoel een elektrische spanning worden opgewekt.

Dit wordt een **inductiespanning** genoemd. Dit principe wordt gebruikt om elektrisch geleidende stoffen in de grond te vinden. Het wordt bijvoorbeeld gebruikt door schatgravers die je weleens met hun **metaaldetector** op het land van een boer kunt vinden.
De spoel die het magneetveld opwekt wordt de **zendspoel** genoemd, de spoel waarin de inductiespanning wordt opgewekt de **ontvangstspoel**. De zend- en ontvangstspoel kunnen op een vaste afstand van elkaar over een traject worden bewogen. De inductiespanning in de ontvangstspoel blijft steeds hetzelfde, behalve als er een elektrische geleider in de buurt is (figuur 20). Een andere methode gebruikt een zendspoel die bestaat uit een stroomdraad die als één grote lus op de grond ligt. Met de ontvangstspoel loop je binnen deze lus rond en meet je eventuele afwijkingen.



▲ **figuur 20** meten met behulp van elektromagnetisme

▶ **EXPERIMENT 3** Het magnetisch veld rondom voorwerpen in de bodem (begripspracticum)

Radar

Om een beter beeld te krijgen van wat er in de bodem zit, wordt tegenwoordig ook vaak een **grondradar** (*ground penetrating radar*, GPR) gebruikt. Een GPR zendt elektromagnetische straling uit. Als er in de bodem een voorwerp zit dat veel beter elektrisch geleidend is dan de rest van de bodem, zoals een metalen leiding of een gesteente met een lage soortelijke weerstand, zal de elektromagnetische straling gedeeltelijk worden gereflecteerd. Deze reflecties worden opgevangen en er wordt zeer nauwkeurig gemeten wat het tijdverschil is tussen de uitgezonden straling en de opgevangen straling. Dat geeft een maat voor de afstand van het voorwerp naar de grondradar.

Onthoud!

- Verschillende gesteenten hebben verschillende soortelijke weerstanden. Water en metalen in het gesteente verlagen over het algemeen de weerstand. Door de soortelijke weerstand van de grond te meten kan een dwarsdoorsnede van de bodem worden gemaakt.
- Het aardmagneetveld ontstaat in het binnenste van de aarde, door stromingen van elektronen in het ijzer en nikkel van de vloeibare buitenkern.
- Door het meten van afwijkingen van het aardmagnetisch veld kan een beeld worden gekregen van de structuur van de bodem of de aanwezigheid van oude leidingen.
- Elektromagnetische methoden werken op basis van het opwekken van inductiespanning door een veranderend magneetveld. Zo kunnen geleidende stoffen in de grond gevonden worden.
- Een grondradar werkt met elektromagnetische straling die door geleidende stoffen in de grond wordt gereflecteerd.

Opdrachten

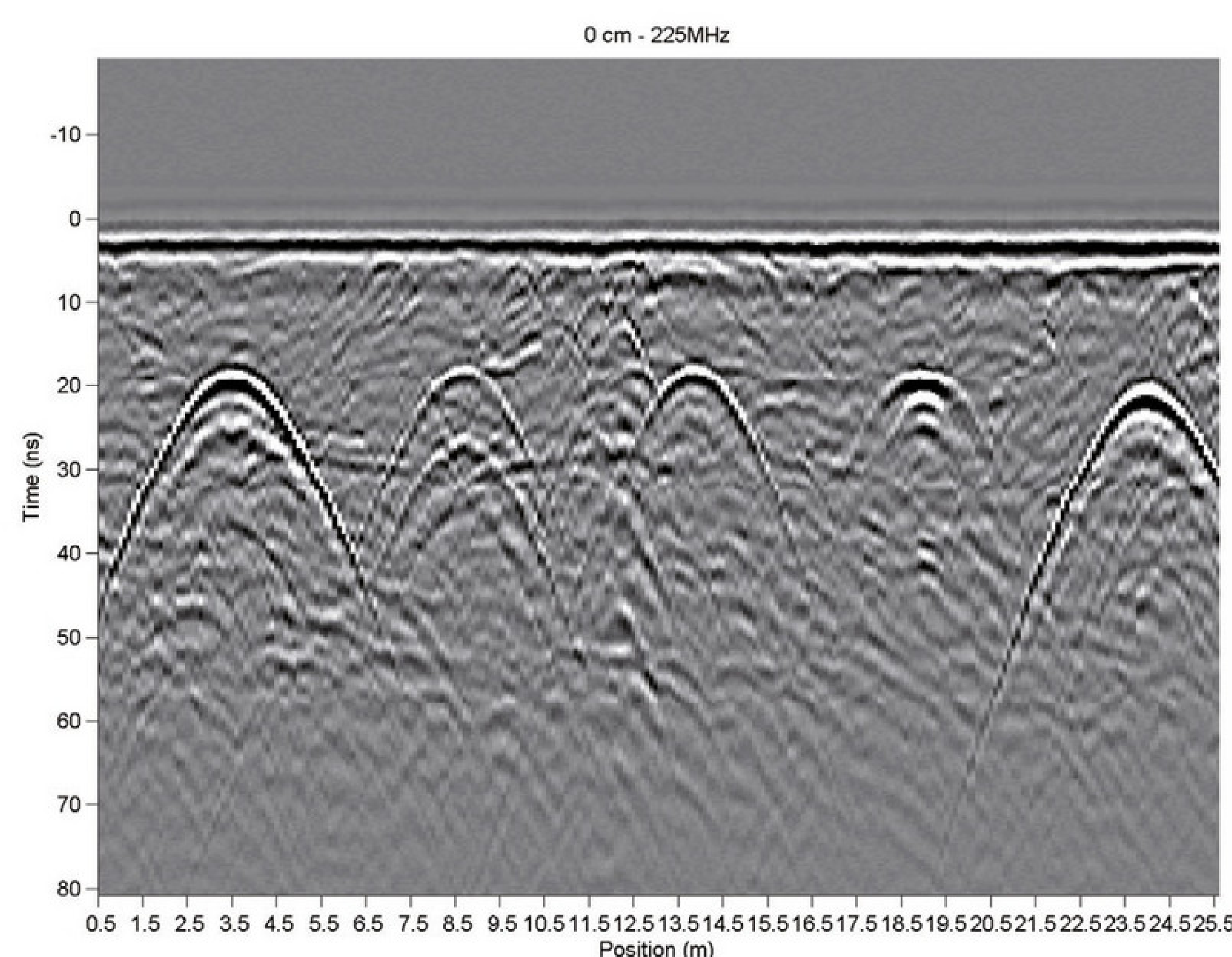
26 Mars en Venus
Mars en Venus hebben geen of een heel zwak magneetveld.
Beredeneer wat je hieruit kunt afleiden over de eigenschappen van het inwendige van deze planeten.

27 Wisselspanning
Bij elektromagnetische methoden wordt gebruikgemaakt van een wisselspanning.
Leg uit waarom hiervoor een wisselspanning nodig is.

28 Kompassen
Kompassen die in Nederland worden verkocht houden rekening met de inclinatie van het aardmagneetveld zodat de naald horizontaal wijst en niet, net als het veld, een hoek van 60° met het aardoppervlak maakt.
a Beredeneer welke aanpassing de fabrikant aan een kompasnaald maakt om dat voor elkaar te krijgen.
b Beredeneer wat er met de kompasnaald gebeurt als het kompas uit Nederland in bijvoorbeeld Zuid-Afrika wordt gebruikt.

29 Soortelijke weerstand
De soortelijke weerstand is een stofeigenschap. De bodem bestaat echter nooit uit één stof, maar uit een combinatie van meerdere stoffen: gesteenten, mineralen, water en daarin opgeloste zouten. Daarom wordt bij de bodem gesproken van een schijnbare soortelijke weerstand. De schijnbare soortelijke weerstand komt alleen overeen met de echte soortelijke weerstand als de bodem uit één stof bestaat.
Schets voor de volgende situaties hoe de schijnbare soortelijke weerstand afhangt van de afstand tussen de elektroden.
a als er een laag met een hoge soortelijke weerstand ligt boven een laag met een lage soortelijke weerstand
b als er een laag met een lage soortelijke weerstand ligt boven een laag met een hoge soortelijke weerstand

30 Grondradar
In figuur 21 zie je een beeld dat met een grondradar is gemaakt.
Leg uit waarom een geleider in de bodem zo'n gebogen vorm laat zien.

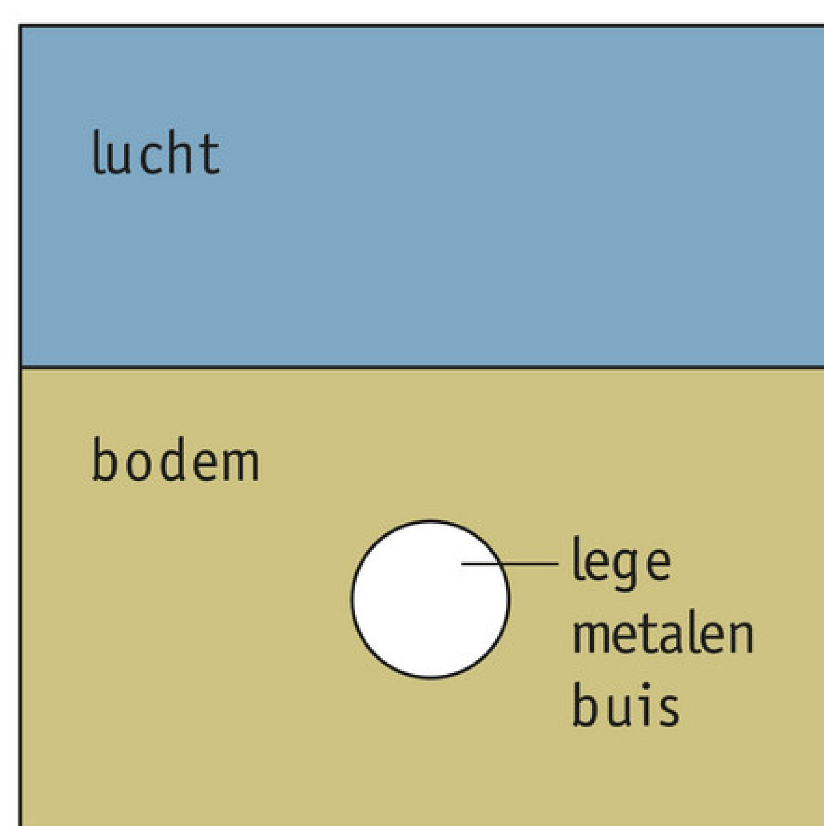


▲ **figuur 21** beeld gemaakt met een grondradar: de positie daarvan staat langs de *x*-as

+31 Schijnbare soortelijke weerstand bepalen
Bij het meten van de schijnbare soortelijke weerstand wordt een spanning over de elektroden aangebracht waardoor een stroom door de bodem gaat lopen.
a Beschrijf de experimentele methode en de berekeningen die moeten worden gedaan om vervolgens de schijnbare soortelijke weerstand te kunnen berekenen.
b Leg uit of de grootte van de stroom die de bodem in gaat van invloed is op de gemeten schijnbare soortelijke weerstand.

Eindopdracht

32 Modelberekeningen
Voor het interpreteren van geofysisch onderzoek worden vaak modelberekeningen gebruikt. Op die manier kun je zien hoe een bepaalde opbouw van de bodem in de geofysische metingen tot uiting komt.
In figuur 22 tot en met 25 zie je een aantal geologische profielen (een soort dwarsdoorsneden door de bodem). Het zijn vereenvoudigde profielen die een model kunnen zijn voor echte situaties.
Lees de opdracht bij elk van de vier situaties. Schets bij ieder profiel hoe de gemeten waarden eruit zullen zien als je aan het oppervlak de gevraagde metingen zou doen. Het gaat hier niet om de exacte waarden die je meet, maar om de vorm die een grafiek van een aantal metingen zou hebben.
a Schets in grafiek 22 de grafiek van een zwaartekrachtmeting boven een lege metalen buis (dus niet gevuld met aarde) die in de bodem begraven is. Neem voor de *x*-as de scheidslijn tussen lucht en bodem. Laat de grafiek aan de linkerkant van de tekening beginnen en trek de lijn door naar de rechterkant.
b Schets in grafiek 23 de grafiek van de gemeten weerstand als je de hele opstelling met twee elektroden verplaatst over dit profiel. De afstand tussen de elektroden blijft gelijk.
c Schets in figuur 23 ook de grafiek van de gemeten weerstand als de afstand tussen de elektroden telkens vergroot wordt. Eén elektrode blijft aan de linkerkant terwijl de andere naar rechts schuift.



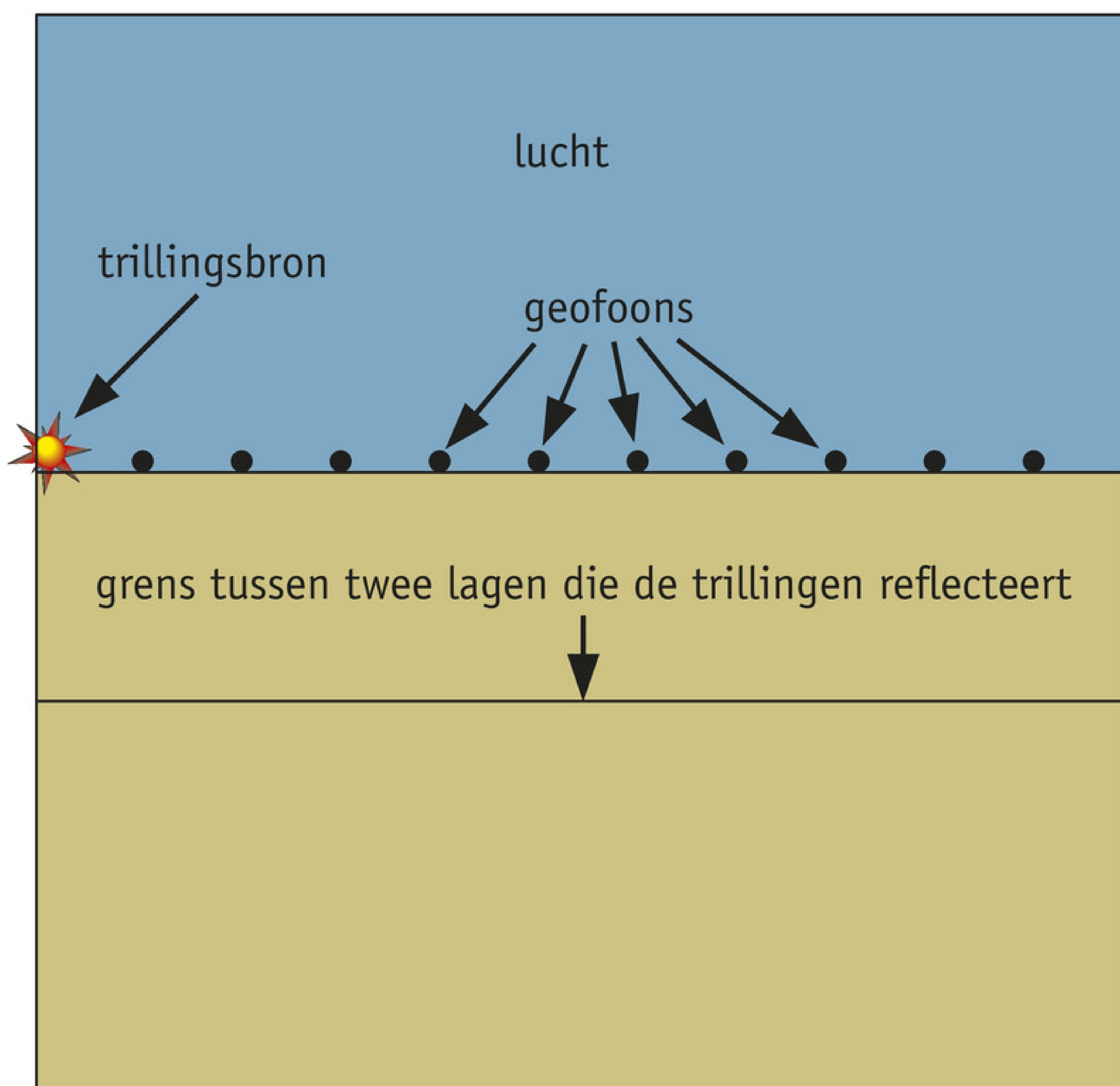
▲ **figuur 22**



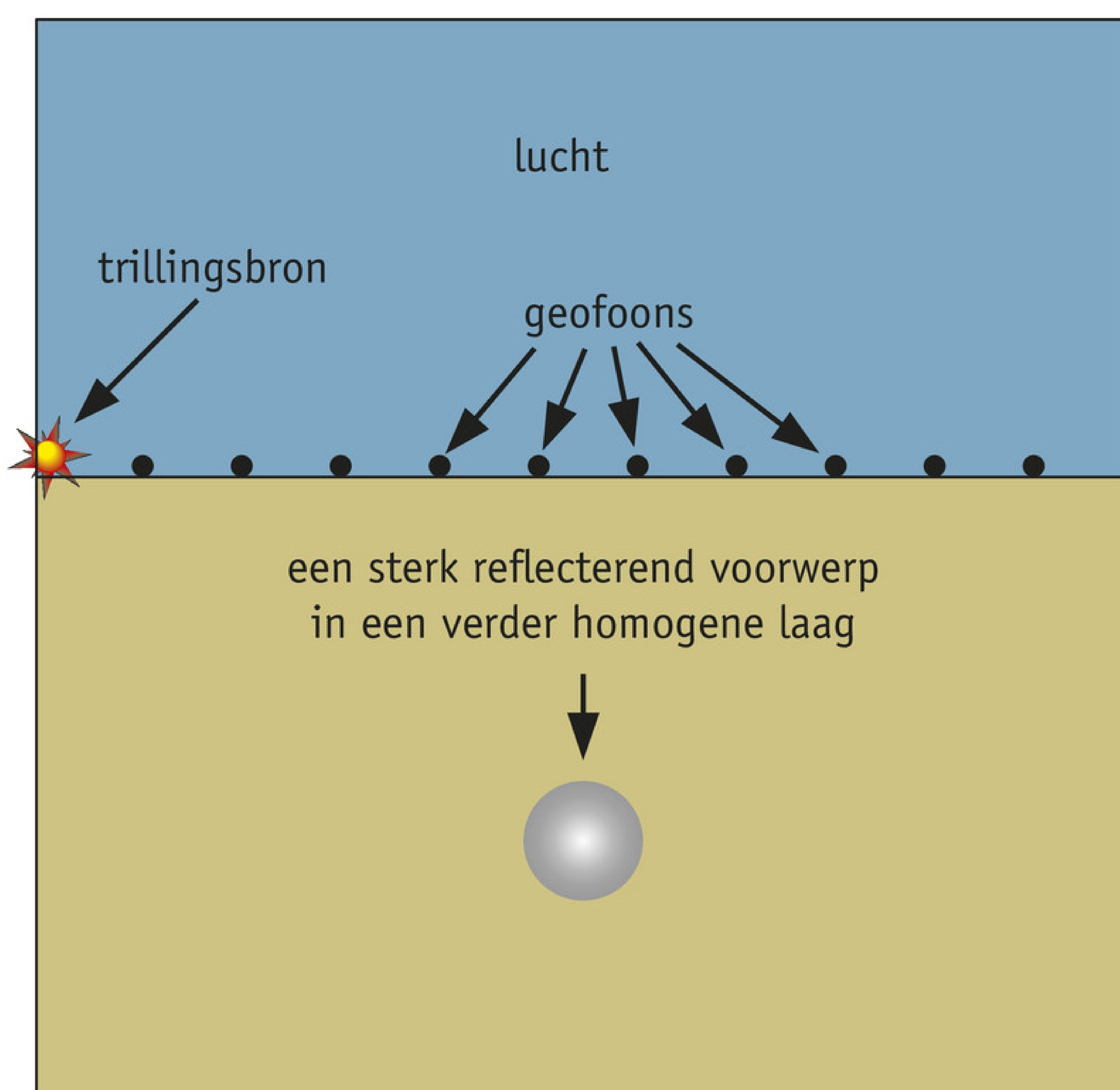
▲ **figuur 23**

d Teken in figuur 24 de grafiek van de aankomsttijden van de gereflecteerde trillingen bij de verschillende geofoons.

e Schets in figuur 25 de grafiek van de aankomsttijden van de gereflecteerde trillingen bij de verschillende geofoons.



▲ **figuur 24**



▲ **figuur 25**

6 Practicum

EXPERIMENT 1 Trillingen meten met een versnellingsmeter (begripspracticum)

Inleiding
Bij een aardbeving gaat de grond trillen en beweegt dan heen en weer. De grond versnelt daarbij. In dit practicum simuleer je een aardbeving en gebruik je je smartphone als seismometer om die versnellingen te meten. Je kunt dit practicum ook uitvoeren met een versnellingssensor gekoppeld aan een (meet)computer.

Onderzoeksvraag
Hoe zijn de trillingen in verschillende ondergronden met een versnellingssensor te meten?

Benodigdheden
smartphone of tablet met versnellingssensor en app om een grafiek te maken van de waarden die de versnellingssensor meet (of een versnellingssensor gekoppeld aan een (meet-)computer); meetlint

Uitvoering
Indien mogelijk voer je dit experiment buiten en binnen uit. Herhaal het experiment op verschillende ondergronden, bijvoorbeeld op tegels, op een kale zandbodem en op gras (buiten), en op een betonvloer of een houten vloer (binnen).

- Leg de versnellingssensor op de grond.
- Zet de app aan.
- Loop langs de sensor en kijk of je voetstappen te zien zijn in de grafiek.
- Meet tot welke afstand gewoon lopen gedetecteerd kan worden.
- Spring op enige afstand van de sensor op de grond.
- Meet tot welke afstand je een sprong kunt detecteren met de versnellingssensor.

Verwerking

1 Hoe verschillen de gemeten afstanden voor de verschillende ondergronden? Kun je hier een verklaring voor geven?
2 Beredeneer of de trillingen die je meet P-golven, S-golven of oppervlaktegolven zijn.

Conclusie

3 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 De soortelijke weerstand van de bodem (begripspracticum)

Inleiding
Bij elektrische weerstandsmetingen wordt de schijnbare soortelijke weerstand gemeten tussen een aantal elektroden (zie opdracht 29). In dit experiment ga je kijken of dat ook lukt op een kleine schaal. In werkelijkheid worden er minimaal vier grondelektroden gebruikt: twee om een stroom te laten lopen, twee om de spanning op verschillende plaatsen te meten. Dat geeft betrouwbare resultaten, maar het is ook wat ingewikkeld. Daarom gebruik je in dit practicum een opstelling met twee grondelektroden (figuur 18).

Onderzoeksvragen

1 Is de schijnbare soortelijke weerstand van diverse soorten bodems klein genoeg om daar betrouwbare metingen aan te kunnen doen?
2 Zijn er verschillen waarneembaar in de schijnbare soortelijke weerstand tussen verschillende bodemsoorten?

Benodigdheden
spanningsbron (6 V, gelijkspanning); aansluitdraden; twee grondelektroden (bij voorkeur messing of roestvrij staal); stroommeter; spanningsmeter; bakken met verschillende soorten 'bodem': droog zand, nat zand, nat zand met een kleine hoeveelheid keukenzout, tuinaarde, klei en/of andere bodemsoorten; meetlint

Uitvoering
- Sluit de stroom- en spanningsmeter aan op de spanningsbron. Sluit ook de grondelektroden aan en zorg dat ze gemakkelijk te verplaatsen zijn. Stel de spanningsbron in op 6 V.
- Vul de bakken met de verschillende bodemsoorten. Voer voor elke bodem metingen uit. Noteer je meetwaarden in een tabel met kolommen voor de spanning, stroomsterkte, weerstand (uit te rekenen) en de afstand tussen

de grondelektroden en de schijnbare soortelijke weerstand (uit te rekenen).
- Geef in de bak tien punten op een rechte lijn aan op gelijke afstand van elkaar.
- Zet de twee grondelektroden op de twee buitenste punten in de grond en meet de spanning en de stroomsterkte.
- Verplaats de grondelektroden naar de volgende twee punten. Meet opnieuw de spanning en de stroomsterkte tussen deze twee punten. Herhaal dit tot je bij de twee middelste punten bent. Je hebt dan in totaal vijf metingen gedaan.

Verwerking

1 Reken voor alle metingen de weerstand uit en vervolgens de schijnbare soortelijke weerstand met de formule: $\rho = 2\pi \cdot a \cdot R$, waarbij a de afstand tussen de grondelektroden is en R de bijbehorende weerstand.
2 Welke bodem heeft de laagste soortelijke weerstand?
3 Waren er bodems waarbij het niet lukte de spanning te meten? Geef hiervoor een mogelijke verklaring.
4 Hebben de grafieken voor de verschillende soorten bodems dezelfde vorm?

Conclusie

5 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 3 Het magnetisch veld rondom voorwerpen in de bodem (begripspracticum)

Inleiding

Met magnetische en elektromagnetische metingen kun je sommige voorwerpen die in de bodem verstopt zitten, opsporen. In dit practicum kom je erachter hoe dat werkt en welke voorwerpen je met deze methoden wel en niet kunt opsporen.

Onderzoeksvraag

Welk type voorwerpen kun je opsporen met magnetische en welke met elektromagnetische metingen?

Benodigdheden

bak met zand; blokjes van hout, ijzer, koper en aluminium; magnetische sensor, aangesloten op een (meet)-computer; kompas; eventueel smartphone met app om de magnetische veldsterkte te meten; twee spoelen (als zend- en meetspoel); voedingskast met wisselspanning; een spanningsmeter; drukschakelaar

Uitvoering

- Sluit één spoel (de zendspoel) in serie met de drukschakelaar aan op de wisselspanningsbron. De drukschakelaar voorkomt dat er continu een stroom door de zendspoel loopt en dat deze daardoor te warm wordt. Stel de bron in op een spanning van enkele volt.
- Houd de tweede spoel (de ontvangstspoel) naast de zendspoel.
- Sluit de spanningsmeter aan op de ontvangstspoel.
- Begraaf steeds een van de voorwerpen vlak onder de oppervlakte van het zand. Herhaal vervolgens onderstaande metingen.
- Meet over de lengte van de bak op een aantal punten de magnetische veldsterkte.
- Kijk of het kompas ergens in de bak een afwijking geeft.
- Beweeg de twee spoelen vlak over het zandoppervlak. Houd daarbij de windingen horizontaal aan het oppervlak. Meet de spanning van de ontvangstspoel.

Verwerking

1 Welke blokjes veroorzaken een afwijking in de magnetische veldsterkte?
2 Welke blokjes hebben invloed op de spanning in de ontvangstspoel?
3 Hoe precies is met elk van deze methoden de positie van de voorwerpen te bepalen?

Conclusie

4 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 De werking van een geofoon (begripspracticum)

Inleiding
Met een geofoon worden bij seismisch onderzoek de trillingen van de bodem gemeten. Een geofoon bestaat uit een spoel die aan een veer is opgehangen rondom een vaste magneet. Bij een trilling van de bodem beweegt de magneet, terwijl de spoel door de traagheid stil blijft hangen.

Onderzoeksvraag
Hoe kun je trillingen van de bodem meten met een spoel en een magneet?

EXPERIMENT 5 Convectie in een vloeistof (begripspracticum)

Inleiding
Convectie speelt een belangrijke rol in het inwendige van de aarde. In de mantel treedt convectie op, terwijl de gesteenten in de mantel vast zijn. In een practicum lukt het niet om convectie in een vaste stof te laten optreden, maar door de convectie in een vloeistof te onderzoeken, zijn er toch belangrijke inzichten over convectie in de mantel te krijgen.

Onderzoeksvraag
Hoe ziet convectiestroming eruit: waar is opwaartse stroming, waar neerwaartse stroming en waar is de stroming horizontaal?

ONDERZOEK Bouw je eigen seismometer

Inleiding
In figuur 6 zie je het principe van een seismometer: de relatieve beweging van een (trage) massa ten opzichte van de ondergrond wordt nauwkeurig geregistreerd. In moderne seismometers wordt hiervoor een magneet gebruikt die ten opzichte van een spoeltje beweegt. In het spoeltje wordt zo een inductiespanning opgewekt (zie paragraaf 5). Dit elektrische signaal wordt door een computer geregistreerd als functie van de tijd. Ditzelfde principe wordt in een microfoon gebruikt. In een luidspreker gebeurt het omgekeerde: een elektrisch signaal zorgt voor de beweging van de conus van een luidspreker. Maar je kunt de luidspreker ook als een soort microfoon en dus als een soort seismometer gebruiken. In dit open onderzoek bouw je en test je je eigen seismometer.

Onderzoeksvraag
Welke trillingen en/of aardbevingen zijn met een eigengemaakte seismometer te meten?

Praktisch
Zoek op internet naar ontwerpen van seismometers op basis van een luidspreker. Je kunt een oude luidspreker gebruiken en andere materialen die je later weer kunt hergebruiken. Zorg dat je begrijpt hoe het ontwerp in elkaar zit. Pas het ontwerp eventueel aan om het te verbeteren. Zoek op de website van het KNMI naar seismogrammen die je vergelijkt met de seismogrammen die je met jouw seismometer hebt gemeten.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.

Antwoorden

Hier vind je de numerieke antwoorden op de vragen in het boek.
De volledige uitwerkingen staan in het uitwerkingenboek.

1 Bewegingen beschrijven

Praktijk

1	**a**	10,8 m/s
	b	42 m
	c	$a = 0{,}60 \cdot g$
3		2,0 m

Theorie

2	**a**	rechtermannetje: 2 m, linkermannetje –3 m
	b	5 m
	c	–5 m
	d	beide 5 m
5	**a**	20 ms
6	**b**	0,59 s
	d	63 cm
7	**a**	0,050 s
	b	0,50 s
9	**a**	0 m/s
	b	0,083 m/s
	c	0,80 m/s
	d	–0,45 m/s
12	**a**	$2{,}3 \cdot 10^{-6}$ s
	b	10^{-6} s
	c	$1{,}2 \cdot 10^{2}$ m
	g	–39 m/s
13	**c**	87 km/h
14	**b**	10,86 m/s
+15		1 km/h
18	**a**	2
	b	2
	c	2
	d	oneindig
	e	5
	f	2
	g	oneindig
	h	oneindig
19	**a**	$4{,}5 \cdot 10^{-2}$ m
	b	$2{,}0 \cdot 10^{-8}$ kg
	c	$1{,}20 \cdot 10^{5}$ J
	d	$1{,}200 \cdot 10^{7}$ W
26	**a**	4,9 m s^{-1}
	b	2,5 m s^{-1}
	c	1,3 m
	d	9,8 m s^{-1}, 4,9 m s^{-1}, 4,9 m
29	**b**	–20 m s^{-2}
30	**c**	–0,21 m s^{-2}
	d	30 s
35	**a**	1,6 s
	b	3,5 s
	e	0,70 m s^{-1}
36	**b**	–0,43 m s^{-2}
38	**b**	862 m
41	**a**	$4 \cdot 10^{2}$ m
	d	$1{,}6 \cdot 10^{2}$ m
42		1,2 km
43	**a**	22 m
45	**b**	14 m
48	**b**	6
	e	15 m s^{-1}
	f	1,7 m s^{-2}
	h	11 m s^{-1}

2 Kracht en beweging

Praktijk

1	**a**	7,8 m s^{-2}
	b	0,21 s
	c	1,6 m s^{-1}
	d	$9{,}4 \cdot 10^{5}$ N
	e	$2{,}3 \cdot 10^{5}$ N

Theorie

2		*m*
3		kg m s^{-2}
4		$3{,}8 \cdot 10^{2}$ N
6	**b**	$1{,}2 \cdot F_{z,klein}$
7		B
8	**a**	19 m s^{-1}
9	**a**	$-4{,}5 \cdot 10^{3}$ N
b		40 m
c		60 m
d		58 km h^{-1}
10	**a**	$9 \cdot 10^{2}$ N
	b	17,4%.
12	**a**	0°
	b	180°
	c	90°
13	**a**	32 kN
14		4,5·104 N, 90°
15		330 N
16	**a**	40 m s^{-1}
	b	m, Δt
17	**a**	–5,3 m s^{-2}
	b	–1,6 N
	c	1,3 N
18	**a**	3,9 mN
	c	0,40 g
19		C
+20		3,8 mN
22		figuur 21b
23	**a**	$1{,}3 \cdot 10^{2}$ N
	b	$1{,}3 \cdot 10^{2}$ N
24	**b**	$F_{z,\perp} = 3{,}8 \cdot 10^{2}$ N, $F_{z,/\!/} = 0{,}82 \cdot 10^{2}$ N
25	**a**	380 N in elk touw
	b	580 N in elk touw
26	**b**	$5{,}4 \cdot 10^{3}$ N
29	**a**	0 N
	b	3 N
	c	8 N
	d	8 N
31	**b**	2,0 kN
	c	12 kN
	d	1,7 m s^{-2}
32		18°
33		A
34	**c**	13 m s^{-1}
35		B
36	**b**	8,2 mm
38	**e**	3%
39	**c**	$3 \cdot 10^{-7}$ N m^{-1}
+40		21 kN
45	**a**	$k = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A$
	b	N s^{2} m^{-2}
	c	$3 \cdot 10^{1}$ N s^{2} m^{-2}
47	**a**	6 m s^{-1} (22 km h^{-1})
49	**b**	ongeveer 2 mm (in de positieve richting)
	e	1,3 m s^{-2}
	g	3,9 m s^{-2}
	h	0,3 m s^{-2}

3 Energieomzettingen

Praktijk

1	**c**	9,1%
	d	2 km h^{-1}
	f	14 m

Theorie

4		kg · m^2 · s^{-2}
5	**a**	1,6 J
	b	9,8 J
6	**b**	$8{,}7 \cdot 10^3$ N m
	d	$-2{,}0 \cdot 10^3$ N m
7	**a**	$4{,}45 \cdot 10^8$ J
	b	$77 \cdot 10^3$ kg
8	**a**	0,25 s
	b	0,25 m
	d	0,50 m
	e	98 N m
10	**a**	17 N
	b	98 J
11	**a**	$3{,}29 \cdot 10^6$ J
	b	23 kN
14	**a**	13 m s^{-1}
	b	13 m s^{-1}
15	**a**	12 kN
	b	48 m
16	**a**	4,9 N m
	b	14 m s^{-1}
	c	20 m s^{-1}
18	**b**	1,0 m s^{-1}
	c	1600 N m
	d	4,0 m s^{-1}
19		$-6{,}1 \cdot 10^3$ N
22	**a**	$6{,}0 \cdot 10^2$ N m^{-1}
	b	$1{,}1 \cdot 10^2$ N m
23	**a**	$2{,}5 \cdot 10^2$ N m^{-1}
	c	171 N m
	d	79,2%
24	**a**	0,23 N m
	b	0,90 N m
	c	0,67 N m
25	**b**	7,0 cm
	c	$5{,}0 \cdot 10^2$ N m^{-1}
	d	0,6 J
26	**b**	238 N m
27	**a**	44 N m
28	**a**	0,069 N m
	b	–0,0068 N m
	c	0,062 N m
29	**c**	$1{,}7 \cdot 10^5$ N
+30	**a**	$6{,}0 \cdot 10^{-2}$ N m
	b	48 N m^{-1}
	c	61 g
	d	12 N m^{-1}
	e	40 N m
32	**a**	32 J
	b	5,1 m
	c	16 m s^{-1}
33	**a**	4,0 m s^{-1}
34	**a**	34 m s^{-1}
	b	57,8 m
35	**a**	2,9 J
	b	5,4 m s^{-1}
	c	2,9 J
36	**b**	5,6 m
	c	34 m
37	**a**	15 km h^{-1}
	b	14 m
+41	**b**	$m \cdot g \cdot ½ \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot L$
	c	$v \geq (g \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot L)^{1/2}$
	e	$2^{1/6}$ = 1,12 maal zo groot
+42		20 m s^{-1}
43	**b**	$33 \cdot 10^6$ J
	c	$9{,}6 \cdot 10^7$ J
	d	3,5 mL
44	**a**	$1{,}6 \cdot 10^3$ A
45	**a**	43,2 L
	b	$1{,}3 \cdot 10^3$ L
46	**a**	$3{,}1 \cdot 10^{12}$ J
	b	445 km
47	**a**	10,46 MJ, 8,368 MJ
	b	8,64 MJ, 6,0 MJ
	c	1,82 MJ, 2,4 MJ
48	**a**	chocolade: 2495 kJ; koekjes: 1912 kJ; suiker: 1683 kJ
	b	chocolade: 2,54 km; koekjes: 1,95 km; suiker: 1,72 km
	c	man: 0,42 kg, vrouw: 0,33 kg
49		5,4 km
51	**a**	5,4 A
55	**a**	4 °C
56	**a**	981 kJ
	b	$1{,}0 \cdot 10^6$ N
57	**b**	$4 \cdot 10^2$ J
	d	meer dan 10 000 jaar
	e	$3 \cdot 10^6$ L
58	**a**	15%
	b	510 J
	c	76%
	d	0,60 N
	e	11%
59	**a**	41%
	b	29 MJ
60		73%
62	**a**	$8{,}3 \cdot 10^6$ J
63	**a**	85%
	b	$1{,}6 \cdot 10^2$ J
65		man: 32 W, vrouw 40 W
66	**a**	$135 \cdot 10^6$ J
	b	$2{,}25 \cdot 10^6$ W
	c	$2{,}5 \cdot 10^6$ W
	e	3,4 maal
67	**a**	1,7 kN
	b	$3 \cdot 10^2$ N
	c	32%
68	**a**	10 m s^{-1}
	b	12 s
69	**e**	49,3 m s^{-1}
71	**c**	58%
	d	0,10 kg m^{-1}
	e	$1{,}6 \cdot 10^2$ m s^{-1}
72	**d**	4,6 m s^{-1} = 17 km h^{-1}
	f	64%

4 Elektrische systemen

Praktijk

1 **a** > $1{,}4 \cdot 10^{20}$ Ω
b $2{,}2 \cdot 10^{-2}$ Ω
d $8{,}5 \cdot 10^{-1}$ Ω
3 **c** $1 \cdot 10^{-9}$ kg
d $1 \cdot 10^{2}$ Ω
e 0,1 μA

Theorie

2 **a** $1{,}4 \cdot 10^{-18}$ J
b $1{,}6 \cdot 10^{18}$ elektronen per seconde
c 2,3 W
4 **a** 3,91 A
b $4{,}7 \cdot 10^{2}$ C
c $1{,}1 \cdot 10^{4}$ J
5 **b** $1{,}1 \cdot 10^{2}$ kWh
d $1{,}8 \cdot 10^{2}$ kWh
6 **a** $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ kWh
b 10 h
c 63%
8 **a** 6,6 J
b 55%
c 100%
10 **a** 0,50 ms
b 33 MV
c $0{,}99 \cdot 10^{12}$ W
d $4{,}3 \cdot 10^{9}$ A
14 **b** 19^{2}
15 **a** 3,4 Ω
b 0,66 W
17 **a** $2{,}0 \cdot 10^{2}$ W
c 2,4 min
19 **a** $1{,}9 \cdot 10^{-5}$A
20 **a** $3{,}0 \cdot 10^{-6}$ A
21 8,0 Ω
27 **a** 0,042 Ω
b 0,012 V
c 3,4 mJ
28 1,1 mm
29 **a** $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ Ω m
30 **b** $1{,}5 \cdot 10^{-1}$ Ω
31 **a** 0,50 Ω
b 4,0 Ω
c 1,3 Ω
32 **a** $n \cdot R$
b $\frac{R}{n}$
33 **a** $6{,}9 \cdot 10^{3}$ A
c $1{,}73 \cdot 10^{3}$ A
d 0,26 Ω
e 0,78 MW
35 **a** 23 Ω
c 21 m
37 **a** 10,0 A
b 1,4 kW
38 **a** 2,0 A
b 1,5 A
c 1,3 A
d 1,3 A
e 1,2 A
39 **a** 0,75 Ω
40 **a** $U_1 = 17$ V, $U_2 = 20$ V, $U_3 = 20$ V, $I_1 = 1{,}7$ A, $I_2 = 1{,}0$ A, $I_3 = 0{,}67$ A
b $I_{tot} = 1{,}7$ A; $U_{tot} = 37$ V
41 **a** 70 auto's per minuut
44 $I_1 = I_3 = 4{,}0$ A, $I_2 = 3{,}0$ A, $I_4 = I_5 = I_6 = 1{,}0$ A
45 121,6 Ω
48 **e** ongeveer 30 mΩ
f 23 Ω
g 3,0 W
53 **b** $2{,}5 - ½R_{AP}$
c $1{,}25 + ¾R_{AP}$
d 3,7 Ω
e 0,89 m
58 **a** 3,7 kW
60 **c** $3{,}0 \cdot 10^{2}$ Ω
63 **d** 64 Ω
e 8,1 W
f 0,080 mm

5 Biofysica: de natuurkunde van het leven

Theorie

1 **a** 0,94 m s^{-1}
b 1,2 m s^{-1}
4 **a** 147 km = $1{,}5 \cdot 10^{5}$ m
+5 **a** formule C
6 **a** $Fr_{Johan} = 0{,}45$; $Fr_{Erwin} = 0{,}78$
b 5,3 km h^{-1}
11 **b** A
15 **b** 0,5 lichaamslengten per seconde
c 180 km h^{-1}
16 **a** 14 μm s^{-1}
b 26 μm
c ongeveer 27 s
d 0,96 μm s^{-1}
18 **a** $1{,}9 \cdot 10^{-16}$ C
b $1{,}9 \cdot 10^{-14}$ A
c $3{,}2 \cdot 10^{-15}$ W
19 **a** $5{,}03 \cdot 10^{-4}$ m s^{-1}
b $-4{,}7 \cdot 10^{-12}$ N
20 87%
23 **a** 0,14 s
d 6,9%, 28% en 62%
f –6 pA
24 **a** $1{,}7 \cdot 10^{2}$ pA
26 **a** 25 pN
b 200 nm
+27b 8,6 pN
c 8,6 pN naar links

6 Geofysica: de natuurkunde van de aarde

Praktijk

1 **a** 0,22 mm
b 1,1 m (= 110 cm)
3 **a** 1,5 s
b 1,6 s

Theorie

8 **c** $\delta g = -1{,}967 \cdot 10^{-6} \cdot h$
9 **a** s^{-2}
b $1{,}132 \cdot 10^{-6} \cdot h$
10 **b** $9{,}816\ m\,s^{-2}$
11 **a** 29,9 cm
b 30,000 000 3 cm
15 **a** $2{,}94 \cdot 10^3$ km
b $3{,}7 \cdot 10^3$ km
18 **a** $3{,}0 \cdot 10^3$ km, $2{,}0 \cdot 10^3$ km en $1{,}0 \cdot 10^3$ km
c $40 \cdot 10^3\ km\ h^{-1}$
+19 $11 \cdot 10^3$ km
23 500 km
24 **a** 0,025%
b $8{,}7 \cdot 10^{-2}\ W\,m^{-2}$
c 382 °C

Register

W

Z

Colofon

Auteurs
Hans van Bemmel
Lodewijk Koopman

Eindredactie
Claud Biemans

Met medewerking van
Peter van Hoeflaken
Rein Tromp

Ontwerp
Uitgeverij Malmberg, 's-Hertogenbosch

Foto omslag
Getty/Image Source/Alan Kearney

Opmaak
Nieuwe Stijl, Den Haag

Beeldverwerving
B en U International Picture Service, Amsterdam

Illustraties
Erik Eshuis Infographics, Groningen

Foto's
Imageselect, Wassenaar: p. 5, 32, 66, 198
ANP Photo, Rijswijk: p. 6, 56, 121
Shutterstock: p. 7 links, 62, 74, 109, 116, 132, 153, 223
Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 7 rechts, 99, 119, 143
Nike SportsLab: p. 8
Science Photo Library / ANP Photo, Rijswijk: p. 11, 81, 86, 136, 163, 191, 224, 246
www.kosecki.de: p. 12
Getty Images, p. 55, 147, 193 (2x)
Roel Schipper / TU, Delft: p. 58 boven (2x)
Rex Features / Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 58 onder
Frans Lemmens Photography, 's-Graveland: p. 59
MM Fotografie, Amsterdam: p. 65
Visual Photo Design, Weurt: p. 95
123 RF: p. 100, 112, 124, 168
Fresh Images / BSR Agency, Haarlem: p. 110, 126, 192
Rowinvandiest.nl: p. 123
Reuters / Novum Nieuws, Amsterdam: p. 128
AP / Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 142
Wikimedia Commons: p. 148, 226, 239
www.openmicroscopy.org: p. 204
Construction Photography: p. 228

ISBN: 978 94 020 1321 4
Editie 2018-2019 vijfde oplage

MALMBERG

AUTEURS

Hans van Bemmel

Lodewijk Koopman

EINDREDACTIE

Claud Biemans

MET MEDEWERKING VAN

Peter van Hoeflaken

Rein Tromp



- Dit boek is van jou.
- Je mag in dit boek schrijven en aantekeningen maken.
- Je hebt ook toegang tot de online leeromgeving.

ISBN 978 94 020 1321 4



566698

MALMBERG